

広島大学工学部 正員 佐藤 誠
 広島大学工学部 学員 ○岩原 重之

1. はじめに

本研究は衝撃を受ける構造物—基礎系の動的挙動を解明するために、構造物についての基礎研究として、分岐構造に対する応力波伝播機構を解析したものである。分岐構造としては、図-1に示すような衝撃方向に対して対称、非対称を含む種類の分岐形式M-I, M-II, M-IIIを取り上げた。これらについて波

動方程式の厳密解を求めることは困難である。そのため筆者らはこれら分岐構造を一般的に解析するために、差分法を用いて数値解を求めた。さらに図-2のブロックダイアグラムで示したような遅延

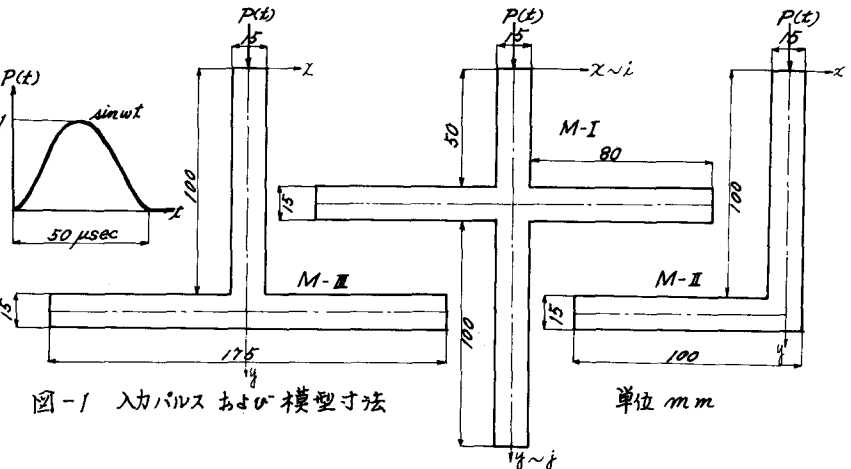


図-1 入力パルスおよび模型寸法

回路を用いた光源制御方式による一駒撮り動光弾性実験を行なつて、その等色線写真をもとに数値解との比較検討を行なつた。

2. 解析方法

(1) 波動方程式: 2次元問題における物体力を無視した等方等質弾性体に関する波動方程式は次式で与えられる。

$$\rho \ddot{u}_i = (\lambda + \mu) u_{i,ii} + \mu u_{i,jj} \quad i, j = 1, 2 \quad (1)$$

ここに u_i は変位成分, λ, μ は Lamé の定数, ρ は密度である。(1)式を中央差分による差分式に書き直すと、

$$\begin{aligned} u_{i,j,k+1} - 2u_{i,j,k} + u_{i,j,k-1} &= C_1^2 \left(\frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} \right) (u_{i+1,j,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i-1,j,k}) \\ &+ (C_1^2 - C_2^2) \frac{\Delta t^2}{4\Delta x \Delta y} (u_{i+1,j+1,k} - u_{i+1,j-1,k} + u_{i-1,j+1,k} - u_{i-1,j-1,k}) \\ &+ C_2^2 \left(\frac{\Delta t^2}{\Delta y^2} \right) (u_{i,j+1,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i,j-1,k}) \\ v_{i,j,k+1} - 2v_{i,j,k} + v_{i,j,k-1} &= C_1^2 \left(\frac{\Delta t^2}{\Delta y^2} \right) (v_{i,j+1,k} - 2v_{i,j,k} + v_{i,j-1,k}) \\ &+ (C_1^2 - C_2^2) \frac{\Delta t^2}{4\Delta x \Delta y} (u_{i+1,j+1,k} - u_{i+1,j-1,k} + u_{i-1,j+1,k} - u_{i-1,j-1,k}) \\ &+ C_2^2 \left(\frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} \right) (u_{i+1,j,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i-1,j,k}) \end{aligned} \quad (2)$$

となる。

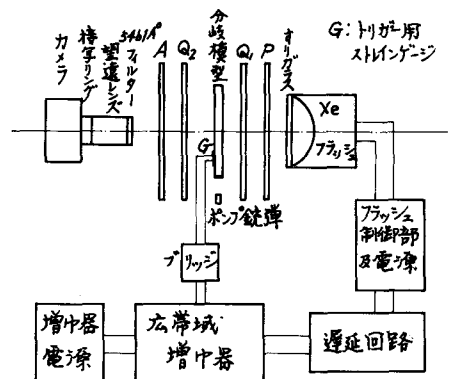


図-2 一駒撮り動光弾性実験装置のブロックダイアグラム

ここに、 $\Delta t, \Delta x, \Delta y$ はそれぞれ、 t, x, y 軸方向の増分、 C_1, C_2 は縦波、横波の速度、 $U_{i,j,k}$ は $k\Delta t$ 時間での点 $(i\Delta x, j\Delta y)$ の x 方向の変位であり、 $V_{i,j,k}$ も同様である。

(2) 境界条件：図-3 に差分に用いた格子分割の一部を示す。

自由境界 (OA, AB', DD') では直応力とせん断応力を 0 とする。

突き出しの角 (例えば A 点) では x, y 方向の直ひずみが 0 となる。

引、込みの角 (例えば B 点) では境界条件を与えず、 $B'B, D'D$ は計算上仕様の境界となる。

格子点の重複する C 点では、境界 AB', DD' から得られる変位の和の $1/2$ を取るものとして計算を行なう。

(3) 初期条件：動光弾性実験を行なった結果、衝撃点近傍の y 方向変位記録はほぼ等しいものとして、 O 点に波長 $50 \mu\text{sec}$ 、最大振幅が 1 であるような half-sine を変位として与えた。(図-1)

$$P(x) = \sin \omega x \quad (0 \leq x \leq 50 \mu\text{sec}), \quad P(x) = 0 \quad (x \geq 50 \mu\text{sec})$$

