

まえばき。土木構造物に作用する外力の多くは、時間的に不規則に変動し、またその波形を確定関数として表現することが困難である。地震力や風力などはその典型的な例であるが、これらの不規則外力に対する構造物の応答特性を把握し、その設計法を確立するためには、不規則振動論の立場から問題を取り扱い、構造物の非破壊確率を求めておくことがきわめて重要となる。最大応答の確率分布は、最大応答量にある許容値を設定しようとする設計法においてはそのまま非破壊確率を表わす重要な確率量であるが、構造物の応答のような、各時刻間の応答の相関が高い連続過程では、厳密解を求めることはきわめて困難で、従来のほとんどの研究ではこの相関を無視するという、最も単純な仮定がなされてきた。^{1)~4)} 著者は、このような点を改善し、応答間における時間的相関の影響を取り入れたより精度の高い近似解法を提案し、定常入力に対する定常解および過渡解について精度の検討を行なった。^{4)~7)} 本報告では、この方法を、地震動を模擬する非定常確率過程入力に対する線形自由度数系の応答解析に適用し、最大応答の確率分布の性状を検討し、さらに、この結果から平均応答スペクトルを求めて、従来の実地震応答に対する結果と比較検討する。

1. 不規則外力に対する最大応答の確率分布^{4), 7)}

対象とする応答量を $y(t)$ 、継続時間を T 、 $0 \leq t \leq T$ における絶対最大応答を Y とすると、 Y の確率分布 $\bar{\pi}(Y, T)$ は次式で表わされる。

$$\bar{\pi}(Y, T) = P[\max |y(t)| \leq Y; 0 \leq t \leq T] \quad \text{----- (1)}$$

出生過程の基礎微分方程式を解いた結果を式(1)に代入し、さらに応答の時間的相関について近似的評価を行なって、式(1)の近似式が次のように得られた。

$$\bar{\pi}(Y, T) \cong P[|y(0)| \leq Y] \exp \left\{ - \int_0^T \bar{c}_0(Y, t) dt \right\} \quad \text{----- (2)}$$

$$\bar{c}_0(Y, t) = Q_1(Y, t) / Q_2(Y, t)$$

$$Q_1(Y, t) = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_y} \int_{-Y/\sigma_y}^{Y/\sigma_y} d\xi_1 \int_{-Y/\sigma_2}^{Y/\sigma_2} d\xi_2 \cdots \int_{-Y/\sigma_r}^{Y/\sigma_r} \left\{ \int_{-\infty}^0 |\dot{\xi}_t| \phi_m(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r, -\frac{Y}{\sigma_y}, \dot{\xi}_t) d\dot{\xi}_t \right. \\ \left. + \int_0^{\infty} \dot{\xi}_t \phi_m(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r, \frac{Y}{\sigma_y}, \dot{\xi}_t) d\dot{\xi}_t \right\} d\xi_r \quad \text{----- (3)}$$

$$Q_2(Y, t) = \int_{-Y/\sigma_1}^{Y/\sigma_1} d\xi_1 \int_{-Y/\sigma_2}^{Y/\sigma_2} d\xi_2 \cdots \int_{-Y/\sigma_r}^{Y/\sigma_r} d\xi_r \int_{-Y/\sigma_y}^{Y/\sigma_y} \phi_{2n}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r, \xi_t) d\xi_t \quad \text{----- (4)}$$

ただし、 $\xi_i = y(t_i) / \sigma_i$ 、 $\sigma_i^2 = E[y^2(t_i)]$; ($i=1, 2, \dots, r(t)$)、 $\xi_t = y(t) / \sigma_y$ 、 $\sigma_y^2 = E[y^2(t)]$ 、 $\dot{\xi}_t = \dot{y}(t) / \sigma_y$ 、 $\sigma_y^2 = E[\dot{y}^2(t)]$ 、 t_i は $0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_i < \dots < t_{r(t)} < T$ なる任意の時刻。また、 $\phi_m(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r, \xi_t, \dot{\xi}_t)$ および $\phi_{2n}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r, \xi_t)$ はそれぞれの変数の同時確率密度関数である。

