

# I-156 吊形式橋梁の渦励振

東京大学 正員 伊藤 學  
 同上 正員 田中 宏  
 日本鋼管 正員 戸井田 浩

## 1. まえがき

橋梁の風による振動は、従来行なわれて来た風洞実験の結果と実橋における観測結果とを総合すると、(1)風速上昇と共に振動が発散し、橋梁構造を崩壊に至らせる振動、(2)ある限界以上の風速域でのみ発生し、風速の増加に伴って振幅が一旦増大するがやがて減少し消滅する振動、の2種に大別しえることが知られている。このうち(2)の振動は、橋梁構造にとって致命的でないが、その使用性能上の重大な問題となる場合も考えられ、また最近はトラスドアーチの斜材などの部材にも被害例が見られ、橋梁工学上大切な問題となる。本報告は、H型、M型、□型のようす基本的断面形状の橋桁を有する斜張橋・吊橋の風洞実験において認められるこの種の限界振動(restricted oscillation)の性状と励振機構に関する考察である。<sup>1)</sup>

## 2. 斜張橋・吊橋の全橋模型風洞実験

### (1) 実験概要

模型の一般図を図-1～2、振動特性を表-2～3に示す。主桁断面の縦横比は全て  $H/B = 0.20$  である。

斜張橋は支間割り 2:5:2 の三径間連続梁、ザイルは橋軸中央の一面吊り又は両端の二面吊りとする。主塔基部は一面ザイルの場合は桁に剛結し、二面ザイルの場合は鉛直となる。吊橋は单径間で、動特性の検出を容易にするため、横方向曲げ剛性を特に大きくしてある。なお各型式とも、予備実験として揺み、振れ、横方向曲げ等の静的載荷試験を行なったが、一般に変形は計算値とよく一致しているので結果については省略する。送風実験の結果を図-3～5に例示する。

表-1 斜張橋模型の動特性

模 型	1面ザイル		2面ザイル			
	H	M	□	□		
鉛直曲げ	対称1次	N 2.33	2.32	2.25	2.85	2.86
	δ	0.049	0.075	0.055	0.061	0.057
	" 2次	N			4.39	4.40
逆対称	"	δ			0.095	0.054
	1次	N 2.94	2.94	2.98	3.01	2.96
	δ	0.159	0.091	0.149	0.057	0.075
振れ	対称1次	N 4.02	3.95	4.81	5.95	6.06
	δ	0.044	0.047	0.262	0.057	0.075

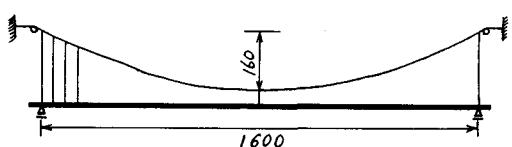
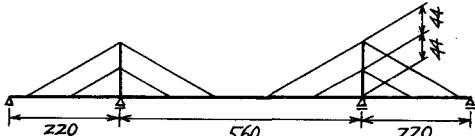


図-1 模型一般図



図-2 主桁断面図

表-2 吊橋模型の動特性

振動波形	N (1/s)		δ	
	理論値	実験値	実験値	
鉛直曲げ	対称 1次	1.24	1.26	0.0305
	2次	1.80	1.82	0.0742
	3次	2.48	2.50	0.0300
	4次	3.87	3.77	0.0310
逆対称	1次	0.89	0.92	0.0746
	2次	1.88	1.89	0.0283
	3次	3.05	3.06	0.0274
	4次	4.46	4.50	0.0339
振れ	対称 1次	2.93	2.94	0.0316
	逆対称 1次	3.57	3.61	0.0303
	横曲げ	対称 1次	1.47	1.46

1) 構造物の耐風性に関するオランダシンポジウム(1970)において一部発表。

## (2) 後流渦の測定

主桁後方に熱線風速計を配置し、後流渦の検出を行った。一般に、桁が振動しない風速領域では渦の周波数  $N$  が風速  $V$  と比例する。これから求められる Strouhal 数  $S = NH/V$  は H, □断面で  $S = 0.105$ , □断面で  $S = 0.120$  である。□断面に対する値は他の実験によても確認された。<sup>2)</sup> 桁の振動が始まると、渦周波数はほぼ一定となり、桁の振動数と一致する (locked-in 現象)。

