

建設省土木研究所 正員 栗林 栄一
同 上 正員 〇小山田 欣裕

まえがき

長大な径間を有する三径間吊橋の上下部構造全体の地震応答解析を行い、とくに主塔と主橋脚の周期の接近にもとづく応答の増幅の影響についての検討を主として、解析結果の一部を紹介するものである。主塔と主橋脚が連成した系における同様の研究を山田・竹宮が行っており⁽¹⁾、また古くは M. A. Biot が建築付属物の "whip effect"⁽²⁾ として指摘している。

1. 解析の概要

橋台、橋脚、主塔、吊構造部およびケーブルとそれを支持する地盤からなる三径間吊橋の上下部構造全体を図-1のように、 N の自由度を有する線型弾性の多質点系力学モデルに置き換えた。本解析計算では、ベント橋脚が橋台をもかねるとして $N+1$ の自由度系の固有振動特性ならびに応答を求めたものである。

地震入力は、土木研究所の平均応答スペクトル曲線(地震入力加速度の最大値を 200 gal とする)を用い、モーダル・アナリシスによる手法で、減衰定数は各モードを通じて一定として解析した。

橋は、中央径間中央点に関して左右対称とし、下部構造の条件(バネ定数、根入長)をケースにわたり変化させ、構造主系面内ならびに構造主系に直交する方向の双方について計算を行なった。解析した構造物の主要諸元を表-1に示す。

2. 解析の結果

地震時に大きな断面力を生ずると思われる主塔基部ならびに主橋脚基部の曲げモーメントに着目し、それぞれの卓越周期との関係を、減衰定数が 2% の場合についてまとめたのが表-2、図-3である。この結果を要約すると

(1) 主塔基部の曲げモーメントは、橋軸方向については、主橋脚と主塔の固有周期が接近したときに大きな応答を示し、周期が短くなるごとに鋸歯状に変化している。橋軸直角方向については、周期の接近の度合いが小さく、橋軸方向ほど顕著ではないが、同様な変化をしている。

(2) 主橋脚基部の曲げモーメントは、主橋脚の1次周期と主塔の2次周期が接近したときに大きな応答を示している。

(3) ケーブルの高次の水平振動との連成により橋軸直角方向にはさらに周期の長いところに、もう一つピークがありそうである。

3. 解析結果の検討

主塔と主橋脚が連成した系をとり出し、表-1と同様な諸元で下部構造のバネの強さを種々変化させて周期の変化を見たのが図-4で、横軸はある基準とするバネの強さ K_0 に対するバネの強さ K の比、縦軸は系の固有周期である。図中の、PIER系、TOWER系、TOWER-PIER系とはそれぞれ、橋脚単独、主塔単独および主塔と主橋脚が連成した系を意味する。

図-4から、主塔・主橋脚系の1, 2次の周期と主橋脚単独系の1次の周期が接近してゆく状況がわかるが、同様な関係が高次モードに無数に存在し得る。たゞし、応答に大きな影響を及ぼすのは主橋脚の基本周期との接近であろう。これは周期の接近により大きな応答を示したケース5, 6における主橋脚基部の曲げモーメントの卓越する周期の振動モードをケース1(地盤の弾性係数を非常に大きくした場合)と比較して示した図-5から明らかである。

山田・竹宮は、固有周期が接近した場合、構造物の応答は複雑な様相を呈し、固有振動モードの位相の要素を導入し固有振動モード間の相互効果を考えねば、モーダル・アナリシスによる場合、真の応答値とかけ離れた評価を与えることになることを指摘した。

また、M. A. Biotは、図-6の2自由度の剪断振動系で、固有円振動数 P_r ($r = I, II$ 次)を求める次式

$$P_r^2 = \frac{1}{2} (P_{11}^2 + P_{22}^2) \mp \sqrt{(P_{11}^2 - P_{22}^2)^2 + 4 P_{12}^2}, \quad P_{11}^2 = \frac{c_1 + c_2}{m_1}, \quad P_{22}^2 = \frac{c_2}{m_2}, \quad P_{12}^2 = \frac{c_2}{m_1 m_2}$$