$y(t)$ が正規分布となす場合には、式(3)、(4)の積分回数を1回減らすことができる。

2. 地震動の表現

$g(t)$ を平均値ゼロで分散1なる正規定常確率過程, $f(t, \tau)$ を最大値1なる正の確定期関数, β を加速度の次元を有する定数とし, 地震加速度 $\ddot{z}(t)$ を次式で表わす。

$$\ddot{z}(t) = \beta f(t, \tau) g(t) \quad \text{----- (5)}$$

$f(t, \tau)$ としては, ピーク後は指数関数的に減少する³⁾次のような形を用いる。

$$f(t, \tau) = \frac{(1+\xi)^{(1+1/\xi)}}{\xi} e^{-\xi t} (1 - e^{-\xi \tau}) \quad \text{----- (6)}$$

また, $g(t)$ のパワースペクトル密度 $S_g(\omega)$ には次のような関数形を採用する。

$$S_g(\omega) = \frac{4\beta_0}{\pi\omega_0} \frac{(\frac{\omega}{\omega_0})^2}{\{1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2\}^2 + 4\beta_0^2 (\frac{\omega}{\omega_0})^2} ; \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}, T_0: \text{卓越周期} \quad \text{----- (7)}$$

式(6)では継続時間 τ について明確な定義ができないが, 式(5)で表わされる地動が, 分散 β^2 なる定常確率過程から時間 τ の部分を切出したものと最大加速度 α の期待値を等しくする場合, この τ を $\ddot{z}(t)$ の継続時間と定めると, 近似的に次式が得られる。

$$s/\omega_0 = C(\tau/T_0)^{-1.09} \quad \text{----- (8)}$$

C はその大きさによって表-1のような値をとる。ただし, 同表中で τ_m は $f(t, \tau)$ が最大値1をとる時刻で, 次式により与えられる。

$$\tau_m = \frac{1}{s\xi} \log(1+\xi) \quad \text{----- (9)}$$

$s\tau_m$	ξ	C
1.0	0.0	0.166
0.8	0.539	0.136
0.6	1.579	0.108
0.4	4.047	0.077
0.2	13.30	0.050

表-1 地震動のパラメーター

またこの場合の最大加速度の期待値を図-1に示した。

3. 線形/自由度系の応答

線形/自由度系で表わされる構造物が $t=0$ で静止状態にあり, これに地震加速度 $\ddot{z}(t)$ が作用した場合の相対変位応答 $y(t)$ は周知のように次式で与えられる。

$$y(t) = -\frac{1}{\bar{\omega}_n} \int_0^t e^{-\bar{\alpha}_n(t-\tau')} \sin \bar{\omega}_n(t-\tau') \ddot{z}(\tau') d\tau' \quad \text{----- (10)}$$

ただし, ω_n : 固有円振動数, $\bar{\alpha}_n$: 減衰定数, $\bar{\omega}_n = \sqrt{1 - \bar{\alpha}_n^2} \omega_n$

前節2.で設定した地震動を式(10)に用いると, $y(t), \dot{y}(t)$ の分散 $\sigma_y^2(t), \sigma_{\dot{y}}^2(t)$, および $y(t)$ と $\dot{y}(t)$, $y(t_1)$ と $y(t_2)$, $y(t_1)$ と $\dot{y}(t_2)$ の相関係数 $\rho_{yy}(t), \rho_{y\dot{y}}(t, t_2), \rho_{yy}(t_1, t_2)$ がそれぞれ次式のように求められる。

$$\sigma_y^2(t) = \frac{\beta^2 A^2}{\omega_n^2 \xi^2} \int_0^\infty S_g(\omega) \left\{ \frac{J_1(t, t, \omega, s)}{B(\omega, s)} + \frac{J_1(t, t, \omega, (1+\xi)s)}{B(\omega, (1+\xi)s)} - \frac{H_1(t, t, \omega, s, \xi)}{B(\omega, s)B(\omega, (1+\xi)s)} \right\} d\omega \quad \text{----- (11)}$$

$$\sigma_{\dot{y}}^2(t) = \frac{\beta^2 A^2}{\omega_n^2} \int_0^\infty S_g(\omega) \left\{ \frac{1}{B(\omega, s)} \left\{ J_2(t, t, \omega, s) - 2\frac{\bar{\alpha}_n}{s} J_3(t, t, \omega, s) + \frac{\bar{\alpha}_n^2}{s^2} J_1(t, t, \omega, s) \right\} \right\}$$

