

# I-188 斜張橋の耐震特性について

北海道大学工学部 正員 渡辺 昇  
北海道大学工学部 正員 ○宮本 裕

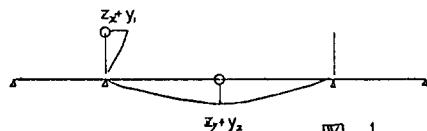
1. まえがき 水平地震波と垂直地震波との連成による斜張橋の応答を計算した。例として石狩河口橋を選び外力がEl Centro波のときの最大たわみ図, 最大曲げモーメント図, 最大せん断力図, 最大軸力図, 最大斜索軸力図をヒンジ塔と固定塔について比較した。さらに外力として周期の異なるsin波を選び曲げモーメント応答値の最大値を求め, 外力の周期と曲げモーメント応答値の最大値の関係を表わした「応答曲げモーメントスペクトル」を作った。この図によりヒンジ塔と固定塔について比較した。

2. 多自由度系の応答理論 図-1のような2自由度系構造物を考える。地震加速度が水平方向に $\ddot{x}_2 = \ddot{x}$ , 垂直方向に $\ddot{y}_2 = 0.5\ddot{x}$ あるとすると, 振動の連立微分方程式は式(1)のようになる。この式の解は水平地震波のみによる微分方程式式(2)と垂直地震波のみによる微分方程式式(3)との解を合計したものに等しい。ここで, 質量 $m_1, m_2$ , 減衰定数 $C_{11}, C_{12}, C_{21}, C_{22}$ とし, 各質点の相対変位 $y_1, y_2$ , 質点 $m_1$ のところに水平力 $1kg$ を働かせたときの質点 $m_1$ の水平変位を $\alpha_{11}$ , 質点 $m_2$ の垂直変位を $\alpha_{21}$ とし, 質点 $m_2$ のところに垂直力 $1kg$ を働かせたときの質点 $m_1$ の水平変位を $\alpha_{12}$ , 質点 $m_2$ の垂直変位を $\alpha_{22}$ とすると, この $\alpha$ はたわみの影響線であり,  $K$ と $\alpha$ の関係は式(4)のようになる。いま基準座標 $[q_i]$ を用い,

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & 0.5m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} \quad \text{--- (1)}$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} \quad \text{--- (2)}$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.5m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} \quad \text{--- (3)}$$



固有ベクトルを $[X_{ij}]$ とすれば, 式(5)となる。

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad \text{--- (5)}$$

式(5)を式(1)に代入し,  $[X_{ij}]$ の転置マトリックス $[X_{ij}]^T$ を左から乗ずると, 固有ベクトルの直交性から式(6)のようになる。ここで

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 X_{11} & 0.5m_2 X_{21} \\ m_1 X_{12} & 0.5m_2 X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} \quad \text{--- (6)}$$

式(7)のようにする。いま固有値を $\omega_1, \omega_2$ , 減衰定数を $h_1, h_2$ とし式(8)のようにし,  $\beta_1, \beta_2$ を式(9)のようにおけば, 式(6)は式(10)のようになる。式(10)を解き応答変位 $q_1, q_2$ を求めたで2度微分すれば応答絶対加速度 $(\ddot{q}_1 + \beta_1 \ddot{x}), (\ddot{q}_2 + \beta_2 \ddot{x})$ が求められる。ここで式(5), 式(11)を用いると式

$$\left. \begin{aligned} \omega_1^2 &= K_1, \quad \omega_2^2 = K_2 \\ h_1 &= \frac{C_1}{2\omega_1}, \quad h_2 = \frac{C_2}{2\omega_2} \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (8)}$$

$$\left. \begin{aligned} m_1 X_{11} + 0.5m_2 X_{21} &= \beta_1, \quad m_1 X_{12} + 0.5m_2 X_{22} = \beta_2 \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (9)}$$

