I-73　道路橋の疲労寿命の一推定法

金沢大学工学部　正員　小堀為雄
コロンビア大学　正員　M. Shinozuka

1. まえがき

現在自動車交通の急激な発達にともない 交通量は増大し，また自動車も大型化して来た。それによって既設の道路橋は予期しなかった大重量の荷重を繰り返し受ける事になり，橋桁部材に疲労破壊を起させる原因となっている。このことはわが国においてもアメリカ合衆国においても同様である。

橋梁の疲労寿命の推定に関してはW. H. Munse ，J. W. Fisher ，C.C.Tung やその他幾人かの研究者によって研究がなされている。W. H.Munse やJ. W. Fisher は幾つかの実際の道路橋についての観測や実験室内における試験桁の疲労試験の結果から橋梁部材におけるS－N曲線を与えている。一方C. C. Tung は交通流の統計的性質を利用して，橋梁に載荷する荷重をランダム過程として新らしい疲労寿命推定法を示した。しかし前者は多くの時間と金額を要し，後者は荷重を動的に取り扱うことが困難である．本研究では橋梁に載荷する自動車荷重を統計的に，また，その自動車荷重による橋桁の応答を動力学的に取り扱って，橋梁の疲労寿命を推定する一方法について研究する。さらにこの研究では橋梁の疲労寿命に及ぼす各種要因についても検討することを目的としている。

2. 走行自動車による道路橋の動的応答

(1) 自動車－橋桁系の運動方程式

図－1のような振動系を考える。方程式の誘導は参考文献を参照されたい。

橋桁の動たわみ曲線を次のように仮定する。

$$y(t,x)=\sum^{k} g_k \sin\frac{k\pi x}{l} \qquad (1)$$

また，自動車列中先頭からi番目の自動車の作用点下の桁の動たわみを，

$$y_{vi}=\sum_{1}^{i}\varepsilon\left(\sum_{1}^{k} g_{kj}\sin\frac{k\pi x_i}{l}\right)+y_0(x=x_i) \qquad \cdots\cdots(2)$$

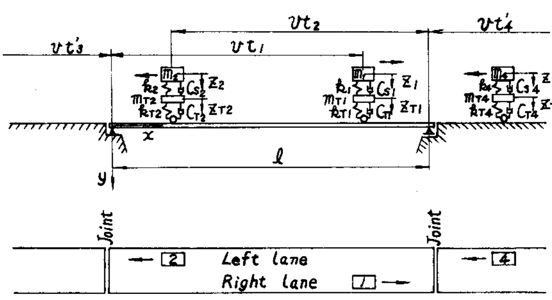

Fig.1　Vehicles - Bridge system

とする。ここに$y_0(x)$は路面の凹凸を表わす関数である。この系の運動方程式をエネルギー法から求めると次式のようになる。

$$[M]\{\ddot{Y}\}+[B]\{\dot{Y}\}+[K]\{Y\}=-[F]\{P\} \qquad (3)$$

ここに，[M]，[B]， および [K] はそれぞれはりおよび自動車の質量，減衰，剛性に関するマトリックスであり，{Y} は，はりおよび自動車の変位に関するベクトルであり，[P] は外力(荷重)に関すベクトルである。また，[F] は外力に関するマトリックスである。

式(3) を用いて，ランダムに走行している自動車荷重による橋桁の動的応答を計算することができる。次に橋桁の動的応答に影響を及ぼすと思われる2．3の要因について検討を加える。

(a) 初期条件

式(3) を解くには橋桁および自動車に関する初期条件 $y(0,x)$, $\dot{y}(0,x)$, $z_i(0)$, $\dot{z}(0)$, $z_{ri}(0)$ および $\dot{z}_{ri}(0)$が明らかでなければならない。

ここに，$y(0,x)$ と $\dot{y}(0,x)$ は今考えている自動車が橋梁に入る際にすでに橋桁が振動している時の橋桁の動たわみとその鉛直速度である。また，z に関する初期条件は自動車が橋梁のアプローチを走行して橋梁の入口に達したときの自動車のもつ振動から求めることができる。これらの初期条件が走行荷重による橋桁の動的応答にどのような影響を及ぼすかについて調らべる。

