

九州大学 工学部 正員 小坪 清 眞
九州工業大学 正員 高 西 照 彦
九州大学 工学部 学生員 川 人 達 男

1. まえがき

橋梁その他構造物の形状が複雑な場合に、構造物の固有振動周期を算定するのに、従来から多質点系置換法が広く利用されている。著者等の内、小坪・川人は前論¹⁾において、まず多質点系置換法の誤差の原因について考察を行い、次にその誤差の原因を取除いたより精度の高い固有振動周期算定法（以下代表桌法と呼ぶ）を提案した。本論は（1）代表桌法の基本的考え方と、特に地盤振動の問題に適用し、前論とは表現の異なった固有振動周期の計算式を導き、（2）従来の多質点系置換法と著者等の提案した代表桌法とを用いて地盤の固有振動周期を算定し、（3）各方法に対する計算精度について検討を加えたものである。

ここで、代表桌法の基本的考え方を簡単に述べておくと、（1）構造物内に有限個の勝手な桌を選び、これを代表桌と呼ぶ。（2）相隣なる代表桌間の撓み曲線を二次曲線で近似する。（3）慣性力は各代表桌間に分布する分布荷重とし、その分布型は（2）の撓み曲線に相似であると考え、（4）変位係数を利用する場合は、これを（2）の撓み曲線と同様に、各代表桌間を二次曲線で近似する。

2. 地盤のせん断振動方程式 — その1（B法） —

まずB法は、変位係数を用いる方法であつて、これについては既に前論¹⁾において詳論したので、ここではその結果のみを記すにとどめる。

図-1において、代表桌 m を中心とした斜線部分の慣性力による n 桌の変位は

$$u_{nm} = -\frac{W_m}{g} \left[\ddot{u}_{m-1} \left\{ \frac{23}{960} \alpha_{n(m-1)} + \frac{17}{480} \alpha_{nm} - \frac{17}{960} \alpha_{n(m+1)} \right\} + \ddot{u}_m \left\{ \frac{17}{480} \alpha_{n(m-1)} + \frac{203}{240} \alpha_{nm} + \frac{17}{480} \alpha_{n(m+1)} \right\} + \ddot{u}_{m+1} \left\{ -\frac{17}{960} \alpha_{n(m-1)} + \frac{17}{480} \alpha_{nm} + \frac{23}{960} \alpha_{n(m+1)} \right\} \right] \quad (1)$$

ここに、 W_m は図-1の斜線部の重量、 α_{nm} は m 桌に切く単位荷重による n 桌の変位である。

(1)式の右辺の〔〕内と $\ddot{u}_{nm}$ とあけば、 n 桌の変位は次式で表わされる。 g は代表桌の数である。

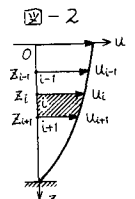
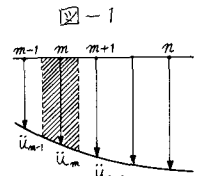
$$u_n = -\sum_{m=1}^g \frac{W_m}{g} \ddot{u}_{nm} \quad (n=1, 2, 3, \dots, g) \quad (2)$$

3. 地盤のせん断振動方程式 — その2（C法） —

図-2において、 i 桌と $(i+1)$ 桌との間に切く慣性力は、 i 桌と $(i+1)$ 桌との切くせん断力の差に等しい。したがつて次式が成り立つ。

$$\int_{z_i}^{z_{i+1}} \frac{W}{g} \ddot{u} dz = k_{i+1} (u_{i+1} - u_i) - k_i (u_i - u_{i-1}) \quad (i=1, 2, 3, \dots, g, \quad k_0=0) \quad (3)$$

ここに、 W は土の単位体積重量、 k_i は i 桌と $(i-1)$ 桌との相対変位に比例するバネ常数であり、次式より求められる。²⁾



$$k_i = \frac{1}{\int_{z_{i-1}}^{z_i} \frac{1}{G} dz}$$

G: せん断弾性常数

今, $i \sim (i+1)$ 間では w は一定 ($=w_{i+1}$) とし, u を u_{i-1}, u_i, u_{i+1} を通る 2 次曲線で近似すれば, 代表点を等間隔 ($=d$) に選んだとき, (3) 式は次のように表わせる。

$$\frac{1}{2} \frac{w_{i+1}}{d} d (-\ddot{u}_{i-1} + 8\ddot{u}_i + 5\ddot{u}_{i+1}) = k_i u_{i-1} - (k_i + k_{i+1}) u_i + k_{i+1} u_{i+1} \quad (4)$$

($i=1, 2, 3, \dots, 8, \quad k_0=0$)