を構造物に働らく荷重と考へ影響線に乗ると、地震外力による曲げモーメント、せん断力、軸力などの断面力を計算することができる。たとえば中央径間中央点の曲げモーメント応答は式(14)から

$$\left. \begin{aligned} \ddot{q}_1 + 2h_1 w_1 \dot{q}_1 + \omega_1^2 q_1 &= -\beta_1 \ddot{z} \\ \ddot{q}_2 + 2h_2 w_2 \dot{q}_2 + \omega_2^2 q_2 &= -\beta_2 \ddot{z} \end{aligned} \right\} \dots (10) \quad \left\{ \begin{aligned} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \end{aligned} \right\} = \ddot{z} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix} = \ddot{z} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \dots (11) \quad \left\{ \begin{aligned} \ddot{y}_1 + \ddot{z}_1 \\ \ddot{y}_2 + \ddot{z}_2 \end{aligned} \right\} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 + \beta_1 \ddot{z} \\ \ddot{q}_2 + \beta_2 \ddot{z} \end{bmatrix} \dots (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{q}_1 + \beta_1 \ddot{z} &= \beta_1 \frac{W_1}{\sqrt{1-h_1^2}} \ddot{z}(t) e^{-h_1 \omega_1(t-\tau)} \cos\left\{\sqrt{1-h_1^2} \omega_1(t-\tau) + \tan^{-1} \frac{2h_1-1}{2h_1/\sqrt{1-h_1^2}}\right\} d\tau \\ \ddot{q}_2 + \beta_2 \ddot{z} &= \beta_2 \frac{W_2}{\sqrt{1-h_2^2}} \ddot{z}(t) e^{-h_2 \omega_2(t-\tau)} \cos\left\{\sqrt{1-h_2^2} \omega_2(t-\tau) + \tan^{-1} \frac{2h_2-1}{2h_2/\sqrt{1-h_2^2}}\right\} d\tau \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

$$M_T = \sum_{i=1}^3 M_{T_i} m_i (\ddot{y}_i + \ddot{z}_i) + \sum_{i=14}^{17} M_{T_i} m_i (\ddot{y}_i + \ddot{z}_i) \dots (14)$$

求めることができる。

### 3. 石狩河口橋の断面諸元と質量分布

応答計算に用いた石狩河口橋の断面諸元と質量分布は図-3のとうり

である。ここで塔の下端の条件により、固定塔のときとヒンジ塔のときの2つの場合を考へ、それぞれ変形

と断面力の影響線、変位応答、絶対加速度応答、断面力応答を計算した。

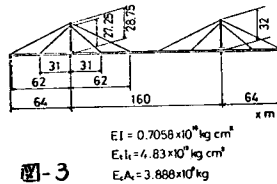


図-3

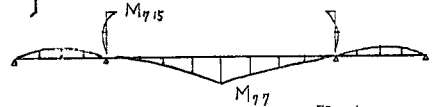


図-2 曲げモーメント影響線

| x kg·sec/cm    |     |                 |     |                 |     |                 |     |  |  |
|----------------|-----|-----------------|-----|-----------------|-----|-----------------|-----|--|--|
| m <sub>1</sub> | 126 | m <sub>6</sub>  | 163 | m <sub>11</sub> | 126 | m <sub>16</sub> | 128 |  |  |
| m <sub>2</sub> | 129 | m <sub>7</sub>  | 157 | m <sub>12</sub> | 129 | m <sub>13</sub> | 81  |  |  |
| m <sub>3</sub> | 126 | m <sub>8</sub>  | 163 | m <sub>13</sub> | 126 |                 |     |  |  |
| m <sub>4</sub> | 157 | m <sub>9</sub>  | 161 | m <sub>14</sub> | 128 |                 |     |  |  |
| m <sub>5</sub> | 161 | m <sub>10</sub> | 157 | m <sub>15</sub> | 81  |                 |     |  |  |