本研究では先づ橋桁上にすでに前走車があるとして，その前走車による残留振動についてその影響を調らべた。その結果初期条件のとり方によって動的応答は若干の差が認められるが，ランダム走行荷重の場合はさほど問題はない。自動車の初期条件については自動車のアプローチ走行を考慮し，また橋梁の入口のジョイントの凹凸を路面凹凸の瞬間的な突起と考え，デルター関数として次式のように考える。

$$y_0(t) = A_1\delta(t) \tag{4}$$

ここにA_1は Impact の大きさを表らわすパラメーター(in − sec) である。しかし，この大きさは橋梁によって異なり，一意的に決定することは困難であり，統計的に取り扱われなければならないが，この事は今後の研究にゆずる。

(b) 橋面の凹凸

橋面上の凹凸は道路の種類（一般道路や高速道路など），舗装の良否，それに橋面の局部的状態によって種々の場合が考えられる。この研究ではこれを1つの確率過程として取り扱う。この事がこの研究の特徴の1つである。

パワースペクトル密度 $S_0(\Omega)$ をもった路面の凹凸は次のような方法で Simulate される。すなわち Simulate された路面の凹凸を，

$$y_0(t) = A\sum_{1}^{N}\cos(\omega_n t + \phi_n) \tag{5}$$

と仮定する。この場合式 (5) のAは

$$A = \sqrt{\frac{2}{N}\int_{-\infty}^{\infty} S_0(\Omega)\,d\Omega} \tag{6}$$

としてあらわされ，Ωは路面凹凸の周波数（cycle/m），ω_nとϕ_nは確率変数である。ω_n は $S_0(\Omega)$ を用いてモンテカルロ法で Simulate され，ϕ_nは0〜2πまでの一様分布として求められる。

(c) 振動中の橋桁の動応力

われわれが部材または接合部等の疲労を論ずる際は部材に働く応力が必要となる。しかし一般に動的応答を求める際は，動たわみを求める方が有利である。そこでここでは動たわみの桁軸方向xの2次微分としてその応力を求める。すなわち，いまX点の動応力を$S_{dy}(t,x)$とすると，

$$S_{dy}(t,x) = -\frac{EI}{Z}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{EI}{Z}\sum^{k}\left(\frac{k\pi}{l}\right)^2 q_k \sin\frac{k\pi X}{l} \tag{7}$$

全応力はその点の橋梁の死荷重による応力 S_{dead} を加えて求める。

$$S(t,x)=S_{dy}(t,x)+S_{dead}(x) \qquad (8)$$

この動応力は時間とともに変動する振動波である。橋桁部材のある部分はこのような変動繰り返し応力を常に受けている。この場合材料の疲労では応力の振幅とその平均値が重要であるのである。しかし実際の波形は種々の大きさの波形が含まれているので，これらの全べてを考慮することは実際計算上は不可能である。この研究ではある間隔 ΔS でクラス分けして，そのクラスに入る個数を集計して，応力振幅の最小値 S_{min} と最大値 S_{max} をそれぞれ行と列とした応力振幅頻度 Matrix を求める。そのマトリックスの各項は Gaussian 記号を用いて次のように表わされる。

$$[S_i],[S_j] \equiv [S_{min}/\Delta S+0.5],\ [S_{max}/\Delta S+0.5] \qquad (9)$$

