

防衛大 土木教室 正員 岡元 北海

防衛大 土木教室 正員 石川 信隆

防衛大 研究科 学生員 〇岩 潤 啓

223), 42).
 1. 緒言 近年, 地震動に対する基礎地盤との連成効果を考慮した構造物の応答解析に関する研究が重要視されてきたが, 地盤の複雑な力学特性のため耐震設計に必要な資料が未だ充分得られていない。そこで本研究は, 基礎地盤の周波数特性が構造物の応答に及ぼす影響を考察するため, まず入力地震波として卓越周期を含む数次の固有周期を有する非定常確率過程を模擬し, 次いで構造物-地盤系を多焦点系にモデル化したうえで両者を一体化した確率論的解析法の確立を試みたものである。

2. 地震波形のシミュレーション

ここでは, 地震波形を非定常確率過程として取り扱うが, 自然地震の記録波形から, それが属する集合の確率法則の時間的変化を見出すために, 地震加速度波形 $g(t)$ を定常確率過程 $f(t)$ と時間に関する確定関数 $\psi(t)$ との積で次式のごとく表現する。

$$g(t) = \psi(t) \cdot f(t) = \psi(t) \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{----- (1)}$$

上式のごとき非定常確率過程では, その自己相関関数が時間差のみの関数とはならないので, 次式のごとき共分散 $K_{gg}(t_1, t_2)$ を用いることが必要となる。

$$K_{gg}(t_1, t_2) = E[\psi(t_1)\psi(t_2)\cos(\omega t_1 + \varphi)\cos(\omega t_2 + \varphi)] = \frac{1}{2}\psi(t_1)\psi(t_2) \int_0^\infty P_g(\omega)\cos\omega(t_1 - t_2)d\omega \quad \text{--- (2)}$$

ここで, 著者らは, 地震加速度波形 $g(t)$ をできるだけ自然の地震波形に模擬させるため, 式(2)中の確定関数 $\psi(t)$ および確率密度 $P_g(\omega)$ にそれぞれ地震の継続時間および卓越周期を含む数次の固有周期を包含するごとく考案し, 次式のごとく表現した。

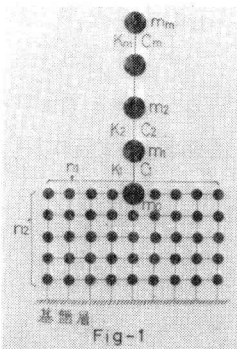
$$\left. \begin{aligned} \psi(t) &= A_2 \cdot e^{-B_2 t} \sin(C_2 t) \cdot u(t) \\ P_g(\omega) &= A_1 + B_1 \sin^2 2\pi n f \cdot \exp\left(-\frac{(f - \bar{f})^2}{C_1}\right) \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (3)}$$

ただし, $A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2$; 定数, $u(t)$; 単位ステップ関数,

$\bar{f}$; $P_g(\omega)$ が最大時の周波数 f の値, $2\pi f = \omega$,

3. 構造物-地盤系のモデル化

構造物および基礎面上にある地表層のモデル化に当たっては, 以下のごとき仮定を用いた。(i) 水平方向の運動のみを解析の対象とする。(ii) 基礎層と地表層との接触面において, 相対変位は生じないものとする。(iii) 地盤中の減衰は, 地盤のひずみ速度に比例する粘性減衰のみを考える。一般に, 地盤と構造物は相対運動をしており, 地盤は構造物に対して一種の振動源となるゆえ, 構造物-地盤系を図-1のごとく地盤の質量効果を考慮して多自由度焦点系に等価置換する。したがって, 基礎面上に加速度波形 $g(t)$ が作用するものとするれば, 上記仮定に基づいて, 構造物-地盤系の運動方程式は, 下記のごとき $(m + n_1 \times n_2)$ 次の連立二次微分方程式としてえられる。



