

九州大学工学部 正 員 山崎徳也

九州大学工学部 学生員 金子忠男

1. 緒言 道路橋や鉄道橋の曲線部に見受けられるいわゆる扇形平板は、多くの場合、その直線辺が橋台や橋脚により単純支持され、また中間で多数の主桁により円弧状に弾性支持される一方向連続板と見做しえ、かかる連続板が等方性である場合について既に報告¹⁾した。しかし、実際の床版構造では、各々の主桁により分割されるパネルがさらに縦横の床組材をもつもの、あるいはコンクリート床版では鉄筋量が方向により異なるものなどが一般である。したがって、厳密には扇形床版は接線方向と法線方向とで曲げ剛性の異なる曲線直交異方性板と見做すのが妥当である。そこで、本研究は一方の直線辺で単純支持され、また中間を連続円形曲りばりやラーメンの円弧部材列により円弧状に弾性支持される曲線直交異方性板の厳密解法を提示し、この種複合構造物の合理的設計に資せんとするものである。なお、文献(1)と同様本法には薄板理論が適用できるものと仮定する。

2. 解法 図-1に示すごとく、全開角 α (rad.) なる扇形板 $ABDC$ が、直線辺 AB 、 CD において単純支持され、かつ中間で $(n+1)$ 本の連続円形曲りばりあるいは、ラーメンの円弧部材列により弾性支持されているものとする。これらの弾性支持ばりに対し、中心に近い順に $0, 1, \dots, n$ となる番号を付し、これらと中心 O との間の距離をそれぞれ $r_0, r_1, \dots, r_n, r_n$ とする。また、これらの弾性ばりにより分割される各パネルを ①, ②, ..., ③, ..., ④ とする。かかるとき、板の中立面上に中心 O を原点とする円筒座標 (r, θ, z) を導入すれば、パネル ③ の z 軸方向のたわみ w_i を求めるための基礎微分方程式は次式で与えられる。(2)

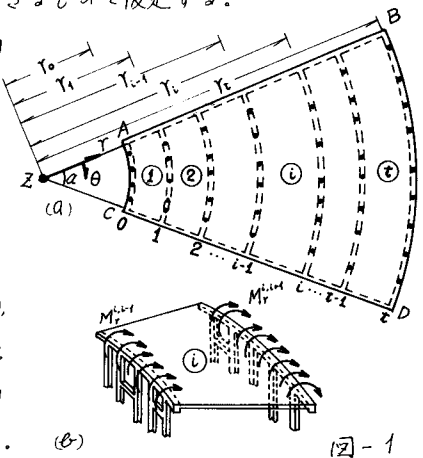


図-1

$$\frac{\partial^4 w_i}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^2 w_i}{\partial r^2} - \frac{\lambda_i^2}{r^2} \frac{\partial^2 w_i}{\partial \theta^2} + \frac{2\chi_i}{r^2} \frac{\partial^2 w_i}{\partial r \partial \theta^2} + \frac{\lambda_i^2}{r^2} \frac{\partial w_i}{\partial r} - \frac{2\chi_i}{r^2} \frac{\partial w_i}{\partial r \partial \theta^2} + \frac{2(\chi_i + \lambda_i^2)}{r^4} \frac{\partial^2 w_i}{\partial \theta^2} + \frac{\lambda_i^2}{r^4} \frac{\partial^2 w_i}{\partial \theta^4} = \frac{p_i(r, \theta)}{D_{ri}} \quad (1)$$

ここに、

$\lambda_i^2 = D_{\theta i} / D_{ri}$, $\chi_i = \nu_{\theta i} + D_{\theta i} / D_{ri}$, $D_{ri} = E_i h_i^3 / 12(1 - \nu_{ri} \nu_{\theta i})$, $D_{\theta i} = E_i h_i^3 / 12(1 - \nu_{ri} \nu_{\theta i})$, $D_{\theta i} = G_i h_i^3 / 6$, $E_i, E_{\theta i}, G_i$; パネル ③ の r 方向, θ 方向のヤング率およびせん断弾性係数, h_i ; パネル ③ の板厚, $\nu_{ri}, \nu_{\theta i}$; パネル ③ の r 方向, θ 方向のポアソン比, $p_i(r, \theta)$; パネル ③ の任意垂直荷重