(4) 式がせん断振動方程式である。(4) 式を境界条件 $u_0 = u_8, u_{g+1} = 0$ の下に解けば, 地盤の固有円振動数及び振動型が求められる。

4. 地盤のせん断振動方程式 — その 3 (D 法) —

せん断応力を τ , せん断弾性常数を G とすれば, フックの法則から,

$$\tau = G \frac{\partial u}{\partial z} \quad \text{これより} \quad \int_{u_i}^{u_{i+1}} du = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \frac{\tau}{G} dz \quad (5)$$

一方, 深さ z においてせん断力と慣性力の均合を考えれば, 次式が成り立つ。

$$\tau = - \int_0^z \left(-\frac{w}{g} \ddot{u} \right) dz \quad (6)$$

(6) 式を (5) 式に代入し, 図-3 を参照して, 積分変数を z から s に変えれば, (5) 式は次のように表わせる。

$$u_{i+1} - u_i = \left\{ \sum_{k=2}^i \int_0^{H_k} \left(\frac{w}{g} \ddot{u} \right) ds \right\}_0^{H_{i+1}} \frac{1}{G} dx_{i+1} + \int_0^{H_{i+1}} \left\{ \frac{1}{G} \times \int_0^{x_{i+1}} \left(\frac{w}{g} \ddot{u} \right) dz \right\} dx_{i+1} \quad (i=1, 2, \dots, 8) \quad (7)$$

いま, u が u_{i-1}, u_i, u_{i+1} を通る 2 次曲線で近似できるとし, G 及び w が $i \sim (i+1)$ 区間で一定値 G_{i+1} , 及び w_{i+1} をもち, 区間長 H_i がすべて等しい ($=H$) 場合には, (7) 式は次のように表わすことができる。

$$u_{i+1} - u_i = \frac{1}{24} \frac{H^2}{G_{i+1} g} \left\{ 2 \sum_{k=2}^i w_k (-\ddot{u}_{k-2} + 8\ddot{u}_{k-1} + 5\ddot{u}_k) + w_{i+1} (-\ddot{u}_{i-1} + 10\ddot{u}_i + 3\ddot{u}_{i+1}) \right\} \quad (i=1, 2, \dots, 8) \quad (8)$$

5. 計算例

前節で導いたせん断振動方程式を用いて, (1) 単層で $G = \text{一定}$, (2) 2 層で各層の $G = \text{一定}$ の 2 通りの場合について数値計算を行って, 地盤の固有振動数を求めた。結果を表-1, 図-4, 表-2 に示す。図表中, A は多質点系置換法, B, C, D はそれぞれ前節の B, C, D 法による計算結果を指している。なお, 2 層地盤の場合の上層と下層の G の比は 0.1 とした。種々の地盤条件に対する計算結果及び考察は講演時に仰ずる。

(1): 小坪・川人「連続弾性体と多質点系に置換する場合の精度向上について」 オ24回 全国大会講演概要 昭44.9

(2): 小坪・高面「鋼管橋脚の横変位におよぼす地盤変形の影響」 九大工学集報 vol. 39, No. 4, BB 42.1

図-3

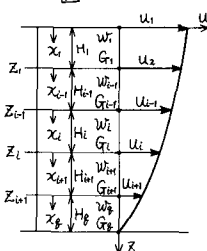


表-1 地盤の固有振動数 (厳密解に対する比)

振動次数 層数		オ1次	オ2次	オ3次
2	A	0.9745	0.9842	—
	B	0.9735	1.0750	—
	C	1.1510	0.9662	—
	D	0.9966	1.0625	—
3	A	0.9886	0.9003	0.7379
	B	0.9852	0.9997	1.0352
	C	0.7380	1.0549	0.9660
	D	0.9987	1.0226	1.0727

図-4 固有振動数の精度

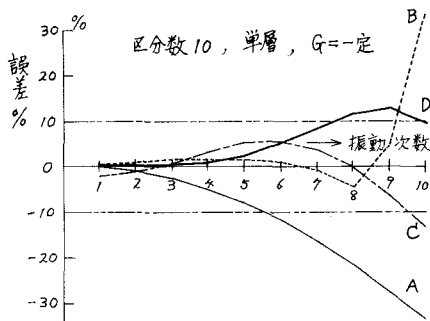


表-2 地盤の固有振動数 (厳密解に対する比)

振動次数 層数		オ1次	オ2次	オ3次	オ4次
2	A	0.9063	1.1431	—	—
	B	1.1898	0.9013	—	—
	C	0.8072	0.9794	—	—
	D	0.9944	1.0882	—	—
4	A	0.9760	0.8504	0.9726	1.3908
	B	0.9914	1.0421	0.9957	1.3034
	C	0.9084	0.9584	0.8794	1.5641
	D	1.0002	1.0487	1.0176	1.6707