### 4. ヒンジ塔と固定塔の固有周期の比較

ヒンジ塔の斜張橋は8次、固定塔の斜張橋は10次の不静定構造物であるが、これらの不静定構造物のたわみの影響線を求め、図-3のような質量をもとにして

固有周期と固有ベクトルを計算した。ヒンジ塔の斜張橋と固定塔の斜

張橋の固有周期を比較すると表-1と図-4のようになる。オ2次、オ3次、オ4次の固有周期はヒンジ塔の方が大きく、あとの固有周期はヒンジ塔も固定塔も差がない。

5. El Centro 波を地震外力に用いたときのヒンジ塔と固定塔の応答値の比較

式(12)の $\ddot{z}(t)$ に図-5のような El Centro 地震波を入れて、絶対加速度応答を求めることができる。この絶対加速度の時々刻々の値を断面力の影響線に乗ることにより、時々刻々の断面力の応答を求めることができる。たとえば図-6はこのようにして求めた点20の時間-曲げモーメント応答曲線であり、これから最大応答曲げモーメント =  $20.8 \times 10^4 \text{ kg cm}$  を読みとることができる。このようにしてすべての点について最大応答値をひろって、図-7から図-11までのように固定塔とヒンジ塔の最大たわみ図、最大曲げモーメント図、最大せん断力図、最大軸力図、最大斜張軸力図

表-1

| NATURAL PERIOD (SEC) |       |       |
|----------------------|-------|-------|
|                      | 固定塔   | ヒンジ塔  |
| 1                    | 1.344 | 1.362 |
| 2                    | 0.813 | 0.878 |
| 3                    | 0.567 | 0.730 |
| 4                    | 0.507 | 0.652 |
| 5                    | 0.461 | 0.490 |
| 6                    | 0.424 | 0.428 |
| 7                    | 0.357 | 0.357 |
| 8                    | 0.278 | 0.279 |
| 9                    | 0.255 | 0.260 |
| 10                   | 0.255 | 0.260 |
| 11                   | 0.222 | 0.222 |
| 12                   | 0.193 | 0.193 |
| 13                   | 0.180 | 0.180 |
| 14                   | 0.152 | 0.152 |
| 15                   | 0.129 | 0.129 |
| 16                   | 0.098 | 0.098 |
| 17                   | 0.098 | 0.098 |

を書くことができる。これから次のことが言える。

(1) 最大たわみ図は、全般に固定塔のほうが小さい。ただ径間中央と塔先端ではヒンジ塔のほうが小さい。

(2) 最大曲げモーメント図は、桁は固定塔のほうが小さく、塔はヒンジ塔のほうが小さい。

固定塔のほうは、塔の下端から半の高さの場所で0に近くなっている。

(3) 最大せん断力図は、どちらが大きいとはいいがいに言えないが塔の下端ではヒンジ塔のほうが小さい。(4) 最大軸力図は、オ2径間、オ3径間において固定塔のほうが小さい。塔についても固定塔のほうがわずかに小さい。