式(1)の一般解は次のとき級数解で与えられる。

$$w_i = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n r^{\omega_{n1}} + B_n r^{\omega_{n2}} + C_n r^{\omega_{n3}} + D_n r^{\omega_{n4}}) \sin \alpha_n \theta + 1/D_{ri} \sum_{n=1}^{\infty} F_n(r) \sin \alpha_n \theta \quad (2)$$

ここに、 $A_n \sim D_n$; 積分定数, $\alpha_n = n\pi/\alpha$, $n=1, 2, \dots$, $F_n(r) = 2r^4 / [\alpha \alpha_n^2 \{\lambda_i^2 \alpha_n^2 - 2(\chi_i + \lambda_i^2)\}] \int_0^{\alpha} p_i(r, \theta) \sin \alpha_n \theta d\theta$,

$$\omega_{n1}, \omega_{n2} = 1 \pm \sqrt{(a_i + \sqrt{b_i})/2}, \quad \omega_{n3}, \omega_{n4} = 1 \pm \sqrt{(a_i - \sqrt{b_i})/2}, \quad a_i = 1 + 2\chi_i \lambda_i^2 + \lambda_i^2, \quad b_i = a_i^2 - 4(\alpha_n^2 - 1)\lambda_i^2$$

式(2)の右辺第一項は式(1)の余関数であり、積分定数 $A_n \sim D_n$ はパネル ③ の境界条件より決定される。パネル ③ はその両端で弾性支持され、かつ端モーメントの作用を受けるゆえ(図-1(b)参照)、かかる場合の境界条件は次式のごとくである。

$$\left. \begin{aligned} (W_r)_{r=r_{i-1}} &= \delta_{i-1}, & -D_{ri} \left\{ \frac{\partial^2 W_i}{\partial r^2} + \nu \lambda_i^2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial W_i}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W_i}{\partial \theta^2} \right) \right\}_{r=r_{i-1}} &= M_{ri}^{i-1}, \\ (W_r)_{r=r_i} &= \delta_i, & D_{ri} \left\{ \frac{\partial^2 W_i}{\partial r^2} + \nu \lambda_i^2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial W_i}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W_i}{\partial \theta^2} \right) \right\}_{r=r_i} &= M_{ri}^{i+1}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式(3)の δ_{i-1} , δ_i , M_{ri}^{i-1} , M_{ri}^{i+1} はともに θ の関数であり、次のとき級数で表わしうるものと仮定する。

$$\delta_{i-1} = \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{n,i-1} \sin \alpha_n \theta, \quad \delta_i = \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{n,i} \sin \alpha_n \theta, \quad M_{ri}^{i-1} = \sum_{n=1}^{\infty} M_{rn}^{i-1} \sin \alpha_n \theta, \quad M_{ri}^{i+1} = \sum_{n=1}^{\infty} M_{rn}^{i+1} \sin \alpha_n \theta. \quad (4)$$

ここに、 $\delta_{n,i-1}$, $\delta_{n,i}$, M_{rn}^{i-1} , M_{rn}^{i+1} は n のみの関数である。式(2)および式(4)を式(3)に代入すれば、積分定数 $A_{ni} \sim D_{ni}$ に関する 4 元連立方程式がえられ、これを解いて次の結果をうる。

$$\left. \begin{aligned} E_{ni} A_{ni} &= a_{ni} M_{rn}^{i-1} / \eta_i D_{ro} + a_{ni} M_{rn}^{i+1} / \eta_i D_{ro} + b_{ni} \delta_{n,i-1} + b_{ni} \delta_{n,i} + c_{ni} / \eta_i D_{ro}, & E_{ni} B_{ni} &= c_{ni} M_{rn}^{i-1} / \eta_i D_{ro} + c_{ni} M_{rn}^{i+1} / \eta_i D_{ro} + d_{ni} \delta_{n,i-1} + d_{ni} \delta_{n,i} + g_{ni} / \eta_i D_{ro}, \\ E_{ni} C_{ni} &= e_{ni} M_{rn}^{i-1} / \eta_i D_{ro} + e_{ni} M_{rn}^{i+1} / \eta_i D_{ro} + f_{ni} \delta_{n,i-1} + f_{ni} \delta_{n,i} + \bar{g}_{ni} / \eta_i D_{ro}, & E_{ni} D_{ni} &= g_{ni} M_{rn}^{i-1} / \eta_i D_{ro} + g_{ni} M_{rn}^{i+1} / \eta_i D_{ro} + h_{ni} \delta_{n,i-1} + h_{ni} \delta_{n,i} + \bar{h}_{ni} / \eta_i D_{ro} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに、 $a_{ni} \sim h_{ni}$, $a_{ni} \sim b_{ni}$, $c_{ni} \sim \bar{c}_{ni}$ および E_{ni} は n のみの関数、 $\eta_i = D_{ri} / D_{ro}$; D_{ro} : 基準板剛度

