

京都大学	工学部	正員	小西 一郎
京都大学	工学部	正員	白石 成人
京都大学	工学部	学生員	○北川 貴一
京都大学	工学部		角田 尚志

I. まえがき

吊橋はその低い剛性に特徴を有しており、列車荷重などの集中的かつ巨大な荷重をうける場合には、その安全性が問題となる。列車走行による荷重の作用の形式としては種々考えられるが、本研究では、単純桁橋において A. Schallenkamp および C. T. G. Looney が用いた 2 つの方法によって、平滑走行による速度効果と Zimmermann 効果を外力として考慮し、それらの影響を、たわみの衝撃係数の形でまとめた。

II. 基礎方程式

(1) A. Schallenkamp による方法

吊橋の各スパンについてたわみを次のように仮定する。

$$\eta_n(x, t) = \sum_i g_{n,i}(t) \sin \frac{i\pi x}{l_n} \quad (n: \text{スパン名}, \quad l_n: \text{スパン長}) \quad (1)$$

これよりエネルギーを求め、Lagrange の運動方程式に入れて整理すると、

$$i = 2, 4, 6, \dots \text{のとき}, \quad \ddot{g}_{n,i} + E_{n,i}^2 g_{n,i} = \frac{2}{m_n l_n} Q_{n,i} \quad (2)$$

$$i = 1, 3, 5, \dots \text{のとき}, \quad \ddot{g}_{n,i} + E_{n,i}^2 g_{n,i} + \frac{\alpha_n^2}{i} \frac{f_n}{l_n} \left(\sum_n \frac{l_n}{f_n} \sum_{j=1,3,5,\dots} \frac{g_{n,j}}{i} \right) = \frac{2Q_{n,i}}{m_n l_n} \quad (3)$$

$$\begin{cases} E_{n,i}^2 = EI_n / m_n \cdot (i\pi / l_n)^4 + H_w / m_n \cdot (i\pi / l_n)^2 \\ \alpha_n^2 = 8 l_n A_c E_c / (m_n \pi^2 f_n^2 L_E) \quad f_n = l_n^2 / 8 f_n \end{cases}$$

(2), (3) 式において $Q_{n,i}$ は一般力であるが、これは次のように書ける。

$$Q_{n,i} = \left(P - \frac{P}{g} \frac{d^2 l_n}{dt^2} \right) \sin i \varphi_n t \quad (4)$$

(4) 式の $d^2 l_n / dt^2$ をこのまま計算に用いることは極めて繁雑となりまず不可能である。そこで、A. Schallenkamp のように、この項を鉛直方向のみの加速度で近似すると走行速度と時間のみの関数となり、この項を計算に用いることが可能となる。

(2) C. T. G. Looney による方法

吊橋のたわみ η_B を次のように仮定する。

$$\eta_B(x_B, t) = \sum_i d_i(t) \sin \frac{i\pi x_B}{l} \quad (d_i: l/2i \text{ 点のたわみ}) \quad (5)$$

移動荷重の鉛直方向の運動に対しては、

$$\eta_B(x_P, t) = \sum_i d_i(t) \sin \frac{i\pi x_P}{l} \quad (6)$$

荷重 P が x_P にあるときの弓点のたわみを次のように分けて考える。

$$\left. \begin{aligned} 1) \text{ 静的載荷によるたわみ} & \quad \Delta_{LL} = P \cdot \sum (d_i)_{P_i=1} \sin \frac{i\pi x_P}{l} \\ 2) \text{ 橋の慣性力によるたわみ} & \quad \Delta_{MB} = -\frac{1}{2} \frac{\omega l}{g} \sum (d_i)_{P_i=1} a_{is} / \sin \frac{i\pi \xi}{l} \\ 3) \text{ 荷重の慣性力によるたわみ} & \quad \Delta_{ML} = -\frac{P}{g} \ddot{\eta}_P \sum (d_i)_{P_i=1} \sin \frac{i\pi x_P}{l} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$(d_i)_{P=1}$: 5点に $P=1$ が作用したときの d_i

a_{i5} : 5点の鉛直方向の加速度

鉛直方向のたわみ, 速度, 加速度の関係式は,

$$d_{i5}'' - d_{i5}' = (v_{i5}' + v_{i5}'') \cdot \frac{\Delta t}{2}, \quad v_{i5}'' - v_{i5}' = (a_{i5}' + a_{i5}'') \cdot \frac{\Delta t}{2} \quad (8)$$

