

I-62 移動荷重を受ける変断面連続ばりのDPによる最適設計

信州大学工学部 正員 吉田 俊 弥
 阪神高速道路公団 長 尚
 〇堀 松 正 芳

1. 序 A.C Palmer¹⁾ は Dynamic Programming (動的計画法, DP) の手法を応用して, 不連続的に与えられた断面寸法を用いて, 死荷重を受ける連続ばり (同一スパン内は等断面) の最適設計を扱っている。本文はこの Palmer の研究を拡張して, さらに変断面および移動荷重を考慮に入れた計算法と, 近似計算法について述べたものである。Palmer の研究は, 単純塑性理論に立脚した最適設計で, 採用し得る断面寸法について, 塑性モーメントおよび費用が離散的数値として与えられた問題を対象としている。したがってこの問題は, ここの断面をうまく組み合わせて, 与えられた荷重に耐え, かつ費用が最小のものを見出すことに帰せられる。断面の組み合わせの数は一般に非常に大きくなるので, 不必要な組み合わせを省略して, 能率良く最適解と得るために, R. Bellman の提唱した最適性の原理に基づく DP を利用している。

第 r スパン目の左右支点の曲げモーメント m_{r-1} , m_r を仮定すると, このスパンの曲げモーメント分布は決まる。したがってこのスパンに採用する塑性モーメントとこれに対応する当該スパンの費用 $g_r(m_{r-1}, m_r)$ を決定することができる。さて, m_r に対応する m_{r-1} のうち, それまでのスパンの費用が最小になる m_{r-1} の値とその費用 $C_{r-1}(m_{r-1})$ を, 第1スパンから順次求めておけば, 当該スパンの費用 $C_r(m_r)$ を示す最適性の原理の式(漸化式)から最適解を見つけることができる。

$$C_r(m_r) = \min_{m_{r-1}} [g_r(m_{r-1}, m_r) + C_{r-1}(m_{r-1})] \quad \text{---- (1)}$$

2. 変断面への拡張 第 r スパンを N_r 個の任意の小区間に分割し, その一つの分割区間内では等断面として扱う。任意分割第 s 区間の費用は, その区間の最大曲げモーメントに支配される。この最大曲げモーメントは, そのスパンの左右支点の曲げモーメントを仮定すれば決まるので, 当該分割区間の費用を $h_{rs}(m_{r-1}, m_r)$ で表わすと,

$$g_r(m_{r-1}, m_r) = \sum_{s=1}^{N_r} h_{rs}(m_{r-1}, m_r) \quad \text{----- (2)}$$

にあるから, 式(1)に相当する最適性の原理の式は次のようになる。

$$C_r(m_r) = \min_{m_{r-1}} \left[\sum_{s=1}^{N_r} h_{rs}(m_{r-1}, m_r) + C_{r-1}(m_{r-1}) \right] \quad \text{----- (3)}$$

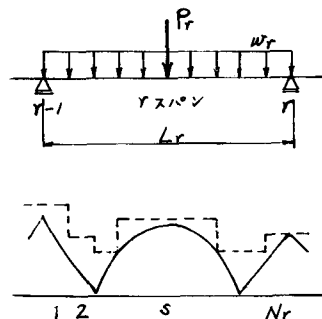


図 - 1

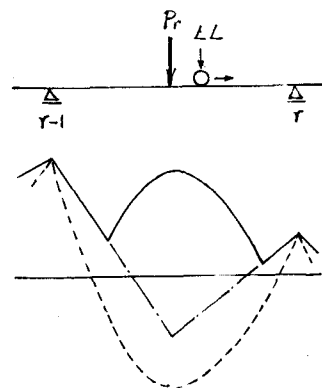
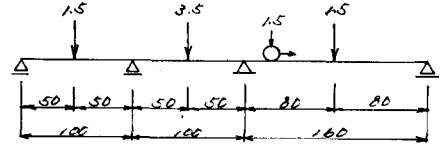


図 - 2

3. 移動荷重への拡張 移動荷重の載荷点下の曲げモーメントの包絡線は、等分布荷重によるものと相似なので、移動荷重は静的な等分布荷重に換算することによって考慮することが出来る。したがって、各点の最大曲げモーメントは、左右支点の曲げモーメントと死荷重によるモーメントと、これに換算等分布荷重によるモーメントを加えたもののうち、絶対値の大きい方として決まる。このようにして各点の最大曲げモーメントが決まれば、式(1)、(3)の最適性の原理の式がそのまま適用出来る。

4. 計算例 ここでは移動荷重を受ける3径間連続橋りばりについての計算結果を示す。なお、使用し得る断面の塑性モーメントおよびそれに対応する単位長さ当りの費用を図-3に示す。



断面	塑性モーメント	単位長さ当り費用
1	50	0.30
2	60	0.32
3	70	0.36
4	80	0.40
5	100	0.50
6	150	0.70

図-3

(1) 両端が単純支持の場合 最適設計時の曲げモーメント分布と、採用した塑性モーメントを図-4に示す。ここで点線は各スパン内では同一断面の場合、実線は各スパンを10等分し、その区間内で等断面として計算した値である。したがって斜線部は断面を変化させることにより節約された塑性モーメントを示す。図-6に $C_r(m_r)$ を示す。



図-4

(2) 両端が固定の場合 最適設計時の曲げモーメント分布と、採用した塑性モーメントを図-5に示す。点線は各スパン内では同一断面の場合、実線は各スパンを10等分して計算した場合である。図-6に $C_r(m_r)$ を示す。

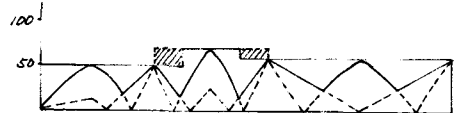


図-5

図-6において、実線は両端単純支持で同一スパン等断面の場合、点線は両端固定で同一スパン等断面の場合、●印は両端単純支持で各スパンを10等分した場合、×印は両端固定で各スパンを10等分した場合の $C_r(m_r)$ を示す。

5. 近似解法 分割数を増すと、図-6にみられるように、費用は下がり、かつ m_r の変化によって費用は余り影響を受けなくなる。このことは最適時の支点曲げモーメントを多少正確な値を欠いて推定したとしても、結果としてはかなり正確な値が得られることを意味している。したがって最大曲げモーメントの分布が、全体的に正負にわたってバランスのとれるように図上で調整し、これに対して塑性モーメントを割り当てることで、実用上十分精度の良い結果が得られる。さらにこの時の支点曲げモーメントの付近の断面だけを用いて上述の計算をすれば演算時間をかなり節約し得る。

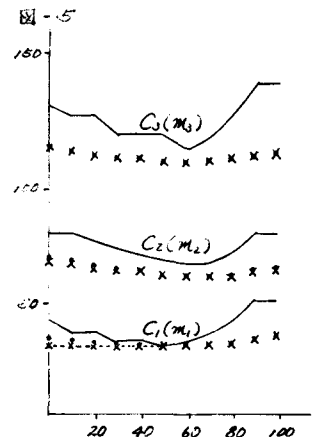


図-6

1) A.C. Palmer: Optimal Structure Design of Dynamic Programming, ASCE Aug. 1968