(5) 最大斜索軸力図は内側の斜索ではヒンジ塔のほうがわずかに小さく、外側の斜索では固定塔のほうが小さい。

6.  $\sin$ 波を地震外力に用いたときのヒンジ塔と固定塔の応答曲げモーメントスペクトルの比較

図-12のように周期が2.0secの $\sin$ 波を地震外力に考え曲げモーメント応答を計算する。そしてこのときの最大値をひろう。

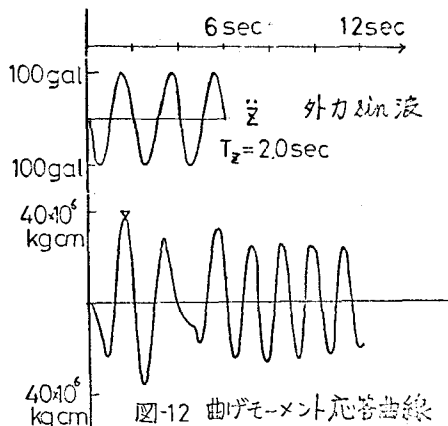


図-12 曲げモーメント応答曲線

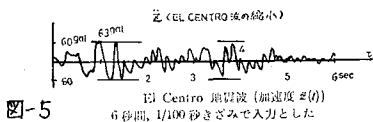


図-5

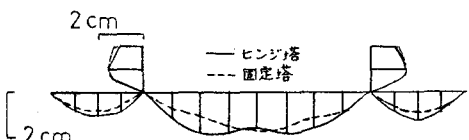


図-7 最大たわみ図

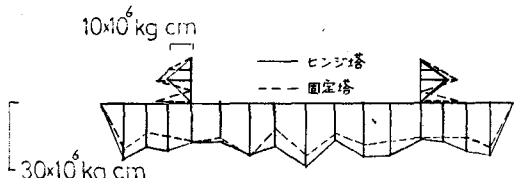


図-8 最大曲げモーメント図

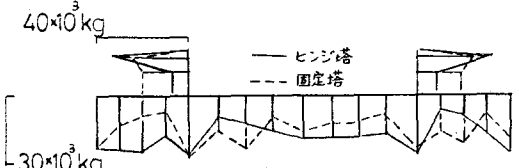


図-9 最大せん断力図

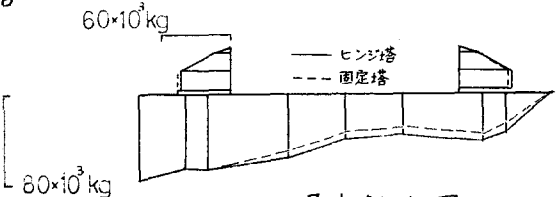


図-10 最大軸力図

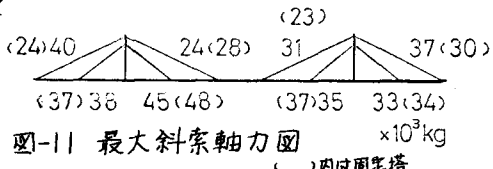


図-11 最大斜索軸力図

このようにして外力の周期を0.1 sec, 0.2 sec, 0.3 secと変えてやき曲げモーメント応答値の最大値を求めこれを図にしたものを応答曲げモーメントスペクトルと呼ぶことにする。図-13は塔の1/2の高さの点の応答曲げモーメントスペクトルであり、これから固定塔の曲げモーメント応答値の最大値の生ずる外力の周期は0.5 secであり、ヒンジ塔の曲げモーメント応答値の最大値の生ずる外力の周期は0.7 secであった。

固定塔のほうが剛構造であるから短周期となったと思われる。また曲げモーメント応答値の最大値は固定塔とヒンジ塔とで等しかった。図-14はオ2径間中央点での応答曲げモーメントスペクトルであり、これから固定塔の曲げモーメント応答値の最大値の生ずる外力の周期は0.4 secであり、ヒンジ塔の曲げモーメント応答値の最大値の生ずる外力の周期は0.5 secであり、固定塔とヒンジ塔の応答値の差はあまりなく、外力の周期が0.5 secと0.7 secのときだけヒンジ塔の応答値のほうが固定塔の応答値を上まわっていることがわかった。これらの他、中間支点と桁や塔の他の点の応答曲げモーメントスペクトルを求めたが、ここでは紙面のつごうで省略する。

#### 7. あとがき

式(2)を解いて、水平地震波のみによるある時刻における変位応答を求め、式(3)を解いて、垂直地震波のみによる同一時刻の変位応答を求め両者を合計すると、式(1)から直接解いた水平地震波と垂直地震波とが同時に働いたときの変位応答の値に一致したので、本計算は水平振動と垂直振動を連成させた正しい計算であることがわかる。

また、任意の瞬間の断面力の応答値をひらいて、塔と桁のどこで切断しても、釣り合いが成り立ち、あるいは全慣性力と全反力の間に釣り合いが成り立つので、応答値の正しいことが確かめられた。

このようにして本計算は従来のような自乗和の平均ではなく、斜張橋を多支点系にわけ厳密に計算したものである。

なお計算には東大の HITAC 5020 と北大の NEAC 2203 台と FACOM 230-60 を用いた。

変形と断面力の影響線計算には NEAC を用い計算時間は10時間を要した。El Centro 地震波を外力にした応答計算は HITAC を用い計算時間は6分を要した。周期の異なる sin 波を外力にした応答計算は FACOM を用い計算時間は50分を要した。