(4) 安定条件：(2) 式の差分式に対する安定性の条件は、 $\Delta x = \Delta y$ のとき $(\frac{\Delta t}{\Delta x})^2 < \frac{1}{2(C_1+C_2)}$ である。

3. 計算結果および実験結果

計算に用いた諸定数は以下の通りである。 $\Delta x = \Delta y = 2.5 \text{ mm}$, $\Delta t = 0.5 \mu\text{sec}$, $C_1 = 2,000 \text{ m/sec}$, $C_2 = 970 \text{ m/sec}$ 。計算結果、実験結果の例を図-4 ~ 5 に示す。本研究で用いた動光弾性実験は、1 回の衝撃で 1 つの等色線写真が得られるものであり、衝撃毎の再現性が問題となる。衝撃に用いたボンブ銃弾の弾速は約 105 m/sec で、ばらつきは 5% 以内である。一連の実験結果から、定性的な比較の対象とする場合には十分満足できるものであった。ただし、マイクロフラッシュの閃光時間が約 $1.7 \mu\text{sec}$ であるため、縦波の速度をもつ部分、端の密度の高い部分では等色線が不鮮明である。図-4 は 3 種の分岐形式について、分岐部分に縦波が到達した直後の等色線を示したものである。これより、分岐の形式にかかわらず、分岐直後の応力状態はすべて同一であることがわかる。特に、M-Ⅱと M-Ⅲは幹の部分への反射波が十分発達しない時間ではほとんど同一である。図-5 には衝撃後 $65 \mu\text{sec}$ 後の等色線写真、等主応力差線図、主応力線図を示した。これより、計算結果と実験値が極めて良く一致していることがわかる。ただし、境界条件の項が述べたことにより、 B 点近傍の様子が若干異なっている。

4. まとめ 以上、①本解析で用いた格子間隔は幹の中を 6 等分した程度のものであるが、実験結果と比較して分岐の角の極く近傍を除いては十分な確かさで解を得ていること、②分岐部分での応力波伝播機構は、図-5 で示されるように、入射縦波が分岐点で球根状に拡がり、枝に縦波を伝播せしめ、次いで幹の衝撃方向への変位により枝の衝撃側に引張を生じるような曲げ波が発生する。さらに幹の変位が進行すると、前述の曲げと逆の曲げを生ずる変形波が伝播することが結論できる。図-5 の M-Ⅰと M-Ⅲの応力状態から対称分岐構造については、伝播機構はほぼ同じであること、非対称分岐構造 M-Ⅱでは先行する曲げ波部分までは同じであるが、それ以後の応力状態が前者とかなり異なり、現在までの解析段階ではそのメカニズムを解明できない。

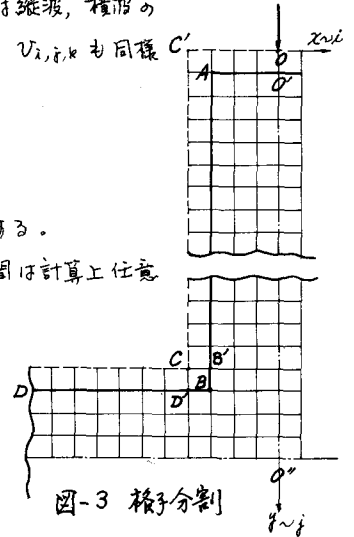
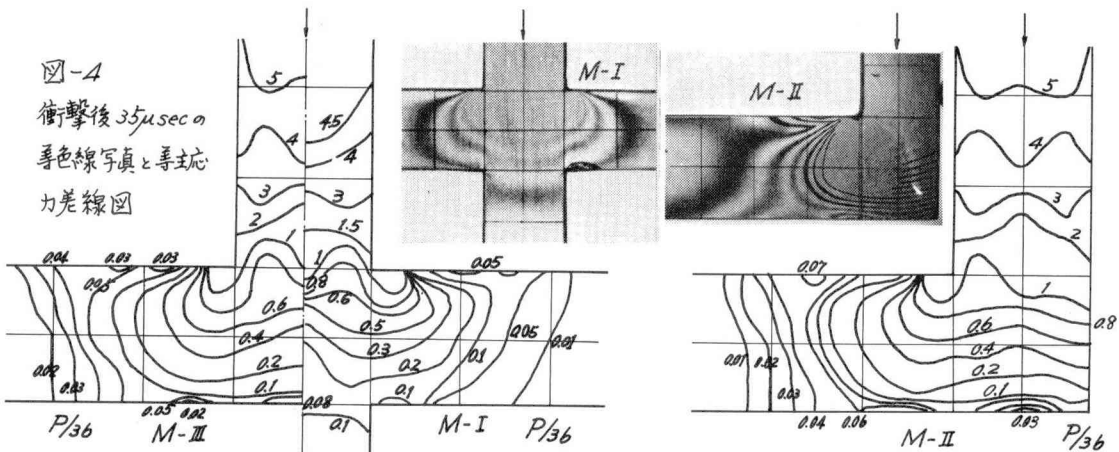


図-3 格子分割



*) 参考文献

佐藤 誠, 原誠己
"分岐構造の応力
波伝播について"
土木学会中国四
国支部昭和45年
度学術講演会概
要 P.59

----- 最大主応力線
—— 最小主応力線

