

I-100 変形法による鋼床板の解析

信州大学 学生員 の竹内 廣

信州大学 正員 夏目 正太郎

信州大学 正員 谷本 勉之助

1. 序文. 鋼床板を用いた橋梁が、盛んに製作されるにつれ、解析の合理化が問題になってくる。従来、鋼床板は、格子構造理論あるいは、直交異方性板理論によって解析されてくる。特に、鋼床板を直交異方性板理論によって解析する場合、E. Gienkeは、Floor Beamのモーメントと Floor Beamの弾性沈下量とを、不連続力にとり、5連モーメント法を適用している。その結果、解析式が、非常に複雑になり、これを用いて、数値計算を、行うことは、支わぬ。困難となり、従って、近次式を求め、実用化の研究をしているが、実情のこと。そこで、解析の合理化という面から、昨年度の土木学会で報告した「演算子法による鋼床板の解析」を、更に、時間的、精度的に、能率を向上させる為、新に変形法(三軸マトリクス手法)により、解析をしたものである。以下、解析の手順について述べる。

2. 基本微分方程式と一般解.

荷重点を除いて、直交異方性板は、次式を満たす。

$$D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2H \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0, \quad (1)$$

ここで、 D_x, D_y は、 x, y 方向剛度。
 H は、角剛度。
 一般に、主桁の曲げ剛度を、無限大とし、板が、 $x=0$ と、 $x=L$ の線に

ついて、主桁により、単純支持されているとすると、その同次解は、次式で表すことができる。

$$w = \sum_n w_n(y) \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad (2)$$

$w_n(y)$ は、 $H^2 \leq B_x B_y$ の3種類の場合に分れる。今、代表的に、 $H^2 > B_x B_y$ の場合を、取り上げて解析を進めていく。この時、

$$w_n(y) = [chay \ shay \ ychay \ yshay]_n X_n, \quad (3)$$

③を②に代入することによって、

$$\begin{bmatrix} w \\ w' \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi x}{L} \begin{bmatrix} chay \ shay \ ychay \ yshay \end{bmatrix}_n \begin{bmatrix} X \\ X' \end{bmatrix}_n$$

ここで X, X' は、積分定数群である。④

④をもとにして、次の微分演算を施し、変形マトリクスに分散する。

$$W(x, y) = \begin{bmatrix} w \\ \theta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} W, \quad \nabla(x, y) = \begin{bmatrix} M_y \\ S_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_y \frac{\partial^2}{\partial y^2} + D_x \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial}{\partial y} (D_x \frac{\partial^2}{\partial x^2} + H \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}) \end{bmatrix} W, \quad (5)$$

⑤の演算を施し、整理すると、変形量、力量 θ, δ 、完全に、7-9分類される。

つまり、

$$W(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi x}{L} P_n(y) X_n, \quad \nabla(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi x}{L} Q_n(y) X_n$$

となる。更に、⑥において、 y 方向に関する項を、

$$P_n(y) = P_n(y) [x + (k/2)]_n, \quad Q_n(y) = Q_n(y) [x + (k/2)]_n$$

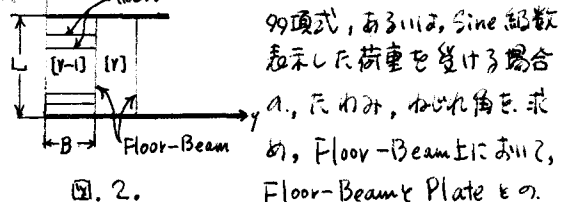
と置くと、①より、次式のように、部材端力を、部材端変位で表した、本解析の出発式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \nabla_n(0) \\ \nabla_n(L) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \alpha' & \beta' \end{bmatrix}_n \begin{bmatrix} W(0) \\ W(L) \end{bmatrix}_n + \begin{bmatrix} r \\ r' \end{bmatrix}_n k_n, \quad (6)$$

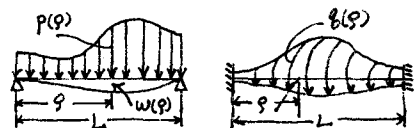
ここで、 $\alpha, \beta, r, \alpha', \beta', r'$ は、値で表される、Stiffnessマトリクスを、構成する要素である。

3. Floor-Beamの処理.

Floor-Beamの影響を、処理する為、両端 Simple と仮定し、Floor-Beamが、



Compatibilityを、とり、それらに、 $\sin n\pi y/L$ を、



$$(a). p(x) = \sum_{r=0}^{\infty} C_r x^r = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \sin n\pi x/L, \quad (b). \delta(x) = \sum_{r=0}^{\infty} D_r x^r = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \sin n\pi x/L$$

図. 3

掛け、0から1まで、積分することにより、

$$\{C\} = C \{F(r, n)\} \{W\} \{X_n\}, \quad \{d\} = C \{J(r, n)\} \{W\} \{X_n\},$$