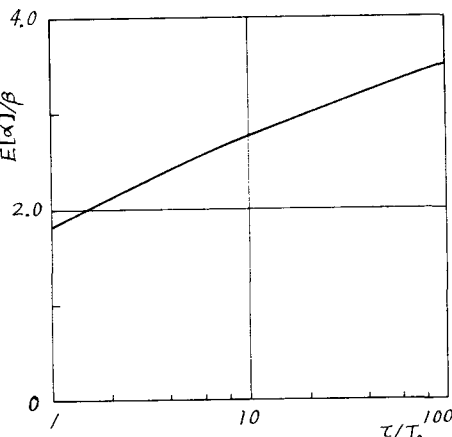


図-1 最大地震加速度の期待値

$$+ \frac{1}{B(\omega, (1+\xi)s)} \left\{ J_2(t, t, \omega, (1+\xi)s) - 2\frac{\lambda^2}{\xi} J_3(t, t, \omega, (1+\xi)s) + \frac{\lambda^2}{\xi^2} J_1(t, t, \omega, (1+\xi)s) \right\} \\ - \frac{1}{B(\omega, s)B(\omega, (1+\xi)s)} \left\{ H_2(t, t, \omega, s, \xi) - 2\frac{\lambda^2}{\xi} H_3(t, t, \omega, s, \xi) + \frac{\lambda^2}{\xi^2} H_1(t, t, \omega, s, \xi) \right\} d\xi \quad (12)$$

$$\rho_{yy}(t) = \frac{\beta^2 A^2}{\omega_n^2 \xi \zeta \zeta_y(t) \zeta_y(t)} \int_0^\infty \zeta_y(\omega) \left[\frac{1}{B(\omega, s)} \left\{ J_2(t, t, \omega, s) - \frac{\lambda^2}{\xi} J_1(t, t, \omega, s) \right\} \right. \\ \left. + \frac{1}{B(\omega, (1+\xi)s)} \left\{ J_3(t, t, \omega, (1+\xi)s) - \frac{\lambda^2}{\xi} J_1(t, t, \omega, (1+\xi)s) \right\} - \frac{1}{B(\omega, s)B(\omega, (1+\xi)s)} \left\{ H_2(t, t, \omega, s, \xi) - \frac{\lambda^2}{\xi} H_1(t, t, \omega, s, \xi) \right\} \right] d\omega \quad (13)$$

$$\rho_{yy}(t_1, t_2) = \frac{\beta^2 A^2}{\omega_n^2 \xi^2 \zeta_y(t_1) \zeta_y(t_2)} \int_0^\infty \zeta_y(\omega) \left\{ \cos \omega(t_2 - t_1) \left\{ \frac{J_1(t_1, t_2, \omega, s)}{B(\omega, s)} + \frac{J_1(t_1, t_2, \omega, (1+\xi)s)}{B(\omega, (1+\xi)s)} - \frac{H_1(t_1, t_2, \omega, s, \xi)}{B(\omega, s)B(\omega, (1+\xi)s)} \right\} \right. \right. \\ \left. \left. + \sin \omega(t_2 - t_1) \left\{ \frac{J_4(t_1, t_2, \omega, s)}{B(\omega, s)} + \frac{J_4(t_1, t_2, \omega, (1+\xi)s)}{B(\omega, (1+\xi)s)} - \frac{H_4(t_1, t_2, \omega, s, \xi)}{B(\omega, s)B(\omega, (1+\xi)s)} \right\} \right\} d\omega \quad (14)$$