式(5)を式(2)に代入すれば、パネル①のたわみ W_i は次式のごとく表現される。

$$W_i = 1 / \eta_i D_{ro} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\bar{A}_{ni}(r) M_{rn}^{i-1} + \bar{A}_{ni}(r) M_{rn}^{i+1} + \eta_i \bar{U}_{ni}(r) D_{ro} \delta_{n,i-1} + \eta_i \bar{V}_{ni}(r) D_{ro} \delta_{n,i} + \{ \bar{G}_{ni}(r) + \bar{F}_{ni}(r) \} \right] \sin \alpha_n \theta \quad (6)$$

ここに、 $\bar{A}_{ni}(r)$, $\bar{A}_{ni}(r)$, $\bar{U}_{ni}(r)$, $\bar{V}_{ni}(r)$, $\bar{G}_{ni}(r)$ は r および n の関数である。

式(6)における M_{rn}^{i-1} , M_{rn}^{i+1} , $\delta_{n,i-1}$, $\delta_{n,i}$ は、扇形板とこれを弾性支持するはり部材列との間に成立すべき次の条件より求められる。すなわち、(1)板を弾性支持するはり部材列 i のたわみ δ_i はパネル①および④から伝達される板反力および曲げモーメントを同時に外荷重として受けまはりのたわみに他ならない。

(2)パネル①, ④および弾性支持はりの結合線上において、パネル①, ④の r 方向たわみ角と弾性支持はりのねじれ回転角とはそれぞれ相等しい。

いま、図-2に示すとき円形曲りはり i のその両端で曲げに拘りて単純支持、ねじれに拘りて固定されているものとすれば、外荷重 $\bar{g}_i(\theta)$, $m_i(\theta)$ によるたわみおよびねじれ回転角は文献(2)より次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \delta_i &= \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{n,i} \sin \alpha_n \theta = \frac{\chi_i}{\alpha_i D_{ro}} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\gamma_i \Delta_{ni} \bar{g}_{ni} - \gamma_i \Delta_{ni} m_{ni} - \frac{2}{\alpha_i} \gamma_i \Delta_{ni} \sum_{j=1}^m R_{ij} \sin \alpha_n \theta_{ij} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{\alpha_i} \chi_n \Delta_{ni} \sum_{j=1}^m M_{ij}^* \cos \alpha_n \theta_{ij} + \frac{2}{\alpha_i} \gamma_i \Delta_{ni} \sum_{j=1}^m M_{ij}^* \sin \alpha_n \theta_{ij} \right) \sin \alpha_n \theta \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_{ni} \sin \alpha_n \theta = -\frac{\chi_i}{\alpha_i D_{ro}} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\gamma_i \Delta_{ni} \bar{g}_{ni} - \gamma_i \Delta_{ni} m_{ni} - \frac{2}{\alpha_i} \gamma_i \Delta_{ni} \sum_{j=1}^m R_{ij} \sin \alpha_n \theta_{ij} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{\alpha_i} \chi_n \Delta_{ni} \sum_{j=1}^m M_{ij}^* \cos \alpha_n \theta_{ij} + \frac{2}{\alpha_i} \gamma_i \Delta_{ni} \sum_{j=1}^m M_{ij}^* \sin \alpha_n \theta_{ij} \right) \sin \alpha_n \theta \end{aligned} \quad (8)$$

ここに、 $\chi_i = \chi_i \alpha_i D_{ro} / E_i I_{ri}$, $\Delta_{ni} = (\alpha_n^2 + 1 / \mu_i) / \alpha_n^2 (\alpha_n^2 - 1)^2$, $\Delta_{ni} = (1 + 1 / \mu_i) / (\alpha_n^2 - 1)^2$,

$\Delta_{ni} = (\alpha_n^2 / \mu_i + 1) / (\alpha_n^2 - 1)^2$, $\mu_i = G_i J_i / E_i I_{ri}$, $E_i I_{ri}$, $G_i J_i$: はり部材列の曲げおよびねじれ剛性, $\bar{g}_{ni} = \frac{2}{\alpha} \int_0^{\alpha} \bar{g}_i(\theta) \sin \alpha_n \theta d\theta$,