一方、Sine級数表^(9a)示した、荷重に、 $\sin n\pi r$ を掛け、0から、1まで積分することにより、

$$\{\alpha_n\} = \int_0^1 \{C\} \{X_n\}, \quad \{\beta_n\} = \int_0^1 \{d\} \{X_n\},$$

⑨、⑩より、

$$\{d_n\} = \{C\} \{X_n\}, \quad \{\beta_n\} = \{C\} \{X_n\},$$

⑪を、計算すると、次式が、得られる。

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cosh y & \sinh y & \cosh y & \sinh y \\ 0 & \cosh y & \sinh y & \cosh y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{bmatrix}_n$$

ここで、 k_1, k_2 は、Floor-Beamの物理性状から定まる係数であり、⑫により、PlateとFloor係数との関係式が得られたことになる。

4. 2つの板の結合。

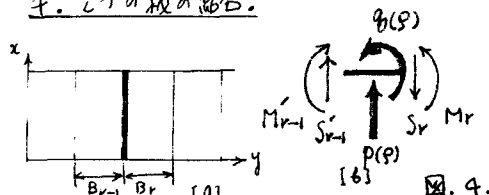


図.4を参照し、力釣り合いをとると、

$$\nabla_{r-1}(x, 0) = \nabla_r(x, 0) + \delta \begin{bmatrix} \phi(p) \\ P(p) \end{bmatrix}, \quad (13)$$

ここで、2方向の影響を共通除去すると、

$$\nabla_{r-1}(0) = \nabla_r(0) + \Pi_{r-1}, \quad (14)$$

5. 最終方程式。

⑭に、③を適用し、整理すると

$$A_r \nabla_{r-1} + B_r \nabla_r + C_r \nabla_{r+1} = F_r K_{r-1} + G_r K_r \quad (15)$$

となり、⑮を、すべての Floor-Beam 上に、適用することにより、次式の三軸2トリクス式を得る。

$$\begin{bmatrix} B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ A_m & B_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_1 \\ \nabla_2 \\ \vdots \\ \nabla_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 & G_1 \\ F_2 & G_2 \\ \vdots & \vdots \\ F_m & G_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ K_{m-1} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

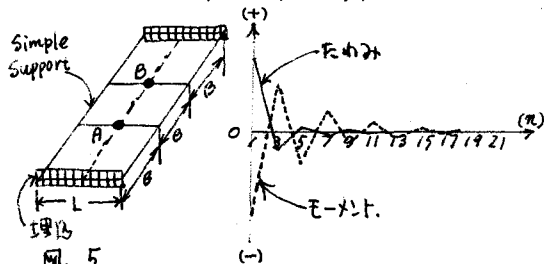
あるいは、

$$\{S\} \{\nabla\} = \{K\}, \quad (17)$$

⑯あるいは、⑰を得られた変形量に、2方向の影響を取り入れ、これを、 $n=1$ から繰り返し、解いたものを、Sum-upすることにより、変形量が得られる。このマトリクスを処理する際には、漸次処理される。又、変形量が得られれば、③を用いることにより、力量を容易に得ることが出来る。

6. 数値例。

一様荷重等分布荷重の作用した、両端、埋込みの3次元連続矩形板の場合を示す。代表的に、A点、B点のため、モーメントの収斂性を、示す、次のようになる。



n	A点モーメント	A点モーメント	B点モーメント	B点モーメント
1	6.140×10^{-3}	1.087×10^1	6.140×10^{-3}	1.087×10^1
3	6.070 "	1.560 "	6.070 "	1.560 "
5	6.075 "	1.330 "	6.075 "	1.330 "
7	6.074 "	1.444 "	6.074 "	1.444 "
9	6.074 "	1.383 "	6.074 "	1.383 "
11	6.074 "	1.418 "	6.074 "	1.418 "
13	6.074 "	1.397 "	6.074 "	1.397 "
15	6.074 "	1.411 "	6.074 "	1.411 "

表. 1.

7. 結論。

本解析によれば、Floor-Beamの影響も、⑮のマトリクスに、補正項として、たし込みだけで、解決され、最終方程式も、⑯のように、三軸2トリクス式に、作り上げたことにより、影響線の問題も、⑯のマトリクスに、99%の精度を施すことにより容易に解決される。

尚、本解析にあたり、福山コングレガント、小川泰造、機田機工業、西尾仁、両氏の、御助力を得たことを感謝する。

参考文献

- (1). 小川, 谷本, 夏目: "演算子法による鋼床板の解析" 第24回土木学会概要.
- (2). E. Giencke: "Die Grundgleichungen für die orthotrope Platte mit exzentrischen Steifen." Stahlbau (1955).
- (3). F.W. Mader: "Berechnung orthotroper Platten mit Hilfe von Übertragungsmatrizen." Stahlbau (1959).