$$\rho_{yy}(t_1, t_2) = \frac{\beta^2 A^2}{\omega_n^2 \xi \zeta_y(t_1) \zeta_y(t_2)} \int_0^\infty \zeta_y(\omega) \left\{ \cos \omega(t_2 - t_1) \left\{ \frac{1}{B(\omega, s)} (J_3(t_1, t_2, \omega, s) - \frac{\lambda^2}{\xi} J_1(t_1, t_2, \omega, s)) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{B(\omega, (1+\xi)s)} (J_3(t_1, t_2, \omega, (1+\xi)s) - \frac{\lambda^2}{\xi} J_1(t_1, t_2, \omega, (1+\xi)s)) - \frac{1}{B(\omega, s)B(\omega, (1+\xi)s)} (H_3(t_1, t_2, \omega, s, \xi) - \frac{\lambda^2}{\xi} H_1(t_1, t_2, \omega, s, \xi)) \right\} \right. \\ \left. \left. + \sin \omega(t_2 - t_1) \left\{ \frac{1}{B(\omega, s)} (J_5(t_1, t_2, \omega, s) - \frac{\lambda^2}{\xi} J_4(t_1, t_2, \omega, s)) + \frac{1}{B(\omega, (1+\xi)s)} (J_5(t_1, t_2, \omega, (1+\xi)s) - \frac{\lambda^2}{\xi} J_4(t_1, t_2, \omega, (1+\xi)s)) \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \frac{1}{B(\omega, s)B(\omega, (1+\xi)s)} (H_5(t_1, t_2, \omega, s, \xi) - \frac{\lambda^2}{\xi} H_4(t_1, t_2, \omega, s, \xi)) \right\} \right\} d\omega \quad (15)$$

$$A = \frac{(1+\xi)}{\xi} \frac{(1+1/\xi)}{\xi}, \quad \zeta = \sqrt{1 - \bar{\kappa}_n^2}, \quad B(\omega, s) = \left\{ \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 - (\zeta^2 - \lambda^2(s)) \right\}^2 + 4\zeta^2 \lambda^2(s), \quad \lambda(s) = \bar{\kappa}_n - \frac{s}{\omega_n}$$

$$J_1(t_1, t_2, \omega, s) = \zeta^2 \left[e^{-s(t_1+t_2)} - e^{-(\bar{\kappa}_n \omega_n t_2 + s t_2)} \left\{ (\cos \bar{\omega}_n t_2 + \frac{\lambda(s)}{\xi} \sin \bar{\omega}_n t_2) \cos \omega t_2 + \frac{1}{\xi} \frac{\omega}{\omega_n} \sin \bar{\omega}_n t_2 \sin \omega t_2 \right\} \right. \\ \left. - e^{-(\bar{\kappa}_n \omega_n t_1 + s t_2)} \left\{ (\cos \bar{\omega}_n t_1 + \frac{\lambda(s)}{\xi} \sin \bar{\omega}_n t_1) \cos \omega t_1 + \frac{1}{\xi} \frac{\omega}{\omega_n} \sin \bar{\omega}_n t_1 \sin \omega t_1 \right\} \right. \\ \left. + e^{-\bar{\kappa}_n \omega_n (t_1+t_2)} \left\{ [\cos \bar{\omega}_n t_2 \cos \bar{\omega}_n t_1 + \frac{1}{\xi^2} \left(\left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 + \lambda^2(s) \right) \sin \bar{\omega}_n t_2 \sin \bar{\omega}_n t_1 + \frac{\lambda(s)}{\xi} \sin \bar{\omega}_n (t_2+t_1)] \cos \omega(t_2-t_1) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\xi} \frac{\omega}{\omega_n} \sin \bar{\omega}_n (t_2-t_1) \sin \omega(t_2-t_1) \right\} \right]$$