$m_{ni} = \frac{2}{\alpha} \int_0^{\alpha} m_i(\theta) \sin \alpha_n \theta d\theta$, R_{ij} , M_{ij}^* , M_{ij}^* : はり部材列中間柱の垂直反力および γ 方向反力モーメント

式(7)(8)において、 $\bar{g}_i(\theta)$ の代りにパネル①, ④より伝達される板反力の合力 ($V_r^{i-1} - V_r^{i+1}$) を用い、 $m_i(\theta)$ の代りに端モーメントの総和 ($M_{ri}^{i-1} + M_{ri}^{i+1}$) を適用すれば、本題のはり部材列 i のたわみ δ_i とねじれ回転角 γ_i が求められる。一方、 r 方向板反力 V_{ri} とたわみ W_i との間に成立する周知の関係式に式(6)を代入すれば V_{ri}^{i-1} , V_{ri}^{i+1} が M_{rn} と δ_n の関数として次のごとく求まる。

$$\begin{aligned} V_{ri}^{i-1} &= \sum_{n=1}^{\infty} V_{rn}^{i-1} \sin \alpha_n \theta = -\eta_i D_{ro} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\bar{A}_{ni}(\chi_i) M_{rn}^{i-1} + \bar{A}_{ni}(\chi_i) M_{rn}^{i+1} + \eta_i \bar{U}_{ni}(\chi_i) D_{ro} \delta_{n,i-1} + \eta_i \bar{V}_{ni}(\chi_i) D_{ro} \delta_{n,i} + \{ \bar{G}_{ni}(\chi_i) + \bar{F}_{ni}(\chi_i) \} \right] \sin \alpha_n \theta \\ V_{ri}^{i+1} &= \sum_{n=1}^{\infty} V_{rn}^{i+1} \sin \alpha_n \theta = -\eta_i D_{ro} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\bar{A}_{ni}(\chi_i) M_{rn}^{i-1} + \bar{A}_{ni}(\chi_i) M_{rn}^{i+1} + \eta_i \bar{U}_{ni}(\chi_i) D_{ro} \delta_{n,i-1} + \eta_i \bar{V}_{ni}(\chi_i) D_{ro} \delta_{n,i} + \{ \bar{G}_{ni}(\chi_i) + \bar{F}_{ni}(\chi_i) \} \right] \sin \alpha_n \theta \end{aligned} \quad (9)$$

ここに、 $\bar{A}_{ni}(\chi_i)$, $\bar{A}_{ni}(\chi_i)$, $\bar{G}_{ni}(\chi_i)$, $\bar{F}_{ni}(\chi_i)$ は χ_i および n の関数である。

(1) $i = 1$ のとき、式(7)と式(9)を用いれば、上記条件(1)は次式のごとくあらわされる。

$$\bar{A}_{11}(\chi_1) M_{r1}^{i-1} + \bar{A}_{11}(\chi_1) M_{r1}^{i+1} + \bar{G}_{11}(\chi_1) M_{r1}^{i-1} + \bar{F}_{11}(\chi_1) M_{r1}^{i+1} + \psi_1(\chi_1) D_{ro} \delta_{n,i-1} + \psi_1(\chi_1) D_{ro} \delta_{n,i} + \bar{\psi}_1(\chi_1) D_{ro} \delta_{n,i-1} = \bar{F}_1(\chi_1) + \frac{2}{\alpha} \gamma_i \Delta_{ni} \sum_{j=1}^m R_{ij} \sin \alpha_n \theta_{ij}$$

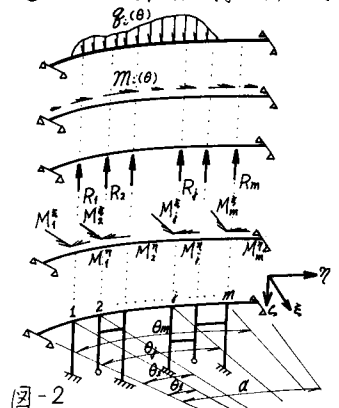


図-2

$$+ \frac{2}{\alpha} \gamma_n \Delta n_i \sum_{j=1}^m M_{ij}^x \cos \alpha_n \theta_{ij} - \frac{2}{\alpha} \gamma_n \Delta n_i \sum_{j=1}^m M_{ij}^y \sin \alpha_n \theta_{ij} \quad (40)$$