## (3) 曲げ振動

曲げの限界振動は風速の増加と共に順次そのモードが変化する。各モードにおける振動数がそれまでの風速における渦の周波数と対応していることから、この振動は渦の周波数との共振による強制振動と考えることができる。各モードにおける最大振幅は共振実近傍で観測されるが、このことは一般の強制振動の応答特性とよく一致する。各モードの共振実、終息実はそれぞれ一本の直線によく結ばれ、その勾配は共振実を結ぶ直線勾配の約 1.11 倍及び 0.91 倍となっている。高次モードにおける最大振幅は、一般に低次モードの場合よりも小さい。

## (4) 摆小振動

H, □断面の斜張橋では低風速域に揺れ限界振動が発生した。モードは破壊振動(自励振動)と同じ対称屈曲形であって、渦の周波数が固有振動数の半分又は整数倍となる風速で振幅が最大となり、周波数同調は起らない。この振動は次の自励振動の発現を促していくように見える。これに対して迎角の小さい H型では最後の限界振動が顕著にはあらわれず、振幅が漸増して破壊振動に至り、周波数同調を伴ってい（図-6）。□型では揺れ限界振動が発生しないのは、

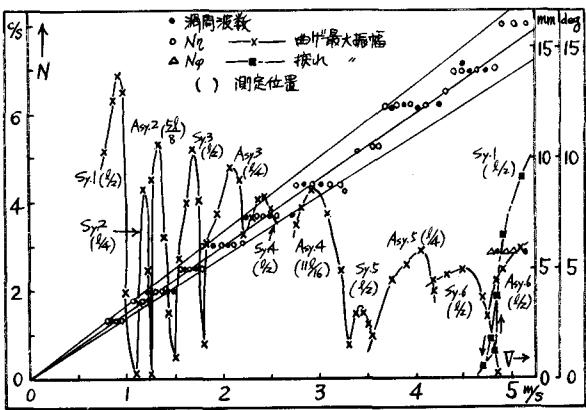


図-5 吊橋(口型,迎角 $0^\circ$ )の応答

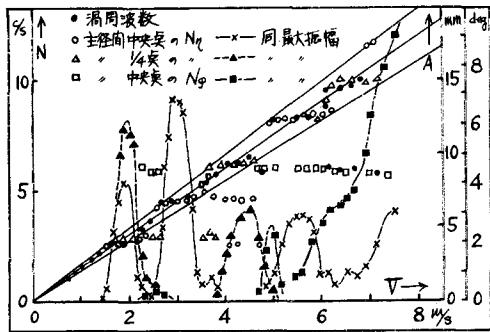


図-3 斜張橋(2面ザル H型,迎角 $0^\circ$ )の応答

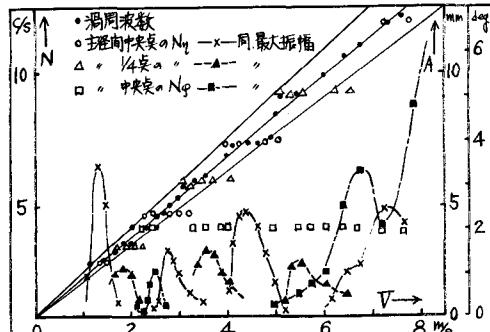


図-4 斜張橋(1面ザル H型,迎角 $0^\circ$ )の応答

2) 田中・森光・根橋, 構造断面後流中の風速変動, 第25回土木学会学術講演会, 1970

H, □型の場合のように風上側稜角部で剥離した流体が凹部に入り込むことがちいためではないかと思われる(図-7)。<sup>3)</sup>

