

京都大学 工学部 正 員 小西一郎
 京都大学 工学部 正 員 白石成人
 京都大学 工学部 学生員 谷口健男

1. まえがき

骨組構造物のもつネットワークポロジ-的性質を利用した弾性解析法として、Displacement Method, Force Method, および Displacement Methodの変形ともいふべき Tree Method がある。しかしながら、弾塑性解析には、Displacement Methodのみだけが適用されているにすぎない。本研究において、Tree Methodを用いた弾塑性解析の基礎式を導く。特に、骨組構造物の Flexibility Matrix を、Householder's Formulaの連続的適用によって求め、そして、この方法の利点をさぐってみる。

2. 基礎式の誘導

弾性解析における Tree Methodの基礎式¹⁾を増分形式で表わすと、下式のように与えられる。ただし、温度変化等による部材変形量は無視する。

$$\delta V_T = (D^* K D)^{-1} B_T \delta P, \quad \delta V_L = D_L \delta V_T, \quad \delta R = K \delta V \quad (1)$$

ここで、Suffix T, Lは各々、Tree および Link部材の諸量を表わす。

δV ; 部材変形増分量

D ; Basic Cut-Set Matrix

K ; Primitive Stiffness Matrix

B_T ; Node-to-Datum Path Matrix

δP ; 節点荷重増分

δR ; 部材端力増分

荷重を増加させていく場合、全部材が弾性的挙動をする間、式(1)を用いて構造物を解析することができるが、そのうちの一部部材端に塑性ヒンジが発生すると、その部材の剛性が変化することになり、Stiffness Matrix Kを修正しなければならない。その修正項は δK と表わされ、小西、白石、玉村、谷口の研究²⁾で求められている。いま、Tree および Link 部材の Stiffness の修正項を各々、 δK_T , δK_L で表わし、j-th Tree 部材および k-th Link 部材に塑性ヒンジが発生したとする。

$$\delta K = \begin{bmatrix} \delta K_T & 0 \\ 0 & \delta K_L \end{bmatrix}, \quad \delta K_T = \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ \vdots & \delta K_T^j & \vdots \\ 0 & & 0 \end{bmatrix}, \quad \delta K_L = \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ \vdots & \delta K_L^k & \vdots \\ 0 & & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

修正された Stiffness Matrix を K^* で表わすと

$$K^* = K - \delta K = \begin{bmatrix} K_T - \delta K_T & 0 \\ 0 & K_L - \delta K_L \end{bmatrix} \quad (3)$$

(1)式中に含まれる K を (3)式の K^* で置き換えることにより、解析をつづけることができる。ただし、塑性ヒンジが発生してから後は、各荷重段階で K^* の値を毎回求めてゆかねばならない。

3. Flexibility Matrixの求め方

(1)式で問題となるのは、 $(D^* K D)^{-1}$ の計算である。これは、直接計算してもよいが、弾塑性解析の場合 $(D^* K^* D)^{-1}$ の計算になり、 K^* が各荷重段階で変化するから毎回逆行列を計算しなければならず、

巨大構造物を取り扱う場合、計算に長時間がかかることになる。この欠点をなくした別の計算方法を、ここで述べる。

全部材が弾性的挙動をするときの Structural Stiffness Matrix を $K^{(0)}$, Structural Flexibility Matrix を $F^{(0)}$ で表わすと、

$$K^{(0)} = D^t K D = K_T + D^t K_L D_L, \quad F^{(0)} = [K^{(0)}]^{-1} = (K_T + D^t K_L D_L)^{-1} \quad (4)$$

ある荷重段階で、いくつかの部材に塑性ヒンジが発生したとすると、その修正項を $\delta K^{(1)}$ で表わすと、その時の Structural Stiffness Matrix $K^{(1)}$ は

$$K^{(1)} = [I_T, D_L^t] \begin{bmatrix} K_T - \delta K_T^{(1)} & 0 \\ 0 & K_L - \delta K_L^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_T \\ D_L \end{bmatrix} = K^{(0)} - (\delta K_T^{(1)} + D^t \delta K_L^{(1)} D_L) \quad (5)$$

(5)式中、 $\delta K_T^{(1)}$, $\delta K_L^{(1)}$ は一般に Singular Square Matrices であるから、上式に直接 Housholder's Formula を適用することはできない。

いま、Permutation Matrix Ω を導入する。

$$\Omega_j = [0, \dots, \underset{j\text{-th}}{I}, 0, \dots, 0] \quad (6)$$

ここで I は平面構造物のときは (3×3) の単位行列であり、立体構造物のときは (6×6) の単位行列。

$$\text{よって } \delta K_T^{(1)} = \sum_j \Omega_j^t \delta K_T^{(1)} \Omega_j \quad (7)$$

Basic Cut-Set Matrix D の k -th row matrix を D_{Lk} とすると

$$D^t \delta K_L^{(1)} D_L = \sum_k D_{Lk}^t \delta K_L^{(1)} D_{Lk} \quad (8)$$

(7), (8)両式を(5)式に代入すると、

$$K^{(1)} = K^{(0)} - \left(\sum_j \Omega_j^t \delta K_T^{(1)} \Omega_j + \sum_k D_{Lk}^t \delta K_L^{(1)} D_{Lk} \right) \quad (9)$$

(9)式に Housholder's Formula を $(j+k)$ 回連続的に適用すれば、 $K^{(1)}$ の逆行列 $F^{(1)}$ が求まる。

$$F^{(1)} = [K^{(1)}]^{-1} \quad (10)$$

次の回目の荷重段階においては、その Flexibility Matrix $F^{(m)}$ は

$$F^{(m)} = [K^{(m)}]^{-1} \quad (11)$$

$$\text{ここで } K^{(m)} = K^{(m-1)} - \left(\sum_j \Omega_j^t \delta K_T^{(m)} \Omega_j + \sum_k D_{Lk}^t \delta K_L^{(m)} D_{Lk} \right) \quad (12)$$

4. あとがき

Tree Method を用いた弾塑性解析法を導出した。この方法は接地点の多い骨組構造物の弾塑性解析に適している。またこの方法を用いることにより、構造物全体の Flexibility Matrix は一回だけ計算するだけでよく、それ以後は、その Flexibility Matrix を部分的に修正していくだけでよいことになり、その修正計算においても、平面構造物では (3×3) 、立体構造物では (6×6) の逆行列演算であるので、計算回数、計算時間の減少および短縮を期待することができると。

[参考文献]

- 1). I. Konishi, N. Shiraishi, S. Tamamura and T. Taniguchi, "A Network-Topological Study on Statical Analysis of Rigid Framed Structure," Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyoto Univ., Vol. 31, Part 4, Oct. 1969
- 2). 小西, 白石, 玉村, 谷口, "ネットワークトポロジー的性質を用いた骨組構造物の弾塑性解析," 土木学会関西支部講演会概要, 昭和45年.