ここに、 $\Xi_i(K) \sim \bar{\Xi}_i(K)$, $\Psi_i(K) \sim \bar{\Psi}_i(K)$ および $\bar{\Gamma}_i(K)$ は γ および n の関数である。

次に、条件(2)は $\gamma_i = (\partial w_i / \partial r)_{r=r_i} = (\partial w_{i+1} / \partial r)_{r=r_i}$ とあらわされるゆえ、この第一式に式(9)を式(4)に用いた結果と式(4)とを代入し、次の関係式をうる。

$$\begin{aligned} & \Lambda_i(K) M_{rn}^{i+1} + \bar{\Lambda}_i(K) M_{rn}^{i+1} + \bar{\Lambda}_i(K) M_{rn}^{i+1} + \bar{\Lambda}_i(K) M_{rn}^{i+1} + \bar{\Omega}_i(K) D_{rn} \delta_{n,i+1} + \bar{\Omega}_i(K) D_{rn} \delta_{n,i+1} + \bar{\Omega}_i(K) D_{rn} \delta_{n,i+1} = \bar{\Gamma}_i(K) + \frac{2}{\alpha} \Delta n_i \sum_{j=1}^m R_{ij} \sin \alpha_n \theta_{ij} \\ & + \frac{2}{\alpha \gamma_i} \alpha_n \Delta n_i \sum_{j=1}^m M_{ij}^x \cos \alpha_n \theta_{ij} - \frac{2}{\alpha \gamma_i} \Delta n_i \sum_{j=1}^m M_{ij}^y \sin \alpha_n \theta_{ij} \end{aligned} \quad (41)$$

ここに、 $\Lambda_i(K) \sim \bar{\Lambda}_i(K)$, $\Omega_i(K) \sim \bar{\Omega}_i(K)$ および $\bar{\Gamma}_i(K)$ は γ および n の関数である。

同様に、第二式に式(4)を代入すれば次式がえられる。

$$\begin{aligned} & \Lambda_n^{(1)}(K) M_{rn}^{i+1} + \bar{\Lambda}_n^{(1)}(K) M_{rn}^{i+1} - \gamma_i \gamma_{i+1} \Lambda_{n,i+1}^{(1)}(K) M_{rn}^{i+1} - \gamma_i \gamma_{i+1} \bar{\Lambda}_{n,i+1}^{(1)}(K) M_{rn}^{i+1} + \gamma_i \Lambda_{n,i}^{(1)}(K) D_{rn} \delta_{n,i+1} + \gamma_i \bar{\Lambda}_{n,i}^{(1)}(K) D_{rn} \delta_{n,i+1} \\ & - \gamma_i \bar{\Lambda}_{n,i+1}^{(1)}(K) D_{rn} \delta_{n,i+1} = \bar{\Gamma}_i(K) \end{aligned} \quad (42)$$

ここに、 $\Lambda_n^{(1)}(K) \sim \bar{\Lambda}_n^{(1)}(K)$, $\bar{\Gamma}_i(K)$ は γ および n の関数であり、右肩(1)は γ に > 1 の一次微係数を示す。

式(40)~(42)はパネル①、④の端モメントおよび端にわみと両パネルを結合するはり部材列の中間支柱に生ずる不静定反力との関係式で、これらの3条件式が各弾性はり毎に成立する。

弾性支持ばりには中間に m 個の支柱を有するゆえ(図-2参照)、各支柱頭部においてそれぞれ3個の変形条件、すはち、(a)柱頭の垂直変位と柱頭直上のはり部材列のたわみ角等しいこと、(b)柱頭の接線方向のたわみ角と柱頭直上のはり部材列の接線方向のたわみ角等しいこと、および(c)柱頭の接線方向のたわみ角と柱頭直上のはり部材列のねじれ回転角等しいことの3条件が成立するゆえ、これは文献(2)と同様の演算過程により次のごとく算定されることとなる。