$$J_2(t_1, t_2, \omega, s) = \zeta^2 \left[\frac{1}{\xi^2} \left(\left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 + \lambda^2(s) \right) e^{-s(t_1+t_2)} - e^{-(\bar{\kappa}_n \omega_n t_2 + s t_2)} \left\{ \left(\frac{1}{\xi^2} \left(\left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 + \lambda^2(s) \right) \cos \bar{\omega}_n t_2 - \frac{\lambda(s)}{\xi} \sin \bar{\omega}_n t_2 \right) \cos \omega t_2 \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\xi} \frac{\omega}{\omega_n} \sin \bar{\omega}_n t_2 \sin \omega t_2 \right\} - e^{-(\bar{\kappa}_n \omega_n t_1 + s t_2)} \left\{ \left(\frac{1}{\xi^2} \left(\left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 + \lambda^2(s) \right) \cos \bar{\omega}_n t_1 - \frac{\lambda(s)}{\xi} \sin \bar{\omega}_n t_1 \right) \cos \omega t_1 + \frac{1}{\xi} \frac{\omega}{\omega_n} \sin \bar{\omega}_n t_1 \sin \omega t_1 \right\} \right. \\ \left. + e^{-\bar{\kappa}_n \omega_n (t_1+t_2)} \left\{ \left[\frac{1}{\xi^2} \left(\left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 + \lambda^2(s) \right) \cos \bar{\omega}_n t_2 \cos \bar{\omega}_n t_1 + \sin \bar{\omega}_n t_2 \sin \bar{\omega}_n t_1 - \frac{\lambda(s)}{\xi} \sin \bar{\omega}_n (t_2+t_1) \right] \cos \omega(t_2-t_1) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\xi} \frac{\omega}{\omega_n} \sin \bar{\omega}_n (t_2-t_1) \sin \omega(t_2-t_1) \right\} \right]$$

$$J_3(t_1, t_2, \omega, s) = \zeta^2 \left[\frac{\lambda(s)}{\xi} e^{-s(t_1+t_2)} - e^{-(\bar{\kappa}_n \omega_n t_2 + s t_2)} \left\{ \left(\frac{\lambda(s)}{\xi} \cos \bar{\omega}_n t_2 - \sin \bar{\omega}_n t_2 \right) \cos \omega t_2 + \frac{1}{\xi} \frac{\omega}{\omega_n} \cos \bar{\omega}_n t_2 \sin \omega t_2 \right\} \right. \\ \left. - e^{-(\bar{\kappa}_n \omega_n t_1 + s t_2)} \left\{ \left(\frac{\lambda(s)}{\xi} \cos \bar{\omega}_n t_1 + \frac{1}{\xi^2} \left(\left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 + \lambda^2(s) \right) \sin \bar{\omega}_n t_1 \right) \cos \omega t_1 - \frac{1}{\xi} \frac{\omega}{\omega_n} \cos \bar{\omega}_n t_1 \sin \omega t_1 \right\} \right. \\ \left. + e^{-\bar{\kappa}_n \omega_n (t_1+t_2)} \left\{ \left[\frac{\lambda(s)}{\xi} \cos \bar{\omega}_n (t_2+t_1) + \frac{1}{\xi^2} \left(\left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 + \lambda^2(s) \right) \cos \bar{\omega}_n t_2 \sin \bar{\omega}_n t_1 - \sin \bar{\omega}_n t_2 \cos \bar{\omega}_n t_1 \right] \cos \omega(t_2-t_1) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\xi} \frac{\omega}{\omega_n} \cos \bar{\omega}_n (t_2-t_1) \sin \omega(t_2-t_1) \right\} \right]$$

$$J_4(t_1, t_2, \omega, s) = \zeta^2 \left[e^{-(\bar{\kappa}_n \omega_n t_2 + s t_2)} \left\{ \frac{1}{\xi} \frac{\omega}{\omega_n} \sin \bar{\omega}_n t_2 \cos \omega t_2 - (\cos \bar{\omega}_n t_2 + \frac{\lambda(s)}{\xi} \sin \bar{\omega}_n t_2) \sin \omega t_2 \right\} \right. \\ \left. - e^{-(\bar{\kappa}_n \omega_n t_1 + s t_2)} \left\{ \frac{1}{\xi} \frac{\omega}{\omega_n} \sin \bar{\omega}_n t_1 \cos \omega t_1 - (\cos \bar{\omega}_n t_1 + \frac{\lambda(s)}{\xi} \sin \bar{\omega}_n t_1) \sin \omega t_1 \right\} \right. \\ \left. + e^{-\bar{\kappa}_n \omega_n (t_1+t_2)} \left\{ -\frac{1}{\xi} \frac{\omega}{\omega_n} \sin \bar{\omega}_n (t_2-t_1) \cos \omega(t_2-t_1) \right. \right. \\ \left. \left. + [\cos \bar{\omega}_n t_2 \cos \bar{\omega}_n t_1 + \frac{1}{\xi^2} \left(\left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 + \lambda^2(s) \right) \sin \bar{\omega}_n t_2 \sin \bar{\omega}_n t_1 + \frac{\lambda(s)}{\xi} \sin \bar{\omega}_n (t_2+t_1)] \sin \omega(t_2-t_1) \right\} \right]$$