から1次、2次の固有円振動数 P_I, P_{II} の差が最小になる条件が $P_{11}^2 = P_{22}^2$ すなわち $(c_1 + c_2)/m_1 = c_2/m_2$ のもとに、小さな質量 m_1 が大きな質量 m_2 の振動に"tuned"されて、小さな質量の応答が $1/2 \cdot (1 + \sqrt{m_1/m_2})$ 倍に増幅されるいわゆる"whip effect"について指摘した。

たとえば、本解析計算の主塔・主橋脚が仮に2自由度の剪断振動系とすると $m_1 g = 8 \times 10^5 t$, $m_2 g = 1.2 \times 10^6 t$ を代入し、増幅係数は4.58倍となり図-3に表わされた傾向を立証し得る。Biotはさらに、先細りした梁や建物、プロペラの先端などがこの現象により破壊されると述べている。

次に、図-3で、橋軸方向の主塔基部の曲げモーメント M_{TB} は、主橋脚の曲げモーメントの1次周期と主塔の1次の周期とが接近したときに最も大きな値を示すのに対し、主橋脚基部の曲げモーメントは主塔の2次モードに接近したとき最も大きな値を示している。

この関係を明らかにするため M_{TB}, M_{TB} が最も大きな値を示すモード(図-5)について、系全体の相当質量 m_r を主塔と主橋脚どのように分担しているかを示したのが表-3である。

表から、ケース5では主橋脚の分担率が90%に達し、主塔は10%に満たないのに対し、ケース6では主橋脚の分担率が70%で、主塔が30%弱と著しく相違していることがわかる。この事は、運動エネルギーの分担が主塔と主橋脚で、モード・周期により相違することを示している。

4. 結論

(1) 大きな質量をもつ主橋脚のうへに、相対的に小さな質量をもつ主塔がのった系においては、周期の接近による主塔の応答の増幅と運動エネルギーの分担率の変化による主橋脚の応答の増幅の二点が十分に照査されねばならない。

(2) 山田・竹宮の指摘のように、固有振動モード間の相互効果を考えねばならぬとしたら、減衰の小さな範囲で便宜上等価な粘性減衰を用い、しかもこれが質量またはバネに比例するとするモーダル・アナリシスを適用する方法の当否が問題となり、応答を適切に評価しようとする統計的手法に関する研究がより一層進められねばならない。

(参考文献) 山田善一、竹宮宏和：不規則外力による自由度系の応答解析とその長大吊橋の7-ビーム剛性解析への応用、土木学会論文報告集第163号、1969年3月

(2) M.A. Biot: Analytical And Experimental Methods In Engineering Seismology, Trans. of ASCE, Paper No. 2183, January, 1942.

表-1 地震応答解析主要入力

(a) 上部構造諸元				
構造部材	諸元	単位	数	値
吊橋造形およびケーブル	橋脚中央径間長	m	1500	
	橋脚側径間長	m	750	
	中央塔間ケーブル・サグ	m	1364	
	側塔間ケーブル・サグ	m	341	
	主トラス高	m	12	
	ケーブル断面積	m ²	2×0.689	
	ケーブル単位重量	t/m	11	
主塔	吊橋造形単位重量	m	20	
	主塔高	m	210	
	塔柱中心線間隔	m	36	
	主塔総重量	t	24300	
上部構造	上部構造総重量	m	117400	

(ケーブル両側当り)

(b) 下部構造諸元(共通値)

構造部材	a (m)	b (m)	h ₁ (m)	h ₂ (m)	w _c (t/m)	W _b (t)	W _c (t)
主橋脚	50	80	75	215	2.0	0	6×10 ⁸
ベント橋脚	100	70	65	215	2.0	1.7×10 ⁸	9.1×10 ⁸

(c) 下部構造諸元(各ケースの値)