$$\left. \begin{aligned} & \frac{2}{\alpha} \sum_{j=1}^m H_{ijk}^x R_{ij} + \frac{2}{\alpha \gamma_i} \sum_{j=1}^m H_{ijk}^x M_{ij}^x - \frac{2}{\alpha \gamma_i} \sum_{j=1}^m H_{ijk}^y M_{ij}^y = \gamma_i D_k^{xi} - D_k^{xi} - \frac{E_i I_{xi}}{\gamma_i^2} d_k^{xi}, (k=1,2,\dots,m) \\ & \frac{2}{\alpha} \sum_{j=1}^m \bar{H}_{ijk}^x R_{ij} + \frac{2}{\alpha \gamma_i} \sum_{j=1}^m \bar{H}_{ijk}^x M_{ij}^x - \frac{2}{\alpha \gamma_i} \sum_{j=1}^m \bar{H}_{ijk}^y M_{ij}^y = \gamma_i \bar{D}_k^{xi} - \bar{D}_k^{xi} - \frac{E_i I_{xi}}{\gamma_i^2} \bar{d}_k^{xi}, (k=1,2,\dots,m) \\ & \frac{2}{\alpha} \sum_{j=1}^m L_{ijk}^x R_{ij} + \frac{2}{\alpha \gamma_i} \sum_{j=1}^m L_{ijk}^x M_{ij}^x - \frac{2}{\alpha \gamma_i} \sum_{j=1}^m L_{ijk}^y M_{ij}^y = \gamma_i K_k^{xi} - K_k^{xi} - \frac{E_i I_{xi}}{\gamma_i^2} \tau_k^{xi}, (k=1,2,\dots,m) \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

ここに、形状定数；

$$\begin{aligned} H_{ijk}^{xi} &= \sum_{n=1}^m \Delta n_i \sin \alpha_n \theta_{ij} \sin \alpha_n \theta_{ik}, & H_{ijk}^{yi} &= \sum_{n=1}^m \Delta n_i \cos \alpha_n \theta_{ij} \sin \alpha_n \theta_{ik}, & H_{ijk}^{zi} &= \sum_{n=1}^m \Delta n_i \sin \alpha_n \theta_{ij} \sin \alpha_n \theta_{ik}, \\ \bar{H}_{ijk}^{xi} &= \sum_{n=1}^m \alpha_n \Delta n_i \sin \alpha_n \theta_{ij} \cos \alpha_n \theta_{ik}, & \bar{H}_{ijk}^{yi} &= \sum_{n=1}^m \alpha_n^2 \Delta n_i \cos \alpha_n \theta_{ij} \cos \alpha_n \theta_{ik}, & \bar{H}_{ijk}^{zi} &= \sum_{n=1}^m \alpha_n \Delta n_i \sin \alpha_n \theta_{ij} \cos \alpha_n \theta_{ik}, \\ L_{ijk}^{xi} &= \sum_{n=1}^m \Delta n_i \sin \alpha_n \theta_{ij} \sin \alpha_n \theta_{ik}, & L_{ijk}^{yi} &= \sum_{n=1}^m \alpha_n \Delta n_i \cos \alpha_n \theta_{ij} \sin \alpha_n \theta_{ik}, & L_{ijk}^{zi} &= \sum_{n=1}^m \Delta n_i \sin \alpha_n \theta_{ij} \sin \alpha_n \theta_{ik}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{荷重項;} \quad D_k^{xi} &= \sum_{n=1}^m \Delta n_i (V_{rn}^{i+1} - V_{rn}^{i+1}) \sin \alpha_n \theta_{ik}, & D_k^{yi} &= \sum_{n=1}^m \Delta n_i (M_{rn}^{i+1} + M_{rn}^{i+1}) \sin \alpha_n \theta_{ik}, & \bar{D}_k^{xi} &= \sum_{n=1}^m \alpha_n \Delta n_i (V_{rn}^{i+1} - V_{rn}^{i+1}) \cos \alpha_n \theta_{ik}, \\ \bar{D}_k^{yi} &= \sum_{n=1}^m \alpha_n \Delta n_i (M_{rn}^{i+1} + M_{rn}^{i+1}) \cos \alpha_n \theta_{ik}, & K_k^{xi} &= \sum_{n=1}^m \Delta n_i (V_{rn}^{i+1} - V_{rn}^{i+1}) \sin \alpha_n \theta_{ik}, & K_k^{yi} &= \sum_{n=1}^m \Delta n_i (M_{rn}^{i+1} + M_{rn}^{i+1}) \sin \alpha_n \theta_{ik}. \end{aligned}$$

$d_k^{xi}, \bar{d}_k^{xi}, \tau_k^{xi}$ ；はり部材列の中間支柱 k の垂直変位量および接線、法線方向の回転角。

全ての弾性支持ばりについて式(40)~(42)の連続条件式と式(43)の変形条件式を求め、これらを連立に解けば、未知不静定量 $M_m, \delta_n, R_j, M_j^x, M_j^y$ がえられることとなるが、連立方程式には未知数の単独項と級数和の項とが同時に含まれるゆえ、その演算は一般に試算による収束計算となる。また、えられた結果を式(4)に代入すれば、パネル①のたわみ角が算定され、さらにたわみ w と扇形板の断面諸量に関する既位の関係式からたわみ角や曲げモーメント、ねじれモーメントなどがえられ、本題の連続扇形板が解けることとなる。

