

I-41 平面トラスのはりへの置換

宮地 鉄 I 所 正員 □清水 裕朗
日大理工学部交通工学科 正員 川口 昌宏

1. まえがき

本研究の目的は、トラスはりが曲げとせん断を受けることによって引き起される変形を考察し、はりの理論との対比により、トラスはりを力学的に等価な、はりに置換しようとするものである。

ここでは平面平行弦トラスはりについて、曲げとせん断による変形が分離できることを確かめ、各々の剛性が等しいはりに置換できることを示し、それをトラス橋のたわみ計算に応用してみる。

2. トラスの曲げ変形とせん断変形の分離

図-1 に示す様な荷重状態のトラスとは、支点 A, B の間では純粋曲げの状態であり、この部分の腹材には軸力は起らない。

A, B 間の曲げモーメントは、弦材にのみ軸力を起す。

支点上の垂直材と張り出し部の腹材に軸力が起るのは、せん断力が存在するからであると考えられる。

(1) 曲げ変形

前述の考察から正の曲げモーメントを受けトラスの 1 パネルは、図-2, (a) に示すように上弦材に圧縮力、下弦材の引張力が加わるので、台形状に変形する。すなわち弦材 AC, BD は変形して A'C', B'D' となり、腹材は長さ不変のままそれぞれ A'D', A'B', C'D' となり、A'D' を共有した三角形 A'D'C' および A'D'B' を形成する。つまり上、下弦材の断面積の不一致により A A' と B B' であっても腹材は曲げ変形に無関係である。

(2) せん断変形

図-1 での考察からトラスのせん断変形は腹材の変形である。

図-2, (b) の様に変形すると考える。弦材は回転するのみでせん断変形に無関係である。

3. トラスの曲げ剛度せん断変形剛度の誘導

2 における考察から、トラスはりの曲げ、せん断変形が分離できるからそれぞれ剛性も分離可能である。そこでトラスはりを等価な剛性を持つはりに置換する。このはりを置換はりと呼ぶことにする。

置換はりの曲げ剛度 $(EI)_B$ は、弦材の断面積より

$$(EI)_B = E_T A \left(\frac{\mu_s \mu_u}{\mu_s + \mu_u} \right) \quad \text{--- (1)}$$

E_T : トラス部材の弾性係数, A : 標準断面積

せん断剛度 $(GA)_B$ は、せん断力 Q_x によって 1 パネルにたわみを生ずる歪エネルギーは

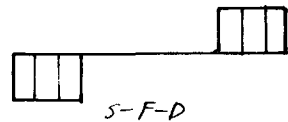
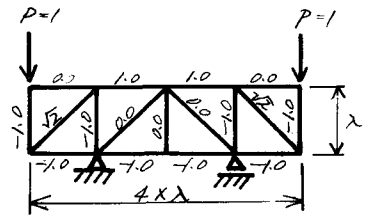


図-1

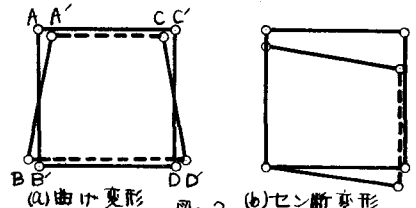


図-2 (a) 曲げ変形 (b) せん断変形

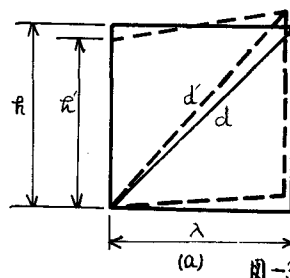


図-3

$$w_T = \frac{\theta x^2}{2E_T} \left(\frac{R}{AR} + \frac{d^3}{AdR^2} \right) \quad R: \text{セリ断係数}$$

$$w_T = w_B \text{ より } \frac{(GA)_B}{R} = \frac{E_T A}{\left(\frac{\tan \alpha}{\mu R} + \frac{1}{\mu d \sin \alpha \cdot \cos \alpha} \right)} \quad \text{---(2)}$$

4. 数値計算による検討

(1) 剛性マトリックス法による変形の分離解析

・曲げ変形 — 腹材のマトリックス要素と標準解析モデル

1Lの1000倍に与えて弦材の曲げ変形を計算する。

・セリ断変形 — 弦材のマトリックス要素と標準解析モデル

1Lの1000倍に与えて腹材のセリ断変形を計算する。

(2) 数値計算

図-4の様な片持ちトラスはりに以下の様な諸元を与えて、(1),(2)式による剛度を用いて弾性荷重法によって

得た結果とトラスとしての分離解析の結果を図-5に示す。

$$m=10, E_T=20 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, \lambda=R=100 \text{ cm}$$

$$A=50 \text{ cm}, \mu_0=\mu_u=1.0, \mu_R=\mu_d=0.2, \alpha=45^\circ, P=100 \text{ kg}$$

両者の解は各々について極めてよく一致し置換はりの剛度がトラス

はりの剛性をよくあらわすことを確認した。

5. 置換はりのセリ断剛度の性質

(1) セリ断剛度 $(GA)_B$ の最大値

$$(2) \text{式に } \gamma = \mu d / \mu_R \text{ を代入し, } F(\alpha) = (GA)_B / R \text{ とすると}$$

$$\gamma \sin \alpha + 3 \sin \alpha - 2 = 0 \quad \text{---(3)}$$

γ を決めれば $F(\alpha)$ に最大値を与え α が決まる。

$$\gamma=1 \text{ の時 } \sin \alpha = \frac{2}{\gamma} - 3 = \sqrt{3} - 1 \quad \therefore \alpha = 1.34 \text{ rad}$$

これより $\lambda = 0.93R$ で $(GA)_B$ は最大になる。

(2) セリ断はりの曲げ変形に対する割合

図-6に示す様な単純トラスはり置換はり。最大変形は

$$\delta_{\max} = \frac{58 \ell^4}{384 (EI)_B} \left\{ 1 + \frac{48}{5} \cdot \frac{1}{\ell^2} \cdot \frac{R}{(GA)_B} (EI)_B \right\} \quad \text{---(4)}$$

$$\gamma_s = \frac{48}{5} \cdot \frac{1}{\ell^2} \cdot \frac{R}{(GA)_B} (EI)_B \quad \text{---(5): } \gamma_s = \delta_s / \delta_b$$

さらに $\mu_0 = \mu_u$, $\mu_R = \mu_d$ とし $\mu = \mu_0 / \mu_R$ として最小のセリ断変形を与えるため $\lambda = 0.93R$ とし、

μ を 2, 6, 10 と変化させると図-7の様になる。

6. 考察

不静定トラスはりについては、純粋曲げの考察より $A_0 = A_u$ の時、曲げとセリ断変形の分離が可能である。 $A_0 \neq A_u$ の時は曲げモーメントによる腹材にも軸力が入り置換が初等的でなくなる。

・参考文献 田口武一「鉄骨トラスの力学」, 理工図書 “天草五橋工事報告設計編”, 日本道路公団