3. 交通流と橋梁の疲労寿命について

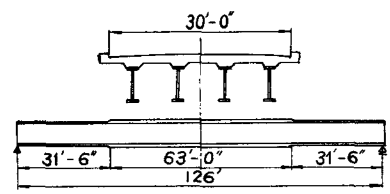

Fig.2 USED BRIDGE FOR EXAMPLE

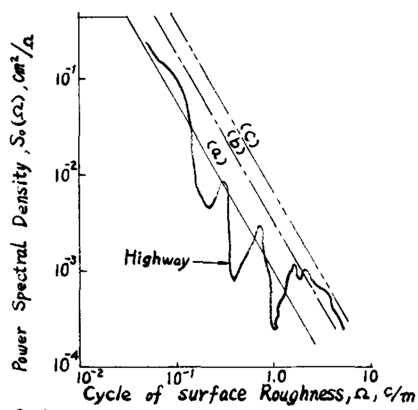

Fig.3 POWER SPECTRAL DENSITY OF SURFACE ROUGHNESS

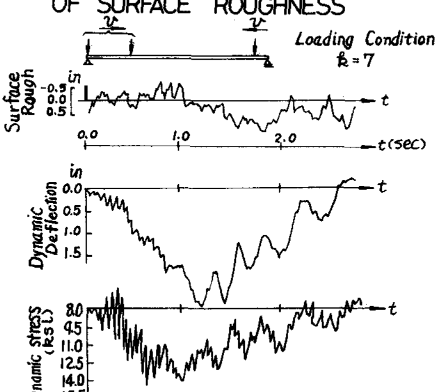

Fig.4 EXAMPLE OF DYNAMIC RESPONSE OF HIGHWAY BRIDGE DUE TO RANDOM VEHICLES (AT QUATSPAN)

実際の自動車交通はその種類，重量，車頭間隔がまったく不規則に配列されている。これによる橋桁の動応力もまた不規則な振動波形となっている。これを求めるには自動車列を確率統計的に取り扱わなければならない。それには次の方法が考えられる。

(a) 交通流の確率統計量（例えば自動車列の重量の分布，車頭間隔の分布など）から橋梁を通過するであろう交通流の確率模型を Simulate する。その模型による橋桁の動応力を数値計算し，橋梁の寿命を推定する。

(b) 交通流から代表的数種の自動車列模型を選定し，その確率を計算して，それらの和として，応力振幅の頻度を求める。その頻度から橋梁の疲労寿命を推定する。

(a)の方法は橋梁の寿命すべてについて Simulate する必要があり，多くの時間と経費を要する。(b) の方法は数類の代表的自動車列模型についてのみ数値計算を行なえばよく，あとは確率統計的手法から処理出来る点，時間と経費の面で (a) にくらべて有利である。しかし自動車列模型の選び方などで，多少の誤差はまぬがれない。

(a) 法は文献(※) を参照されたい。この研究では(b)法についてのべる。

3-1 交通流の性質と自動車列模型の確率

交通流中の車頭間隔の分布は指数分布または Gamma 分布と言われる。ある時間間隔内に到着する，いわゆる到着台数の分布は

$$P(n)=(\mu^n/n!)\,e^{-\mu}\ (\text{etponensial dis.}),\ \mu=\lambda t \qquad (10)$$

(※) T. Kobori, Application of simulation Analysis to Durability and Fatigue Desigu of Bridges, Symposium of 15th J.B.S.E.

$$p(n)=\left\{\frac{\mu^{2n}}{(2n)!}+\frac{\mu^{(2n+1)}}{(2n+1)!}\right\}e^{-\mu} \qquad (11)$$

$$\mu=2\lambda t \qquad (Gamma\ dis.\ \Gamma(1/2))$$

ここに　$\lambda=V/T$；単位時間内に到着する平均台数.

V；T時間内の全到着台数.

二方向の交通流を同時に考える場合は

$$p(N)=\sum_n\sum_k P_R(n)\,p_L(k) \qquad (12)$$

$$N=n+k$$

重量の分布，一般に小型車および大型車についてそれぞれ正規分布であると言われているが，ここでは疲労寿命を推定するという立場から，橋桁に与える応力の小さいもの(小型車)と，比較的大きい応力を与えるトラック車(普通トラック車)，さらに大きい応力を与える大重量の３種類を考える。

３－２　疲労寿命の推定

疲労寿命の推定にあたって次の仮定を用いる。

(1)　応力振幅は１台または数台の自動車による動的応力のそれぞれの振動波形の½をとる。

(2)　波形の順序は疲労寿命には影響しない。

(3)　マイナーの法則が成立する。すなわち，

$$\Delta=\sum_i\sum_j(n_{ij}/N_{ij}) \qquad (13)$$

疲労寿命LはΔの逆数として表わされる。

$$L=1/\Delta \qquad (14)$$

各載荷状態　(表-1 (a))

