

九州大学 正 員 村と 正
同 同 ○ 齋藤利一郎

31. 序. 光弾性皮膜法を求めた対象物の表面ひずみは, 接着された皮膜が応力を負担すること
に起因する誤差を含むと考えられる. すなわち, 測定の際, 充分な感度(は)がほしいために, 皮膜材
料として, "硬い" エポキシ板を用いることが多い. E の大きい皮膜は, 対象物に対して "補強効果" を
表わし, 対象物の正しいひずみ分布を乱すこととなり, 測定値に何らかの "補正" を施すことが必要と
考える. ここでは, 平面応力状態での補正係数を求め, その適用性を調べてみた.

32. 補強効果によるひずみ分布での影響. 理論的に補正係数を求めるのに, ここでは, 内
板に外力(P_0)が等分布する場合をとり, その一部に皮膜を施したものを考える. 図-1.

図中, δ : 皮膜を施したために生じる半直線の初動量.

t_{ro} : 皮膜の厚み. t_{mo} : 下地材料(対象物)の厚み. フックの法
則を用いて,

$$\left. \begin{aligned} N_r &= \frac{E t_{mo}}{1 - \nu(mo)} (E_r(mo) + \nu(mo) E_t(mo)) \\ N_t &= \frac{E t_{mo}}{1 - \nu(mo)} (E_t(mo) + \nu(mo) E_r(mo)) \end{aligned} \right\} \text{----- (1)}$$

皮膜を施すことにより,

$$\left. \begin{aligned} N_r &= \frac{1}{t_{mo} + t_{ro}} \left\{ \int_{-Z_1}^{Z_2} \bar{\sigma}_r(mo) dZ + \int_{Z_2}^{Z_3} \bar{\sigma}_r(ro) dZ \right\} \\ N_t &= \frac{1}{t_{mo} + t_{ro}} \left\{ \int_{-Z_1}^{Z_2} \bar{\sigma}_t(mo) dZ + \int_{Z_2}^{Z_3} \bar{\sigma}_t(ro) dZ \right\} \end{aligned} \right\} \text{----- (2)}$$

同様に,

$$\left. \begin{aligned} M_r &= \int_{-Z_1}^{Z_2} \bar{\sigma}_r(mo) Z dZ + \int_{Z_2}^{Z_3} \bar{\sigma}_r(ro) Z dZ \\ M_t &= \int_{-Z_1}^{Z_2} \bar{\sigma}_t(mo) Z dZ + \int_{Z_2}^{Z_3} \bar{\sigma}_t(ro) Z dZ \end{aligned} \right\} \text{----- (3)}$$

ここに, $\bar{\sigma}_r(mo)$, $\bar{\sigma}_t(mo)$, $\bar{\sigma}_r(ro)$, $\bar{\sigma}_t(ro)$: 下地および皮膜の半径
および接線方向の応力. 要素図-1(b)に作用する全ての応力を
半径方向についてみると,

$$r \frac{dN_r}{dr} dr d\theta + N_r dr d\theta - N_t dr d\theta = 0, \quad N_r - N_t + r \frac{dN_r}{dr} = 0, \quad \text{図-1}$$

境界条件より, $N_r(R) = \frac{P_0}{t_{mo} + t_{ro}}$, $N_r(r) = 0$, 同様に, $r \frac{dM_r}{dr} + M_r - M_t = 0$, $M(r) = 0$, $M_r(R) = \delta \times P_0$,
接着面では,

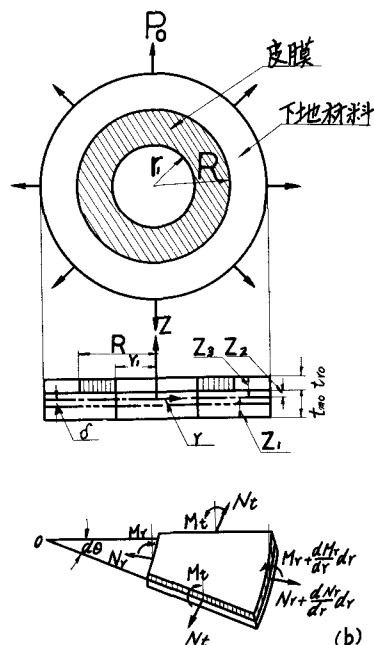
$$E_r(mo)(Z_2) = E_r(ro)(Z_2), \quad E_t(mo)(Z_2) = E_t(ro)(Z_2), \quad \left. \frac{dE_r(mo)}{dZ} \right|_{Z=Z_2} = \left. \frac{dE_r(ro)}{dZ} \right|_{Z=Z_2}, \quad \left. \frac{dE_t(mo)}{dZ} \right|_{Z=Z_2} = \left. \frac{dE_t(ro)}{dZ} \right|_{Z=Z_2} \text{----- (4)}$$

と仮定すれば, 皮膜を施した部分では外力を皮膜と対象物とが分担することとなる.

いま, $E_r(mo) - E_t(mo)$: 皮膜のない部分に生じる主ひずみ差, $E_r(ro) - E_t(ro)$: 接着面で皮膜に生じる
主ひずみ差, この両者の比, F_1 を補正係数と名づけよう.

$$F_1 = (E_r(mo) - E_t(mo)) / (E_r(ro) - E_t(ro)) \text{----- (5)}$$

$$\text{分子は式(1)を用いて, } E_r(mo) - E_t(mo) = \frac{1 + \nu(mo)}{E(mo) t_{mo}} \left(-\frac{Z R^2 Y^2}{R^2 - Y^2} \cdot \frac{P_0}{r^2} \right) \text{----- (6)}$$



二に、 $E(mo)$ 、 $V(mo)$ ：対象物のヤング係数およびポアソン比である。また、分母すなわち、接着面でのひずみ差、 $\epsilon_x(ro) - \epsilon_x(mo) = \frac{1}{t_{mo}} \int_{z_0}^{z_1} (\epsilon_x(ro) - \epsilon_x(mo)) dz$ ----- (7).