ケース	E _{so} (t/m ²)	E _s (t/m ²)	ν	主 橋 脚				ベ ン ト 橋 脚			
				h ₁ /m		W _c	h ₂ /m		W _c		
				L	T	L	T				
ケース1	1.0×10 ⁸	1.0×10 ⁸	0.25	50	10	8.84×10 ⁸	7.65×10 ⁸	40	10	1251×10 ⁸	13471×10 ⁸
2	8.0×10 ⁸	1.6×10 ⁸	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3	8.0×10 ⁸	1.0×10 ⁸	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4	4.0×10 ⁸	5.0×10 ⁸	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5	6.0×10 ⁸	1.6×10 ⁸	—	40	20	8.50×10 ⁸	7.65×10 ⁸	30	20	1232×10 ⁸	1344×10 ⁸
6	8.0×10 ⁸	1.0×10 ⁸	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	4.0×10 ⁸	5.0×10 ⁸	—	—	—	—	—	—	—	—	—

(注) L: 橋脚方向 T: 橋脚垂直方向 ν: ポアソン比
 1.0×10⁸ t/m = 1.0×10⁸ t/m² × 1.0 m

表-3 1次モードの相当質量

番号	種別	記号	ケース5		ケース6	
			相当質量	比率	相当質量	比率
1	主塔の水平振動	mTr(u)	0.0335	6.70%	0.1432	28.64%
2	主橋脚の水平振動	mPr(u)	0.4099	81.9%	0.3221	64.4%
3	主橋脚の回転振動	mPr(φ)	0.0362	7.24	0.0256	5.12
4	他の振動成分	m(u,v,φ)	0.0204	4.08	0.0091	1.82
		m _r	0.5000	100.0	0.5000	100.0

(注) u: 水平成分 T: 主塔
 v: 前直成分 P: 主橋脚
 φ: 回転成分 m: 相当質量
 r: モードの次数(ケース5: r=38, ケース6: r=36)

表-2 主塔および主橋脚基部の卓越周期と曲げモーメント

ケース	応答	L				T			
		T _r	M _{rs}	T _r	M _{rs}	T _r	M _{rs}	T _r	M _{rs}
1	R ₁	—	0.6116	—	3.6030	—	2.788	—	0.6939
	R ₂	1.418	0.4641	0.091	0.5929	0.928	2.478	0.077	0.6887
2	R ₁	—	1.922	—	1.743	—	5.465	—	1.699
	R ₂	0.426	1.504	0.512	1.729	0.943	3.272	0.408	1.689
3	R ₁	—	4.655	—	0.5548	—	13.21	—	0.5704
	R ₂	1.283	3.478	1.283	0.3880	0.839	10.65	0.454	0.3134
4	R ₁	—	2.390	—	0.3926	—	15.39	—	0.6515
	R ₂	1.383	2.006	2.015	0.3084	0.913	10.76	2.320	0.5859
5	R ₁	—	3.098	—	2.207	—	5.777	—	1.686
	R ₂	0.425	2.524	0.501	2.061	0.403	3.934	0.403	1.671
6	R ₁	—	4.611	—	0.5905	—	17.01	—	0.6857
	R ₂	1.255	3.399	1.255	0.4686	0.768	15.45	1.248	0.5277
7	R ₁	—	2.547	—	0.4572	—	16.01	—	0.5281
	R ₂	1.379	2.166	1.954	0.3487	0.836	11.58	2.265	0.3371
単位	sec	×10 ³ tm				sec	×10 ³ tm		

(注) R₁: 自乗和の平方根
 R₂: 各モードの応答のうち最大なもの
 T_r: 主塔基部の曲げモーメントの卓越周期
 T_r: 主橋脚基部の曲げモーメントの卓越周期
 M_{rs}: 主塔基部の曲げモーメント
 M_{rs}: 主橋脚基部の曲げモーメント