載荷状態の記号(k)	確率の記号(p)	自動車の数	Right lane	Left lane
1	p_{00}	No Vehicle		
2	p_{01}	1	↓	
3	p_{02}	2	↓ ↓	
4	p_{03}	3	↓ ↓ ↓	
5	p_{04}	4	↓ ↓ ↓ ↓	
6	p_{11}	2	↓	↓
7	p_{12}	3	↓ ↓	↓
8	p_{13}	4	↓ ↓ ↓	↓
9	p_{14}	5	↓ ↓ ↓ ↓	↓
10	p_{22}	4	↓ ↓	↓ ↓
11	p_{23}	5	↓ ↓ ↓	↓ ↓
12	p_{24}	6	↓ ↓ ↓ ↓	↓ ↓
13	p_{33}	6	↓ ↓ ↓	↓ ↓ ↓
14	p_{34}	7	↓ ↓ ↓ ↓	↓ ↓ ↓
15	p_{44}	8	↓ ↓ ↓ ↓	↓ ↓ ↓ ↓

(b) 各車線別載荷台数と車種別パターンに対する確率

記号* ℓ_n	パターン	確率
1_1	|R	$g\{1,R\}=g_R$ **
2_1	↓	$g\{1,H\}=g_H$
1_2	|R |R	$g\{2,R\}=[g_R]^2$
2_2	↓ |R	$g\{1,R\|1,H\}={}_2C_1[g_R\cdot g_H]$
3_2	↓ ↓	$g\{2,H\}=[g_H]^2$
1_3	|R |R |R	$g\{3,R\}=[g_R]^3$
2_3	↓ |R |R	$g\{2,R\|1,H\}={}_3C_1[g_R]^2[g_H]$
3_3	↓ ↓ |R	$g\{1,R\|2,H\}={}_3C_2[g_R][g_H]^2$
4_3	↓ ↓ ↓	$g\{3,H\}=[g_H]^3$
1_4	|R |R |R |R	$g\{4,R\}=[g_R]^4$
2_4	↓ |R |R |R	$g\{3,R\|1,H\}={}_4C_1[g_R]^3[g_H]$
3_4	↓ ↓ |R |R	$g\{2,R\|2,H\}={}_4C_2[g_R]^2[g_H]^2$
4_4	↓ ↓ ↓ |R	$g\{1,R\|3,H\}={}_4C_3[g_R][g_H]^3$
5_4	↓ ↓ ↓ ↓	$g\{4,H\}=[g_H]^4$

*　ℓ_nのサフィックスは車線別台数である.

**　g_Rは普通トラック車である確率(EX. 20/21)

g_Hは大重量車である確率　(EX. 1/21)

３－３　１年間に起生するある応力振幅の回数n_{ij}の計算法

今代表的自動車列模型を表－１(a)のように取る。各載荷状態による橋桁の動的応答を式(3)から求め，式(7)を用いて動応力を求め，この動応力振幅の頻度Matrixを式(9)から求める。この頻度Matrixに各載荷状態の起こる確率pを乗ずる。一方各載荷状態について，普通車，大型車の確率g_R，g_Hを考慮して次の式から求められる。

$$n_{ij}=\sum_k p_k\sum_l (n'_{ij})_{kl}\,g_{kl} \qquad (15)$$

ここに，p_kは載荷状態kが起る確率　，g_{kl}は載荷状態kにおいて，普通トラック車がR台，大重量車がH台含まれる(これをlの状態としよう)確率，(n'_{ij})は載荷状態がkで，車の種類がlであるような自動車列による橋桁の動応力振幅の回数.

４.　数値計算例

計算の１つの例として図－２に示すスパン$l=126ft$，有効巾員$30ft$の道路橋に，１日交通量を816台(内72kipsの普通車が20%，142kipsの大重量車が１%，その他は省略)として，橋梁の入口凹凸の大きさを表わすパラメーターA_1を0.04 (in-sec)，橋面凹凸を図－３の(b)をとって橋梁の疲労寿命を求めると約100年と計算された。　(コロンビア大学にて，44年5月～45年1月)