すなわち、補正係数は、式(7)、式(5)を考察すればよい。接着が完全であれば、式(4)が成立し、接着面では、応力～ひずみの完全な転移がなされる。しかしながら、皮膜の内部、すなわち、接着面から離れた部分では、転移が完全でなくなるであろう。これは皮膜に生じる応力～ひずみの状態が、二次元的ではなく、皮膜の厚さ方向に対し、三次元的になるからである。皮膜の厚み t_{ro} が小さい程皮膜の応力～ひずみ状態は、二次元的に近づいて望ましいが、測定感度を高め得ない。

§3. 実験例 二では、補正係数の取扱いを容易にするために $Uz=0$ 、とし要素図-2について考察する。この要素について式(4)を考慮し、皮膜のない部分に作用する応力～ひずみと接着面でのそれらとは等しいものとする。

$$\left. \begin{aligned} t_{mo} dy \sigma_x(ro) &= t_{mo} dy \sigma_x(mo) + t_{ro} dy \sigma_x(ro) \\ t_{mo} dx \sigma_y(ro) &= t_{mo} dx \sigma_y(mo) + t_{ro} dx \sigma_y(ro) \end{aligned} \right\} \text{----- (8)}$$

二に、 $\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y)$, $\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_y + \nu \epsilon_x)$, を用いて、

$$\left. \begin{aligned} t_{mo} dy \frac{E(mo)}{1-\nu(mo)^2} (\epsilon_x(ro) + \nu \epsilon_y(ro)) &= t_{mo} dy \frac{E(mo)}{1-\nu(mo)^2} (\epsilon_x(mo) + \nu \epsilon_y(mo)) + t_{ro} dy \frac{E(ro)}{1-\nu(ro)^2} (\epsilon_x(ro) + \nu \epsilon_y(ro)) \\ t_{mo} dx \frac{E(mo)}{1-\nu(mo)^2} (\epsilon_y(ro) + \nu \epsilon_x(ro)) &= t_{mo} dx \frac{E(mo)}{1-\nu(mo)^2} (\epsilon_y(mo) + \nu \epsilon_x(mo)) + t_{ro} dx \frac{E(ro)}{1-\nu(ro)^2} (\epsilon_y(ro) + \nu \epsilon_x(ro)) \end{aligned} \right\} \text{----- (9)}$$

故に $\epsilon_x(ro) - \epsilon_y(ro) = (\epsilon_x(ro) - \epsilon_y(ro)) \left(1 + \frac{1+\nu(mo)}{1+\nu(ro)} \cdot \frac{t_{ro}}{t_{mo}} \cdot \frac{E(ro)}{E(mo)} \right)$ ----- (10)

補正係数 $F_z = \frac{\epsilon_x(ro) - \epsilon_y(ro)}{\epsilon_x(ro) - \epsilon_y(mo)} = 1 + \frac{1+\nu(mo)}{1+\nu(ro)} \cdot \frac{t_{ro}}{t_{mo}} \cdot \frac{E(ro)}{E(mo)}$,

実験装置は、市販されているPA-21型を用い、実験および測定値の処理は、文献1)、2)によった。下地材料には、アルミ板(公称厚さ3mm)を用いた。その結果を図-3に示す。

§4. おすひ。

(1)、測定感度が十分にほしい関係上“硬い”エポキシを用いるがEの大きい皮膜では、対象物(下地)に及ぼす応力～ひずみが大きくなる。重量比で ≈ 100 の場合には、皮膜厚さの比、 t_{ro}/t_{mo} を大きく取りぬ限り、弾性範囲内では、補正の必要はほとんどない。

(2)、しかしながら、下地材料のひずみの範囲によつて、 $\epsilon(ro)/\epsilon(mo)$ が無視できない場合には、実験値を検討する必要がある。

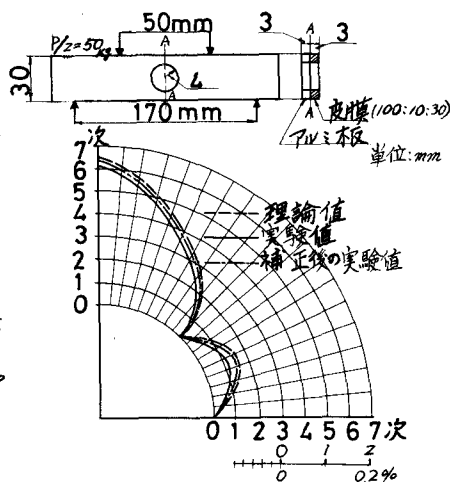
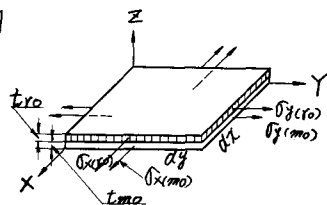


図-3

参考文献

- 1). 村上 喬彦：光弾性皮膜法に関する実験的研究—皮膜の補正効果について—第24回年次学術講演会講演集昭和44年9月。
- 2). 村上 喬彦：光弾性皮膜法に関する実験的研究—応力ひずみの関係について—昭和44年度土木学会学術研究発表会東京，昭和44年2月。
- 3). STEPHEN P. TIMOSHENKO: *Theory of plates and shells, Second Edition.*
- 4). 辻 西田 河田：光弾性実験法，日刊工業新聞社，昭和40年1月。