3 連続円形曲りばりに弾性支持される2スパン連続扇形板

算例として図-3に示すごとく、直線辺 AB, CD および円弧辺 AC, BD ともに単純支持され、

かつ中間に $2(m+1)$ スパンの連続円形曲りばり EF に弾性支持される 2 スパン連続扇形板 ABCD の解法を示せば、次のとおりである。辺 AC, EF, BD に番号 0, 1, 2 を付し、中心 O からの距離をそれぞれ Y_0, Y_1, Y_2 とする。上述のごとき、板は AC, BD で単純支持されているゆえ、次の境界条件がえられる。

$$\delta_{n,0} = 0, M_{rn}^{(0)} = 0 \quad \text{および} \quad \delta_{n,2} = 0, M_{rn}^{(2)} = 0 \quad (14)$$

また、板は 1 本の連続円形曲りばりに 2 弾性支持されているゆえ、中間不静定反力は垂直反力のみである。1 のとき、2 で述べた連続条件式 (10) ~ (12) は次の内容となる。

$$\bar{Q}_1(n) M_{rn}^{(1)} + \bar{Q}_1(n) M_{rn}^{(1)} + \psi_1(n) D_{ro} \delta_{n,1} = \bar{F}_1(n) + \frac{2}{\alpha} Y_1 \Delta_{n,1} \sum_{j=1}^m R_{ij} \sin \alpha \theta_{ij} \quad (15)$$

$$\bar{L}_1(n) M_{rn}^{(1)} + \bar{L}_1(n) M_{rn}^{(1)} + \Omega_1(n) D_{ro} \delta_{n,1} = \bar{F}_1(n) + \frac{2}{\alpha} \Delta_{n,1} \sum_{j=1}^m R_{ij} \sin \alpha \theta_{ij} \quad (16)$$

$$\bar{L}_1^{(1)}(n) M_{rn}^{(1)} - \bar{L}_1^{(1)}(n) M_{rn}^{(1)} + \gamma_1 \{ V_{n,1}^{(1)}(n) - U_{n,1}^{(1)}(n) \} D_{ro} \delta_{n,1} = \bar{F}_1(n) \quad (17)$$

式 (15) ~ (17) を連立に解いて、未知量 $M_{rn}^{(1)}, M_{rn}^{(1)}$ および $\delta_{n,1}$ を求めれば、次の結果を得る。

$$M_{rn}^{(1)} = -I_1(n)/H_1(n) \sum_{j=1}^m R_{ij} \sin \alpha \theta_{ij} + \bar{F}_1(n)/H_1(n) \quad (18) \quad M_{rn}^{(1)} = f_1(n) \sum_{j=1}^m R_{ij} \sin \alpha \theta_{ij} + g_1(n) \quad (19)$$

$$D_{ro} \delta_{n,1} = C_1(n) \sum_{j=1}^m R_{ij} \sin \alpha \theta_{ij} - \bar{F}_1(n) \quad (20) \quad \text{ここに、} I_1, H_1, f_1, g_1, C_1, \bar{F}_1 \text{ は } Y_1 \text{ および } n \text{ の関数である。}$$

式 (9) に式 (18) ~ (20) を代入すれば、パネル ① および ② から連続円形曲りばりに伝達される板反力の合力が次の式で与えられる。

$$V_{rn}^{(1)} - V_{rn}^{(2)} = -C_1(n) \sum_{j=1}^m R_{ij} \sin \alpha \theta_{ij} + \bar{F}_1(n) \quad (21) \quad \text{ここに、} C_1, \bar{F}_1 \text{ は } Y_1 \text{ および } n \text{ の関数である。}$$

また、式 (19), (20) より、パネル ①, ② から連続円形曲りばりに伝達される端モーメントの総和が求まり、次の式のごとくである。

$$M_{rn}^{(1)} + M_{rn}^{(2)} = H_1(n) \sum_{j=1}^m R_{ij} \sin \alpha \theta_{ij} + \bar{F}_1(n) \quad (22) \quad \text{ここに、} H_1, \bar{F}_1 \text{ は } Y_1 \text{ および } n \text{ の関数である。}$$

