

名古屋工業大学 正員 岡村 稔

同 正員 長谷部 宜男

同 大学院〇学生員 横田 宏昌

・まえがき 与えられた境界条件において、2次元弾性問題を解こうとするとき、その領域を単位円に等角写像する関数が、有理関数である場合には、積分方程式を解くことなしに閉じた解が得られる(文献1)。本論文では、図1に示すようなY型ラーメン領域を単位円に写像する有理型近似写像関数を、分数式の形に求め、応力解析を行なった。

・写像関数 図1に示すようなZ平面上の中1.0のY型ラーメン領域を単位円に等角写像する関数はShwarz-christoffell変換を用いて、

$$Z = \frac{3}{2\pi} \int \frac{(1+j^3)^{\frac{1}{3}}}{1-j^3} dj \quad (1)$$

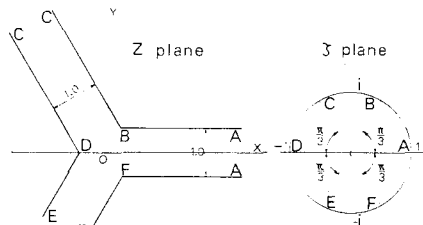


Figure 1

と表わされ、x軸に対して対称である。係数は中が1.0になるように定め、対応する点は図1に示した。式(1)の $1-j^3=0$ の近傍で、帯が無限に伸びる対数的特異点のため、その附近での収束は極めて遅い。従って、式(1)を対数的特異点を表わす第1項と、第2項とに分離、すなわち

$$Z = \frac{3}{2\pi} \int \frac{2^{\frac{1}{3}}}{1-j^3} dj + \frac{3}{2\pi} \int \left\{ \frac{(1+j^3)^{\frac{1}{3}}}{1-j^3} - \frac{2^{\frac{1}{3}}}{1-j^3} \right\} dj \quad (2)$$

のように変形し、第1項、第2項別々に、分数式の形で近似写像関数を作る。第1項を中心に、近似写像関数の作り方を説明する。第1項をベキ級数に展開すると

$$\int \frac{1}{1-j^3} dj = j + \frac{1}{4}j^4 + \frac{1}{7}j^7 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} a_n j^{3n+1} \quad (3)$$

これに対して、次のような分数式を近似させる。

$$\sum_{k=1}^{12} \frac{\beta_k j}{1-d_k j^3} = \sum_{k=1}^{12} (\beta_k j + d_k \beta_k j^4 + d_k^2 \beta_k j^7 + \dots) \quad (4)$$

ここに、分数式は12コとった。ここに式(3)と式(4)

を近似的に等しくなるように、24コの係数を比較して各々12コの未定係数 d_k, β_k を定めた。比較した係数は

n が1,2,3,4, $1 \times 7, 2 \times 7, 3 \times 7, 4 \times 7, 1 \times 7^2, 2 \times 7^2, 3 \times 7^2, 4 \times 7^2, 1 \times 7^3, \dots, 4 \times 7^3, (1 \times 7^4, \dots, 4 \times 7^4, 1 \times 7^5, \dots, 4 \times 7^5)$ の24コをとった。そして、24コの連立式を電子計算機で繰返し計算させ、 d_k と β_k を求めた。この値を表1の上段に示す。式(2)の第2項に対する近似分数式も全く同様で、この場合収束の速いことと、符号を考慮し、 $\sum_{k=1}^4 \frac{-\beta_k j}{1+d_k j^3}$ と選び、同様に、 n が1,2,3,4, $1 \times 7, 2 \times 7, 3 \times 7, 4 \times 7$ の項でベキ級数の項が一致するように作った。この値を表1の下段に示す。かくして式(1)に対する有理近似写像関数は、次のように定まる。すなわち

d_k	β_k	d_k	β_k
0.99998687201	0.000011591321	0.99991532236	0.00003690074
0.99972701482	0.00010101286	0.9992202-821	0.00026370651
0.9975679171	0.0007073-864	0.99433-57307	0.00184036882
0.984976-7122	0.00491289215	0.96094-903306	0.0126422-169
0.96009-73064	0.032878575-8	0.75280383796	0.07985303464
0.9560030223	0.18285-144-310	0.5504-8882	0.3-684665152
d_k	β_k	d_k	β_k
0.922-37527-5	0.0013628981	0.73914028660	0.00217048337
0.41786182710	0.41791389280	0.40289165639	0.403850829277

