

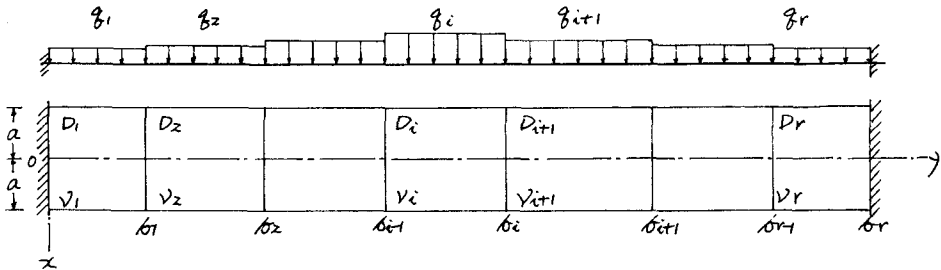
I-90 固有函数法による変断面板の曲げ解析

信州大学 学生員 O 河原 勇

正 員 谷本勉之助 夏目正太郎

1. はじめに

本研究は、今まで演算子法の立場から扱われた等分布荷重の四辺固定の板の曲げ解析を足がかりに、同じく演算子法の手法を固有函数法に適用して、板の「つなぎ」を処理して変断面矩形板の曲げ解析に及んだものである。「つなぎ」の処理のための級数展開には Fourier 級数よりも板の各種物理量に対応していると考えられる Neumann 級数による展開を行った。



2. 解析

上図に示す系について説明する。系は巾を等しくし、異なった物理性状、或いは荷重強度をもつ r 枚の矩形板から成る。オ1境界条件 ($y = \pm a$) は便宜、 y 軸対称を考へて、固定-固定 及 ω 自由-自由に限定するが、オス境界条件 ($y = 0, y = b_r$) は系の外的安定をそこはけない限り、固定・単純・自由の任意の組合せを探り得る。今、 i 枚目の板のため ω は

$$\omega = \sum_n [\cos \lambda_p, \lambda_p \sin \lambda_p] P_n(\lambda) \cdot \left[\cosh \frac{\lambda y}{a}, \sinh \frac{\lambda y}{a} \right] C_n + \omega_p, \quad (p = \frac{x}{a}) \quad (1)$$

で表わされる。 ω_p は $\nabla^4 \omega_p = g/D$ を満たす。 C_n は未知の固有マトリクスで、 P_n, ω_p, λ_n はオ1境界条件の処理により定められる既知の値である (a) ~ (c) 式, オ1境界条件はこれらの値の中に独立に処理せられてゐる。そして次の如くに定義し、簡単に表される結合状態マトリクスを Neumann 級数展開する。(d) (e) 式

$$W(x, y) = \{ \omega, \theta_y, M_y, \bar{y} \} = \sum_n X_n(x) \cdot Y_n(y) C_n + W_p(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} P_k(p) [[A_{mn}(p)] \{ C_n \} + \{ f_m \}], \quad (2)$$

これを、共通辺 ($y = b_i$) での結合条件 $W_i(x, b_i) = W_{i+1}(x, b_i)$ に用いて、 $[A_{mn}]$ が正方マトリクスになるように m, n について頭切りをして、(f) ~ (h) 式

$$[[A_{mn}] \{ F_n \} + \{ f_m \}]_{i, b_i} = [[A_{mn}] \{ F_n \} + \{ f_m \}]_{i+1, b_i}, \quad (3)$$

自由-自由 の場合

$$F_n(\lambda) = \begin{bmatrix} 2\cos\lambda - (1-\nu)\lambda\sin\lambda \\ (1-\nu)\cos\lambda \end{bmatrix} \quad (a)$$

$$\omega_p = \frac{1}{24(1-\nu^2)D} [y^4 + 12(1-\nu)a^2y^2 - 6\nu a^2y^2, \\ \nu(2-\nu)a^4] \quad \{1, p^2, p^4\} \quad (b)$$

$$\text{固有値} \left(\sin 2\lambda - \frac{1-\nu}{3+\nu} 2\lambda = 0 \right) \quad (c)$$

$$\begin{aligned} 2\lambda_1 &= 7.677736 + i1.089235 \\ 2\lambda_2 &= 14.00451 + i1.761681 \\ 2\lambda_3 &= 20.31219 + i2.146048 \\ 2\lambda_4 &= 26.61140 + i2.420268 \\ 2\lambda_5 &= 32.90601 + i2.634328 \\ 2\lambda_6 &= 39.14782 + i2.810155 \end{aligned}$$

これより、次の漸化式を得るのは、演算子法の常道である。

$$\{F_n\}_{i+1} = L_{i+1}\{F_n\}_i + T_{i+1} \quad (4)$$

又境界条件は、選択マトリクス $\{c\}$ を (2) 式に用いて、 $B = [\{c\} A_{mn}]_{1,0}$, $B' = [\{c\} A_{mn}]_{r,6r}$

$$B\{F_n\}_{1,0} = -\{c\}f_m|_{1,0}, \quad B'\{F_n\}_r = -\{c\}f_m|_{r,6r} \quad (5)$$

上式中、 $\{F_n\}_r$ を (4) 式を繰返し用いて、 $\{F_n\}_{1,0}$ により表わして、 $\{F_n\}_{1,0}$ を定める式を得る。(i)(j)式)

$$\{F_n\}_{1,0} = - \begin{bmatrix} B \\ B'LL_r \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \{c\}f_m|_{1,0} \\ \{c\}f_m|_{r,6r} + B'HL_r \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$A_{mn} = \frac{zm+1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{\Delta}{a} \\ -D(\frac{\Delta}{a})^2 \\ -D(\frac{\Delta}{a})^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 & I_2 \\ I_2 & I_2 \\ (1-\nu)I_1 & 2\nu I_1 + (1-\nu)I_2 \\ -(1-\nu)I_1 & 2(2-\nu)I_1 - (1-\nu)I_2 \end{bmatrix} \quad (d) \quad \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}_{mn} = \int_0^1 B_k(p) \begin{bmatrix} \cos p \\ \lambda p \sin p \end{bmatrix} dp \quad (e)$$

$$c_n = \langle F_n | f \rangle \quad A_{mn,y} = \text{Re} \cdot A_{mn} \cdot Y_n(y) \quad \hat{z} \quad (g) \quad \hat{c} = \begin{bmatrix} 1 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & i \end{bmatrix} \quad (h) \quad \{c\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (i)$$

$$LL_{i+1} = L_{i+1}LL_i, \quad HL_{i+1} = L_{i+1}HL_i + T_{i+1} \quad (LL_1 = E, HL_1 = 0) \quad (j)$$

3. 数値計算例