したがって、式 (11) の右辺に式 (21), (22) を代入する演算すれば、連続円形曲りばりの中間支点反力を求めるための基本連立方程式が次の式のごとく誘導される。

$$\sum_{j=1}^m \left(\frac{2}{\alpha} H_{jk}^{(1)} + Y_1 S_{jk}^{(1)} + T_{jk}^{(1)} \right) R_{ij} = Y_1 D_k^{(1)} - D_k^{(2)} - \frac{E_1 Y_1}{Y_1} d_k^{(1)} \quad (k=1, 2, \dots, m) \quad (23)$$

$$S_{jk}^{(1)} = \sum_{n=1}^{\infty} C_1(n) \Delta_{n,1} \sin \alpha \theta_{ij} \sin \alpha \theta_{ik}, \quad T_{jk}^{(1)} = \sum_{n=1}^{\infty} H_1(n) \Delta_{n,1} \sin \alpha \theta_{ij} \sin \alpha \theta_{ik}, \quad D_k^{(1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{F}_1(n) \Delta_{n,1} \sin \alpha \theta_{ik}$$

$$D_k^{(2)} = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{F}_2(n) \Delta_{n,1} \sin \alpha \theta_{ik}, \quad d_k^{(1)}: \text{中間支点反の垂直変位量}$$

式 (23) は m 元一次連立方程式であるから、これを解けば、連続円形曲りばりの不静定力が全て算定されることになる。表-1 はその一例を示すもので弾性支持ばりが等長 3 スパンの場合である。えられた結果を式 (18) ~ (20) に代入すれば、未知数 $M_{rn}^{(1)}, M_{rn}^{(1)}, D_{ro} \delta_{n,1}$ のみ関数となり、これらを式 (16) に代入する n に関する級数求和を求めることによりパネル ①, ② のために w_1, w_2 が決定されることとなる。

4. 結 語 本題の連続扇形板の未知不静定量 $M_{rn}, \delta_n, R_i, M_i^r, M_i^l$ は 2. で述べたごとく、一般には式 (10) ~ (12) よりえられた連立方程式を試算算法により解かねばならない。しかし、3. に示すごとく簡単な連続扇形板では、式 (10) ~ (12) から未知量 M_{rn}, δ_n が弾性支持ばりの中間不静定反力 R_i, M_i^r, M_i^l の関数として求められ、これらを式 (13) に代入すれば、 R_i, M_i^r, M_i^l のみを未知数とする基本連立方程式がえられ、試算を用いる未知不静定反力が算出可能となる。

参考文献 (1) 山崎全子 "弾性支持ばりをもつ連続扇形板の解法" 土木学会西部支部昭和 44 年度研究発表会論文集

(2) 山崎博木, 全子 "弾性支持ばりをもつ扇形板の解法" 土木学会第 22 回年次学術講演概要 昭和 43 年 10 月

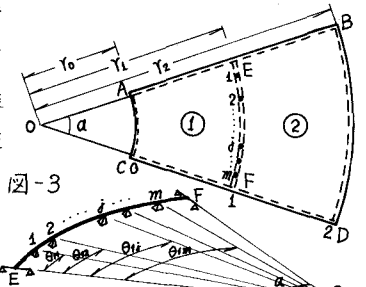


表 - 1

$\alpha = \pi/3, \nu_1 = \nu_2 = 0.3, \lambda_1^2 = \lambda_2^2 = 1, X_1 = X_2 = 1, X_3 = 10.0, \mu_1 = 0.649, Y_0 = 0.3427 Y_2, Y_1 = 0.6563 Y_2, \gamma_1 = \gamma_2 = 1, d_1^* = d_2^* = 0$, 等分布荷重 (q_0) 満載

	k	1	2
$H_{ijk}^{(1)} \times 10^3$	1	0.144245	0.130660
	2	0.130660	0.144245
$S_{ijk}^{(1)} \times 10^2$	1	-0.56433	-0.50862
	2	-0.50862	-0.56433
$T_{ijk}^{(1)} \times 10^2$	1	-0.39591	-0.38450
	2	-0.38450	-0.39591
$D_k^{(1)} \times 10^2$		0.38964	0.38964
$D_k^{(2)} \times 10^2$		-0.37873	-0.37873
$R_{11} = R_{21} = 0.90208 \text{ } P_0 \text{ } \frac{1}{3}$			
$(R_{11} + R_{21}) / \text{全荷重} \times 100 = 38.3\%$			