$$\begin{bmatrix} m_{F,0} & & & 0 \\ & m_{1,n_1 \times n_2} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & m_{S,m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_{F,0} \\ \ddot{x}_{F,n_1 \times n_2} \\ \ddot{x}_{S,1} \\ \vdots \\ \ddot{x}_{S,m} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{1,1} & \cdots & C_{1,n_1 \times n_2} \\ \vdots & & \vdots \\ C_{m,n_1 \times n_2,1} & \cdots & C_{m,n_1 \times n_2,n_1 \times n_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_{F,0} \\ \dot{x}_{F,n_1 \times n_2} \\ \dot{x}_{S,1} \\ \vdots \\ \dot{x}_{S,m} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{1,1} & \cdots & K_{1,n_1 \times n_2} \\ \vdots & & \vdots \\ K_{m,n_1 \times n_2,1} & \cdots & K_{m,n_1 \times n_2,n_1 \times n_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{F,0} \\ x_{F,n_1 \times n_2} \\ x_{S,1} \\ \vdots \\ x_{S,m} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{F,0} & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & \ddots & \\ & & & m_{S,m} \end{bmatrix} \{g(t)\} \quad \text{--- (4)}$$

4. 非定常確率過程入力に対する構造物-地盤系の応答

いま、式(4)の x をモード関数 η および時刻関数 q で表わしたうえで、構造物のみの応答を知るために、構造物質量 m 個のうち r 行目の微分方程式を取り出せば次式のごとく求められる。

$$\ddot{\eta}_r + 2\zeta_r \dot{\eta}_r + \omega_r^2 \eta_r = \frac{F_r}{M_r} q_r(t) \quad \text{----- (5)}$$

ここに、 $[M_r] = [\Phi]^T [m] [\Phi]$, $2\zeta_r [M_r] = [\Phi]^T [C] [\Phi]$, $[\omega_r] [M_r] = [\Phi]^T [K] [\Phi]$, $F_r q_r(t) = \{g(t)\} [\Phi]^T \{m\}$,

式(5)の解 η_r は、系が $t=0$ まで静止していたものとすれば、単位衝撃応答関数 $h_r(t)$ を用いて、次式のごとく表わされる。

$$\eta_r = \frac{F_r}{M_r} \int_0^t h_r(t-\tau) q_r(\tau) d\tau \quad \text{----- (6)}$$

ここに、 $h_r(t) = e^{-\zeta_r \omega_r t} \sin \omega_d t / \omega_d$, ($t \geq 0$), ζ_r ; 構造物の減衰定数,

ω_r ; 構造物の非減衰時の固有振動数, ω_d ; 構造物の減衰時の固有振動数,

さて、式(6)の η_r の確率的特性は期待値と共分散によって表わされるが、このうち入力加速度 $q_r(t)$ をガウス過程と見做せば、その期待値は $E[q_r(t)] = 0$ となり、したがって $\eta_r(t)$ の期待値も $E[\eta_r(t)] = 0$ となるゆえ、結局 $\eta_r(t)$ の特性は共分散のみで表わされることとなる。すなわち、

$$K_{\eta_r \eta_r}(t_1, t_2) = E[\eta_r(t_1) \eta_r(t_2)] = \frac{F_r^2}{2M_r^2} \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \psi(t_1) \psi(t_2) h_r(t_1 - \tau_1) h_r(t_2 - \tau_2) P_g(\omega) \cos \omega(\tau_1 - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 d\omega \quad \text{--- (7)}$$