Table 1

$$Z = \frac{3}{2\pi} \left\{ \left(1 - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \right) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k}{1 - \alpha_k^2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{B_k}{1 + \alpha_k^2} \right\} \quad (5)$$

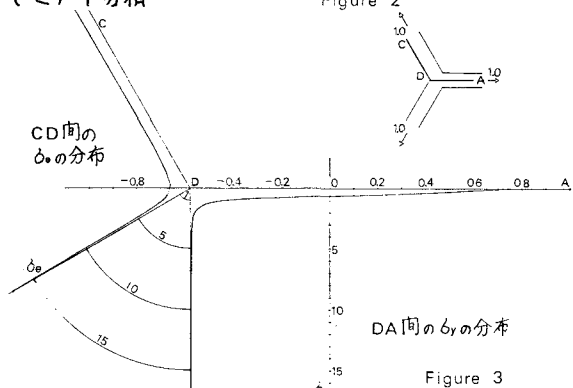
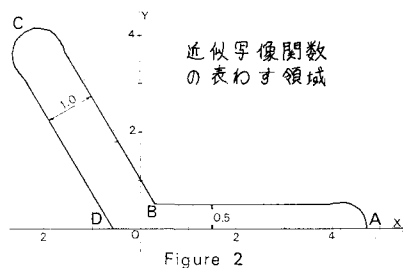
この近似写像関数の表わす領域を図2に示した。隅角部B, D, Fは本物は角点であるが、近似写像関数のため又味が入っており、計算すると曲率半径は、 -0.000805 帯の中を1.0としているので極めて小さく、近似写像関数として、十分精度がよいと考えられる。

・境界条件及び応力の計算 応力の解析の方法はMuskhelishviliの方法を用いた。境界条件としては、A, C, Eの三方向に、大きさ1.0の軸方向引張と、C, E点において、大きさ1.0のモーメントを与えた場合について、応力を解析した。軸方向引張については、図3に、DA間の σ_y 及びCD間の σ_θ の値を示し、図4にD, A間の σ_x の値を示した。これらを見ると、 σ_y は

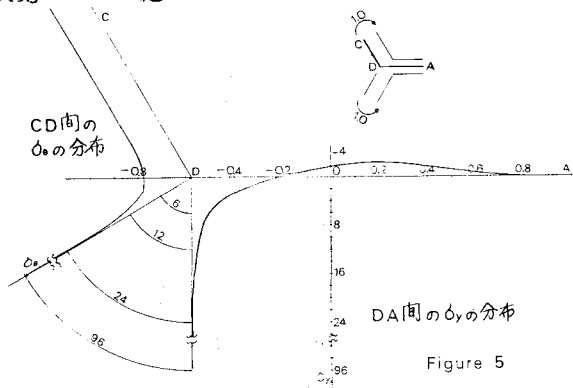
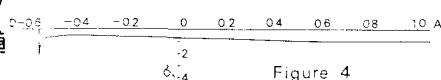
D点において、大きな値を示し、A方向に急激に減小し、0に近づいていく。又 σ_θ もやはり、D点において、 σ_y と同じ値をとり、C方向に急激に減小し、1.0に近づいている。又 σ_x の値はD点においては、もちろん、0を示し、その極く近傍において、急激に増加して、応力集中を生じ、それから急に減小して、1.0より小さな値になる。さうにまた漸増し、1.0の値に近づいて行く。xが0なる附近においては、 σ_x と σ_y は同じ値に近づいている。次に曲げモーメントについては、図5にDA間の σ_y 及び、CD間の σ_θ の値を示し、図6にはDA間の σ_x の値を示した。これらを見ると、 σ_y はやはりD点においては、かなりの応力集中を生じ、D点より離れると、急に減小し、 $x = -0.2$ 附近で、引張から圧縮に変わっている。そして、次第に圧縮状態から0に近づいている。 σ_θ もD点において、 σ_y と同じ値をとり、急激に減小、C方向に向かって、6.0の値に近づいて行き、材料力学により、簡単に求められる値に等しい。 σ_x の値はD点附近で急激に増加し、応力集中を生じている。これよりA点に向かって0に漸近している。

・参考文献

- (1) Muskhelishvili: 「Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity」
- (2) 岡林、長谷部: 「ラーメン隅角部の角度と隅角部附近の応力について」オ24回年次学術講演会



軸方向引張によるDA間の σ_x の分布



曲げモーメントによるDA間の σ_x の分布

