I-138　任意立体ラーメンの解析

信州大学　学生員　○赤羽　明信
信州大学　正　員　谷本勉之助
信州大学　正　員　夏目正太郎

1. はじめに

立体ラーメンの解法は数多く知られており実際に使用されているが　計算能率，演算誤差の集積，あまり大きなもので節点数が多くなると小さなコンピューターでは解く事が不可能となる等多くの問題があり満足すべき結果が得られていないように思われる。そこで任意立体ラーメンに演算子法による漸化変形法を適用する事により，正確に速く，大きなものが解けるようにした。すなわち一つの部材に十二種類の変形及び力に関する物理量を設定しでき得る限り実際の物理像を正確に解に反映させるように試みた。

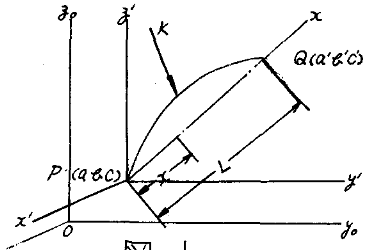
2. 部材の物理量

一般に任意部材PQのx点での変形量と力量は

$$\mathbb{U}(\rho)=\{u \quad \phi \quad w_y \quad \theta_y \quad w_z \quad \theta_z\} \qquad (1)$$

$$\mathbb{V}(\rho)=\{F \quad T \quad M_y \quad S_y \quad M_z \quad S_z\} \qquad (2)$$

で表わされる．ただし　$\rho=\frac{x}{L}$．　u，w_y，w_zは各々x y z方向変位．ϕ，θ_y，θ_zは各々x y z方向ねじり角及びたわみ角．F，S_y，S_zは各々x y z方向軸力及びセン断力．T，M_y，M_zは各々x y z方向ねじり力及び曲げモーメントである。



図－1

$\mathbb{U}(\rho)\mathbb{V}(\rho)$は各々基準領域では

$$\mathbb{U}(\rho)=\mathbb{P}(\rho)\mathbb{X} \quad , \quad \mathbb{V}(\rho)=\mathbb{Q}(\rho)\mathbb{X}. \qquad (3)$$

共役領域では

$$\mathbb{U}(\rho)=\mathbb{P}(\rho)(\mathbb{X}+\mathbb{K}) \quad , \quad \mathbb{V}(\rho)=\mathbb{Q}(\rho)(\mathbb{X}+\mathbb{K}). \qquad (4)$$

と表わされる。ここで$\mathbb{P}(\rho)$，$\mathbb{Q}(\rho)$は座標に関するマトリックスで　$\mathbb{K}$は次のように表わされる荷重に関する項である。

$$\mathbb{K}=\mathbb{R}(\kappa)\{\mathcal{F} \quad \mathcal{T} \quad \mathcal{M}_y \quad \mathcal{P}_y \quad \mathcal{M}_z \quad \mathcal{P}_z\}, \qquad (5)$$

$$\mathbb{K}=\mathbb{R}'(\kappa)\{\mathscr{g} \quad p_y \quad p_z\} \qquad (6)$$

$\mathcal{F}$，$\mathcal{T}$，$\mathcal{M}_y$，$\mathcal{P}_y$，$\mathcal{M}_z$，$\mathcal{P}_z$はそれぞれ軸力，ねじりモーメント，y方向曲げモーメント，及び横荷重，z方向曲げモーメント，及び横荷重，の集中荷重であり　$\mathscr{g}$，p_y，p_zはそれぞれ軸力，y方向，z方向横荷重の分布荷重である。

3. 節点に於ける物理量と力の釣合い方程式

部材の$\rho=0$端での力量$\mathbb{V}(0)$を部材の$\rho=0$端の変形量$\mathbb{U}(0)$及び$\rho=1$端での変形量$\mathbb{U}(1)$で表わすと

$$\mathbb{V}(0)=\lfloor \alpha \quad \beta \rfloor \begin{bmatrix} \mathbb{U}(0) \\ \mathbb{U}(1) \end{bmatrix} + \gamma\mathbb{K}. \qquad (7)$$