### 3. □型断面に対する二次元風洞実験

前述の実験に用いた□型断面模型に対する二次元風洞で自由振動実験を試みた。模型の諸元は全径向実験の吊橋模型に合わせ、固有振動数及び減衰率は全径向実験において得られたいくつかのモードと並い値をとった。送風実験の結果得られた振動状況を図-8に示す。これを図-4の全径向実験と比較してみると、最大振幅に対応する風速(固有振動数と共振実験との共振点)は非常によく一致している。振動の発生する風速域は一般に自由振動実験における方が広いが、これは部分模型の場合には固有振動数に対応する共振点が一つしか定まらないに対して、全径向実験においては風速が変化すると直ちに隣接する他のモードの振動が発生しエネルギーを吸収するためと思われる。図-9は同一の固有振動数に対して、電磁式減衰器を用いて減衰率を変化させた場合の振動性状の変化を示す。共振点はわずかに変化するがほど同じ風速で与えられ、振幅は著しく変化している。フリッターのようす自動振動においては限界風速が減衰率と共に変化するのが一般的であるのに対して、図-9はこの種の限界振動が強制振動的特徴を有することを明示している。

### 4. 二次元・三次元実験における振幅の差

自由振動実験における観測値は前述のとおり三次元実験における駆振風速を確認すると同時にこれが気流剥離に伴う渦形成による強制振動現象であることを示しているが、観測される振動振幅は全径向実験と比べると非常に小さい。この理由を次に考えてみる。

#### ① エネルギーによる比較

二次元模型における振動のエネルギーは振幅  $A$  に対して減衰を無視すると

$$E_i = \frac{1}{2} k A^2 \quad (k = バネ定数) \text{ である。}$$

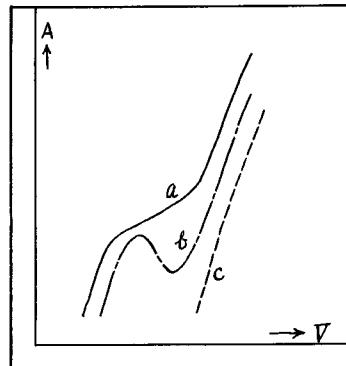


図-6 振動の発散状況

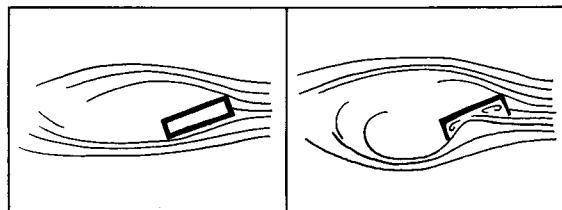


図-7 流線状況の例

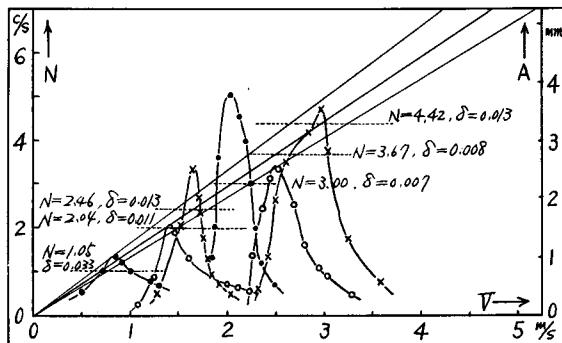


図-8 二次元模型実験での応答

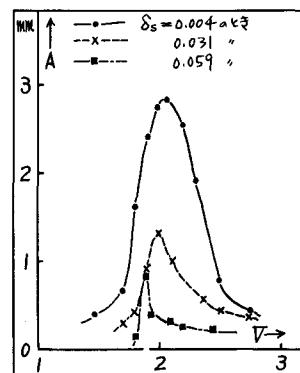
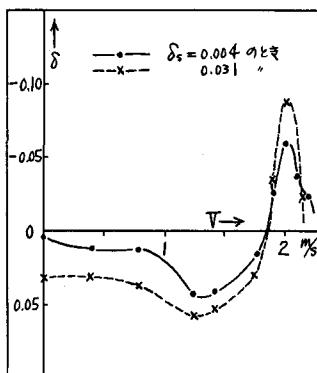


図-9 振動性状の減衰による違い

3) 伊藤・田中・橋口, 煙風洞における桁断面における流線の考察, 第24回土木学会学術講演会, 1969.