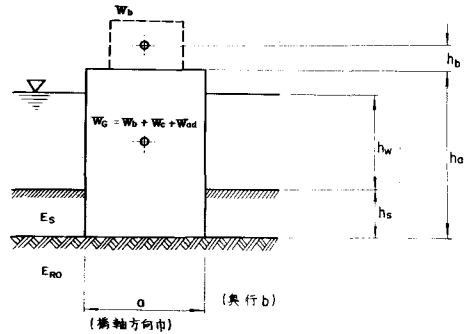


図-2 下部構造

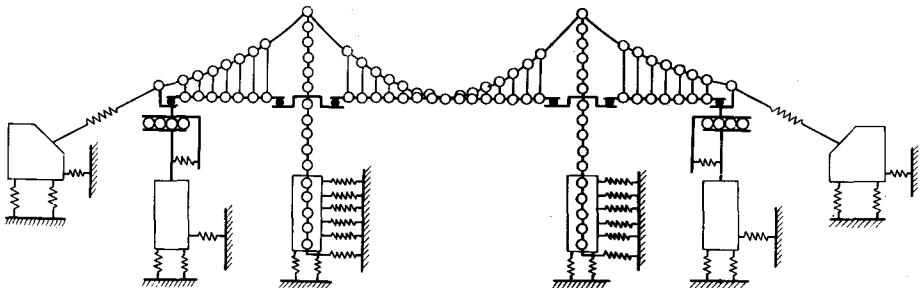


図-1 力学モデル

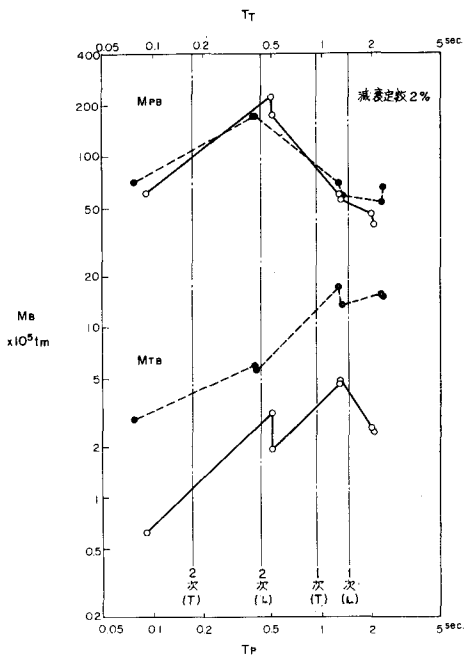


図-3 主塔および主橋脚基部の曲げモーメントと卓越周期

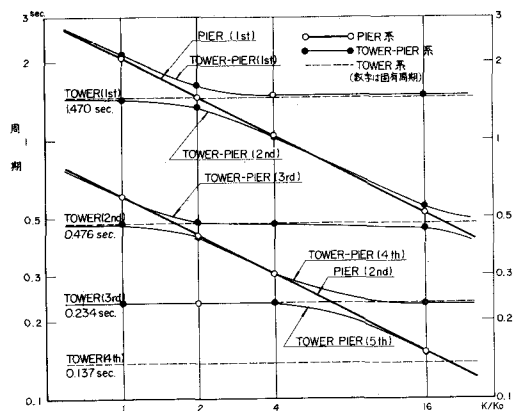


図-4 下部構造のパナの変化に伴う主塔、主橋脚系の周期の変化

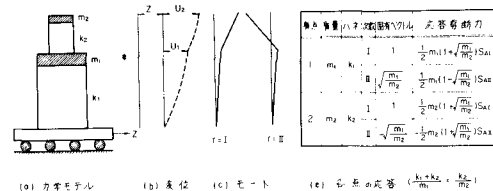


図-6 2 質点系の "Whip Effect"

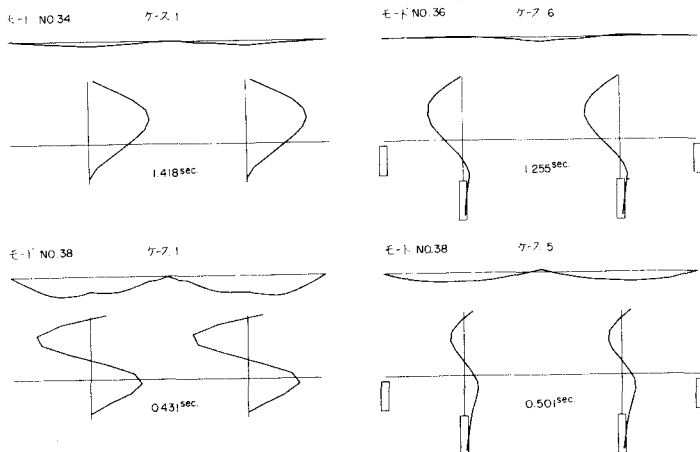


図-5 振動モード