$$J_2(t_1, t_2, \omega, s) = -\zeta^2 \left\{ \frac{1}{\zeta} \frac{\omega}{\omega_n} e^{-s(t_2+t_1)} - e^{-(h_n \omega_n t_2 + s t_1)} \left\{ \frac{1}{\zeta} \frac{\omega}{\omega_n} \cos \bar{\omega}_n t_2 \cos \omega t_2 - \left(\frac{\Lambda(s)}{\zeta} \right) \cos \bar{\omega}_n t_2 - \sin \bar{\omega}_n t_2 \right\} \sin \omega t_2 \right\} \\ - e^{-(h_n \omega_n t_1 + s t_2)} \left\{ \frac{1}{\zeta} \frac{\omega}{\omega_n} \cos \bar{\omega}_n t_1 \cos \omega t_1 + \left(\frac{\Lambda(s)}{\zeta} \right) \cos \bar{\omega}_n t_1 + \frac{1}{\zeta^2} \left(\left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 + \lambda^2(s) \right) \sin \bar{\omega}_n t_1 \right\} \sin \omega t_1 \Big\} \\ + e^{-h_n \omega_n (t_2+t_1)} \left\{ \frac{1}{\zeta} \frac{\omega}{\omega_n} \cos \bar{\omega}_n (t_2-t_1) \cos \omega (t_2-t_1) \right. \\ \left. - \left[\left(\frac{\Lambda(s)}{\zeta} \right) \cos \bar{\omega}_n (t_2+t_1) + \frac{1}{\zeta^2} \left(\left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 + \lambda^2(s) \right) \cos \bar{\omega}_n t_2 \sin \bar{\omega}_n t_1 - \sin \bar{\omega}_n t_2 \cos \bar{\omega}_n t_1 \right] \sin \omega (t_2-t_1) \right\} \Big\}$$

$$H_1(t_1, t_2, \omega, s, \xi) = I_1(t_2, \omega, s) I_1(t_1, \omega, (1+\xi)s) + I_1(t_2, \omega, (1+\xi)s) I_1(t_1, \omega, s) + I_3(t_2, \omega, s) I_3(t_1, \omega, (1+\xi)s) + I_3(t_2, \omega, (1+\xi)s) I_3(t_1, \omega, s) \\ H_2(t_1, t_2, \omega, s, \xi) = I_2(t_2, \omega, s) I_2(t_1, \omega, (1+\xi)s) + I_2(t_2, \omega, (1+\xi)s) I_2(t_1, \omega, s) + I_4(t_2, \omega, s) I_4(t_1, \omega, (1+\xi)s) + I_4(t_2, \omega, (1+\xi)s) I_4(t_1, \omega, s) \\ H_3(t_1, t_2, \omega, s, \xi) = I_4(t_2, \omega, s) I_4(t_1, \omega, (1+\xi)s) + I_4(t_2, \omega, (1+\xi)s) I_4(t_1, \omega, s) + I_2(t_2, \omega, s) I_2(t_1, \omega, (1+\xi)s) + I_2(t_2, \omega, (1+\xi)s) I_2(t_1, \omega, s) \\ H_4(t_1, t_2, \omega, s, \xi) = I_3(t_2, \omega, s) I_3(t_1, \omega, (1+\xi)s) + I_3(t_2, \omega, (1+\xi)s) I_3(t_1, \omega, s) - I_1(t_2, \omega, s) I_3(t_1, \omega, (1+\xi)s) - I_1(t_2, \omega, (1+\xi)s) I_3(t_1, \omega, s) \\ H_5(t_1, t_2, \omega, s, \xi) = I_2(t_2, \omega, s) I_1(t_1, \omega, (1+\xi)s) + I_2(t_2, \omega, (1+\xi)s) I_1(t_1, \omega, s) - I_4(t_2, \omega, s) I_3(t_1, \omega, (1+\xi)s) - I_4(t_2, \omega, (1+\xi)s) I_3(t_1, \omega, s)$$