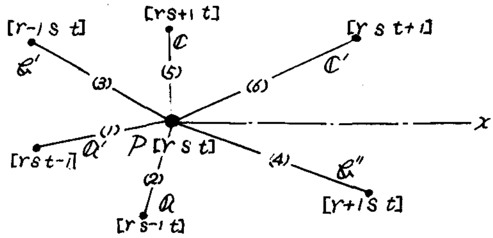
となるここで α, β, γ は次のような値である.

$$[\alpha \quad \beta] = Q_{(0)}\begin{bmatrix} P_{(0)} \\ P_{(1)} \end{bmatrix}^{-1}, \qquad \gamma = -Q_{(0)}\begin{bmatrix} P_{(0)} \\ P_{(1)} \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ P_{(1)} \end{bmatrix}. \qquad (8)$$

任意の節点[r s t]で6本の部材に関する力釣合いを取ると

$$\sum_{i=1}^{6}\left[[\alpha, \beta]\begin{bmatrix} U'_{(0)} \\ U'_{(1)} \end{bmatrix} + \gamma' K\right] = 0 \qquad (9)$$

となる. ただし $\alpha' = I'\alpha J'$, $\beta' = I'\beta J'$, $\gamma' = I'\gamma$, $U'_{(P)} = J'^{-1}U_{(P)}$ で I', J' は x 軸への射影子である。



図−2

4. 隣接節点間の関係と最終式.

隣接節点間の関係式は式(9)より

$$a'_{rst}U'_{rst-1} + a_{rst}U'_{rs-1t} + [b' \ \ b \ \ b'']\begin{bmatrix} U'_{r-1} \\ U'_{r} \\ U'_{r+1} \end{bmatrix}_{st} + c_{rst}U'_{rs+1t} + c'_{rst}U'_{rst+1} + k_{rst} = 0. \qquad (10)$$

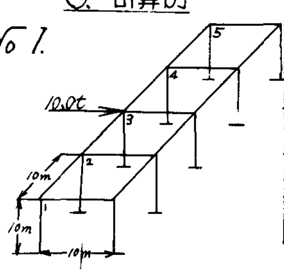
各項の係数は図−2のように各節点変形にかかる係数である. この式を系全体に集積して

$$[[A],[B],[C]]_t\begin{bmatrix} \{\{u'\}\}_{t-1} \\ \{\{u'\}\}_{t} \\ \{\{u'\}\}_{t+1} \end{bmatrix} + \{\{k\}\}_t = 0. \qquad (11)$$

これにより変形を求め式(7)により力量を求める。

5. 計算例

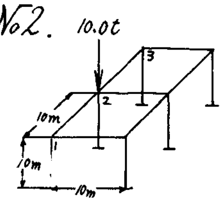
No 1.



各節点の右方向変位

$+9.87073 \times 10^{-4}$
-9.59204×10^{-3}
$+2.35258 \times 10^{-1}$
-9.59203×10^{-3}
$+9.87072 \times 10^{-4}$

No2.



各節点上方向変位

$+5.15143 \times 10^{-9}$
-1.19051×10^{-4}
$+5.15143 \times 10^{-9}$

(7桁演算)

DATA $E = +2.1 \times 10^{7}$, $A = +4.0 \times 10^{-2}$, $G = +8.1 \times 10^{6}$, $J = 2.2 \times 10^{-4}$,
$I_y = +1.3 \times 10^{-4}$, $I_z = +1.3 \times 10^{-4}$. 以上

6. 結び

以上解析及び演算を行なった結果の解析は単純化された. このためにより多い節点数のものが解けるだろう②演算結果も移行による誤差集積もなく上記のように対称物を解いた場合まったく対称な結果が得られる。

参考文献

・Operational Method for Continuous Beams by B. Tanimoto A.S.C.E. December 1964.