よって、式(7)において $t_1 = t_2 = t$ とおけば、 $\eta_r(t)$ の2乗平均値が得られるゆえ、これにモード関数 Φ を乗することにより、相対変位の2乗平均値が次式のごとく誘導される。

$$\sigma_x^2 = \overline{(x_i - x_{i+1})^2} = \sum_{r=1}^{m+n} (\Phi_{i,r}^2 - 2\Phi_{i,r}\Phi_{i+1,r} + \Phi_{i+1,r}^2) \sigma_{\eta_r}^2 \quad \text{--- (8)}$$

$$\left[\begin{aligned} \sigma_{\eta_r}^2 &= \frac{F_r^2}{2M_r^2} \int_0^t P_g(\omega) \{I_c(\omega, t) + I_s(\omega, t)\} d\omega, \quad I_c(\omega, t) = A_2 e^{-\zeta_r \omega t} [I_{ss}(\omega, t) + I_{ss}(-\omega, t)] / 2\omega_d, \\ I_s(\omega, t) &= A_2 e^{-\zeta_r \omega t} [-I_{ss}(\omega, t) + I_{ss}(-\omega, t)] / 2\omega_d, \quad I_{ss}(\omega, t) = -\frac{1}{2} [K_c(S_1) - K_c(S_2)], \quad I_{sc}(\omega, t) = \frac{1}{2} [K_s(S_1) + K_s(S_2)] \\ S_1 &= (c_2 + \omega - \omega_d)t, \quad K_c(S_1) = [e^{t(\zeta_r - B_2)} \sin((\omega_d + S_1)t + \alpha_1) - \sin(\omega_d t + \alpha_1)] / \sqrt{(\zeta_r - B_2)^2 + S_1^2}, \quad \alpha_1 = \tan^{-1} \frac{(\zeta_r - B_2)}{S_1}, \\ S_2 &= -(c_2 + \omega + \omega_d)t, \quad K_s(S_1) = [e^{t(\zeta_r - B_2)} \sin((\omega_d + S_1)t + \beta_1) - \sin(\omega_d t + \beta_1)] / \sqrt{(\zeta_r - B_2)^2 + S_1^2}, \quad \beta_1 = \tan^{-1} \frac{S_1}{(\zeta_r - B_2)}, \end{aligned} \right]$$

上記と同様の手法で、相対速度、相対加速度の2乗平均値 $\sigma_{\dot{x}}^2, \sigma_{\ddot{x}}^2$ および相関係数 $\sigma_x \sigma_{\dot{x}} \rho_{x\dot{x}}$ がそれぞれ求められ、したがって、これらを用いて $x(t)$ が単位時間内に変位レベル $\bar{x}$ を正の勾配で越える回数 $n(\bar{x}, t)$ も算定されることとなる。

5. 計算例

いま、一例として図-2の実線に示す広尾(EW)地震時の確率密度を用うれば、式(3)の $P_g(\omega)$ は図-2の点線のごとくなり、これと表-1のデータを手えて式(8)の $t=1.0$ sec時の σ_x を求めれば、図-3に示す実線が得られる。これより $P_g(\omega)$ に数次の固有周期を考慮した影響¹⁾および地盤による影響²⁾がかなり顕著に表われていることが認められる。

参考文献 1). 土岐; 地震動のシミュレーションとその応用, 京大防災研113,

2). 小堀, 南井, 社; 大規模基礎のGround Complianceとそのシミュレーション, 京大防災研ナ7号(579.3),

3). 後藤, 土岐, 吉原; 多自由度表示による地盤-構造物基礎系の振動解析について, 京大防災研ナ12号A(544.3),

4). Y. YAMADA - H. TAKEMIYA; Studies on the Responses of Multi-degree-of-freedom systems to Random excitation with applications to the Tower and pier systems of long span suspension Bridge; Trans. of J.S.C.E., Vol. 1, 1969.

表-1

表-1			構造物	地盤
A ₂	1.0	質量	0.25 $\frac{\text{Ton} \cdot \text{cm}^2}{\text{s}^2}$	0.05 $\frac{\text{Ton} \cdot \text{cm}^2}{\text{s}^2}$
B ₂	1.0	バネ定数	30 $\frac{\text{Ton}}{\text{cm}}$	5 $\frac{\text{Ton}}{\text{cm}}$
C ₂	0.3/4	減衰係数	0.1	0.04