$$I_1(t, \omega, s) = \eta_1(\omega, s) e^{-st} - e^{-h_n \omega_n t} \left\{ \eta_1(\omega, s) \cos \bar{\omega}_n t + \eta_2(\omega, s) \sin \bar{\omega}_n t \right\} \cos \omega t - \left\{ \eta_3(\omega, s) \cos \bar{\omega}_n t - \eta_4(\omega, s) \sin \bar{\omega}_n t \right\} \sin \omega t \\ I_2(t, \omega, s) = -\eta_4(\omega, s) e^{-st} + e^{-h_n \omega_n t} \left\{ \eta_4(\omega, s) \cos \bar{\omega}_n t + \eta_3(\omega, s) \sin \bar{\omega}_n t \right\} \cos \omega t - \left\{ \eta_2(\omega, s) \cos \bar{\omega}_n t - \eta_1(\omega, s) \sin \bar{\omega}_n t \right\} \sin \omega t \\ I_3(t, \omega, s) = \eta_3(\omega, s) e^{-st} - e^{-h_n \omega_n t} \left\{ \eta_3(\omega, s) \cos \bar{\omega}_n t - \eta_4(\omega, s) \sin \bar{\omega}_n t \right\} \cos \omega t + \left\{ \eta_1(\omega, s) \cos \bar{\omega}_n t + \eta_2(\omega, s) \sin \bar{\omega}_n t \right\} \sin \omega t \\ I_4(t, \omega, s) = \eta_2(\omega, s) e^{-st} - e^{-h_n \omega_n t} \left\{ \eta_2(\omega, s) \cos \bar{\omega}_n t - \eta_1(\omega, s) \sin \bar{\omega}_n t \right\} \cos \omega t + \left\{ \eta_4(\omega, s) \cos \bar{\omega}_n t + \eta_3(\omega, s) \sin \bar{\omega}_n t \right\} \sin \omega t$$

$$\eta_1(\omega, s) = \zeta \left\{ \zeta^2 + \lambda^2(s) - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right\}, \eta_2(\omega, s) = \lambda(s) \left\{ \zeta^2 + \lambda^2(s) + \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right\}, \eta_3(\omega, s) = 2\zeta \lambda(s) \frac{\omega}{\omega_n}, \eta_4(\omega, s) = \frac{\omega}{\omega_n} \left\{ \zeta^2 - \lambda^2(s) - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right\}$$

式(11)~(15)から得られる応答の分散および相関係数を式(2)~(4)に用いることにより、最大応答の確率分布至 (Y, T) を近似的に求めることができる。その場合の近似の精度は h_n, T 、式(3)、(4)の t_i ($i=1, 2, \dots, t$)の選び方などに影響される⁹⁾。

4. 平均応答スペクトル

以上のようにして最大応答の確分布が求まると、これを用いて最大応答の平均値 $E[Y]$ を算出できる⁹⁾。これを振動系の固有周期 T_n と減衰定数 h_n についてプロットすれば、式(5)のような地震入力に対する構造物の応答スペクトル S_D を、確率統計的手法により求めたことになる。すなわち、

$$S_D(T_n, h_n) = E[Y] = \int_0^\infty \{1 - \Phi(Y, T)\} dY \quad \text{----- (16)}$$

以上の方法により、地震時における構造物の最大応答と、その平均値 $(S_D(T_n, h_n))$ とばかりつき(至 (Y, T))の両面から評価することが可能となる。数値計算の結果は講演時に報告する。

終りに、終始御指導を頂いた後藤尚男教授に深謝の意を表す。

- 1) Auerenport: Proc. ICE, Vol. 19, 1961. 2) 小松: 土木学会論文集, 142号, 照. 42.
3) Freudenthal & Shinoguka: 土木学会論文集, 118号, 照. 40. 4) 山田・竹宮: 土木学会論文報告集, 172号, 照. 44.
5) 後藤・龜田: 土木学会論文集, 159号, 照. 43. 6) 後藤・龜田: 京大防災研年報, 11号A, 照. 43.
7) 後藤・龜田: 京大防災研年報, 12号A, 照. 44.