(7), (8) 式より "Step by Step Analysis" の基礎方程式は次の多元連立一次方程式となる。

$$\begin{aligned} & \left\{ \left(\frac{\Delta t}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} (d_i)_{P=1} \frac{1}{\sin \frac{\pi x_p}{l}} \right\} a_{i5}'' + \frac{P}{g} (d_i)_{P=1} \sin \frac{\pi x_p}{l} \left[\sum_j \frac{a_{ij}''}{\sin \frac{\pi x_j}{l}} \sin \frac{\pi x_p}{l} \right. \\ & \quad \left. + 2 \sum_j \frac{d_{ij}'' \left(\frac{\Delta t}{2} \right)}{\sin \frac{\pi x_j}{l}} \left(\frac{\pi}{l} \right) \dot{x}_p \cos \frac{\pi x_p}{l} - \sum_j \frac{a_{ij}' \left(\frac{\Delta t}{2} \right)^2}{\sin \frac{\pi x_j}{l}} \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \dot{x}_p^2 \sin \frac{\pi x_p}{l} \right] \\ & = P \cdot (d_i)_{P=1} \sin \frac{\pi x_p}{l} - d_{i5}' - v_{i5}' \Delta t - a_{i5}' \left(\frac{\Delta t}{2} \right)^2 - \frac{P}{g} (d_i)_{P=1} \sin \frac{\pi x_p}{l} \cdot \left[\right. \\ & \quad \left. 2 \sum_j \frac{v_{ij} + v_{ij}' \left(\frac{\Delta t}{2} \right)}{\sin \frac{\pi x_j}{l}} \left(\frac{\pi}{l} \right) \dot{x}_p \cos \frac{\pi x_p}{l} - \sum_j \frac{d_{ij}' + v_{ij}' \Delta t + a_{ij}' \left(\frac{\Delta t}{2} \right)^2}{\sin \frac{\pi x_j}{l}} \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \dot{x}_p^2 \sin \frac{\pi x_p}{l} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

III. 計算結果と考察

計算に用いた吊橋は, 京都大学工学部土木教室の模型 (1/100, スパン 860 cm, 単径間吊橋) で, 荷重は単一集中荷重 5 Kg とした。初期振動および進行荷重については, 荷重が独立であると考え, II の式を用いて重ね合わせであることが容易に証明されるので, 本計算においては, 単一集中荷重で, 初期振動がないとした。II (イ) (ロ) の二つの方法によって, Zimmermann 効果を無視して計算した 1/4 点のたわみの影響係数 (図 1), たわみの動的成分のみの影響係数 (図 2) および次式によって定義される衝撃係数 (図 3) を右に示す。

$$\left. \begin{aligned} i_I &= \eta_{d \max} / \eta_{s \max} - 1 \\ i_{II} &= |\eta_d - \eta_s|_{\max} / \eta_{s \max} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

図 2 から振動数を出すと, 1/4 点では逆対称 1 次の振動モードが支配的であることがわかる。また本論文では, II の解法による計算結果の比較という点に 1 つの主眼がおかれており, 図 1 ~ 3 に見られるように 1/4 点では両者とも同じ傾向を示している。

さらに詳細な計算結果は当日スライドで発表する予定である。

参考文献

- A. Schallenkamp, "Schwingungen von Trägern bei bewegten Lasten", 1937
C. T. G. Looney, "Impact on Railway Bridges", 1944