これに對して三次元模型の振動エネルギーは振動モード  $\phi(x) = A \sin \lambda x$  に対して  $E_2 = \frac{Wb^2}{2g} \int \phi^2 dz$  ( $Wb$  = 単位長重量,  $b$  = 丹振動数) となるので,  $E_1 : E_2$  が渦によるエネルギー供給量の比と等しいと仮定すれば、模型の諸元が等しい場合には  $A/A = 1/\sqrt{2} \approx 0.71$  となる。ここでは実測された振幅比を説明するに十分ではない。

## ② クーロン摩擦の影響

二次元系においてはクーロン摩擦力が作用しているものと考えると、運動方程式は

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f \sin \omega t \pm F \quad (1)$$

$F=0$  の場合には普通の強制振動系であって、共振時振幅は  $A_0 = f/c\omega$  で与えられる。 $F$  が存在するときにはこれを等価粘性減衰とおき換えて解けば共振振幅は  $A = f/c\omega - 4F/\pi c\omega$

従って振幅比は

$$\frac{A}{A_0} = 1 - \frac{4F}{\pi f} \quad (2)$$

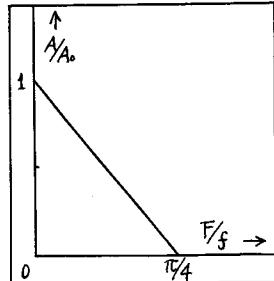


図-10  $\frac{A}{A_0}$  と  $\frac{F}{f}$  の関係

で減少する(図-10)。いま渦の絶対値  $f$  に対して仮に  $F = f/3$  の乾性摩擦があれば  $A/A_0 = 0.58$ ,  $F = 2f/3$  なら  $A/A_0 = 0.15$  まで減少することになる。この点に肉しては更に検討中である。

## 5. 携動振ににおける空力負減衰効果

振動系に作用する外力として線型非定常の空気力を考えると、運動方程式は次のようになる。

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = L_R y + L_I y \quad (3)$$

これを解く  $y = A e^{-pt} \frac{\cos \omega t}{\sin \omega t} \sqrt{p^2 - \omega^2 t}$  (4)

$$\text{ここで } \beta = (c - L_I)/2m, \quad p = \sqrt{(k - L_R)/m}$$

系全体の対数減衰率  $\delta$  を考えると

$$\delta = \pi(c - L_I)/mp$$

従って、非定常空力減衰を  $L_{qI} = L_I/\pi p b^2 \omega$  で無次元化し、構造減衰を  $\delta_s$  とあらわせば

$$L_{qI} = \omega(\delta_s - \delta)/\pi^2 p b^2 q \quad (5)$$

となる。 $w$  = 術の単位長重量,  $b$  = 半幅である。同様にして空力モーメントにおける減衰項は

$$M_{qI} = \theta(\delta_s - \delta)/\pi^2 p b^4 \quad (6)$$

二次元風洞実験から得られた典型的な測定値(図-11)を用いて、 $L_{qI}$ ,  $M_{qI}$  を計算したものが図-12 である。換算振動数  $k$  の小さい領域における強制振動法による測定値<sup>4)</sup>ともよく連続している。前述のように後流渦の周波数と術の共振によく強制振動現象は、このような空力負減衰効果による限定的な自励振動現象とも見得るわけである。両者の関連性については更に検討中である。

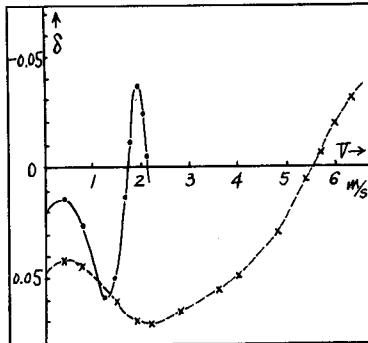


図-11 二次元風洞の実験値

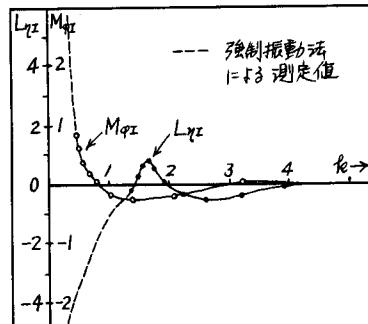


図-12 非定常空気力成分

4) 田中・伊藤、充腹構造物の自励振動における空気力の特性、土木学会論文報告集 No. 168, 1969.