

北海道大学 学生員 工修 ○佐伯 昇
三井建設 正員 工修 島田 勝
北海道大学 正員 工博 横道英雄

1. まえがき

これまでの2次せん断変形を考慮した論文には Heilig⁽¹⁾ Roik⁽²⁾ Grap⁽³⁾ 等があるが、これらは厚さ一定で桁高と巾の比 β が1になると拘束ねじり剛度に相当する項が無限大になる。本論文では2次せん断流の方向とねじり角の方向を考慮して、2次せん断変形を考慮したねじり方程式を誘導したものである。これによると $\beta=1$ の場合、ある一定値を示す。又この2次せん断変形によって2次的なねじりが生ずるがここではこれを無視した。

2. 理論の概要

図1のように任意の開断面を有する桁を考える。2次せん断流 $\bar{q}(s)$ の方向は正の回転を生ずるものを正と考える。正負の符号の変換点を S_1, S_2, S_3, S_4 とする。せん断流中心 O_s から点 S における接線までの距離を $r_t(s)$ とすれば、2次ねじりモーメント $\bar{m}_t$ は

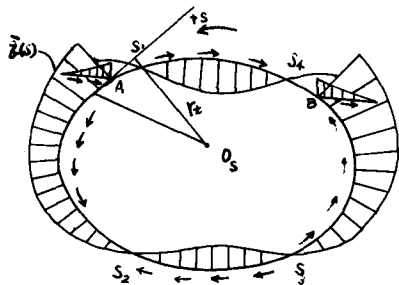


図 1

$$\begin{aligned}\bar{m}_t &= \int_{S_1}^{S_2} \bar{q} r_t ds + \int_{S_3}^{S_4} \bar{q} r_t ds + \left[\int_{S_2}^{S_3} \bar{q} r_t ds + \int_{S_4}^{S_1} \bar{q} r_t ds \right. \\ &\quad \left. + \int_A \bar{q} r_t ds + \int_B \bar{q} r_t ds \right] = \int_{(+) } \bar{q} r_t ds + \int_{(-) } \bar{q} r_t ds \\ &= \bar{m}_{t1} + \bar{m}_{t2} = -E C_w \theta'''' \dots \dots \dots (1)\end{aligned}$$

さて $\bar{m}_{t1}, \bar{m}_{t2}$ に相当するせん断変形によって生ずる回転角を $\theta'_{c1}, \theta'_{c2}$ とすると $\theta'_{c1}, \theta'_{c2}$ を生ずる外部の仕事は各々 $\bar{m}_{t1} \theta'_{c1}, \bar{m}_{t2} \theta'_{c2}$ でこれによる内部力の仕事は各々 $\frac{1}{4} \int_{(+) } \frac{\bar{q}^2}{t} ds, \frac{1}{4} \int_{(-) } \frac{\bar{q}^2}{t} ds$ となる

$$\left. \begin{aligned}\text{この両者は等しいから } \theta'_{c1} &= \frac{1}{4 \bar{m}_{t1}} \int_{(+) } \frac{\bar{q}^2}{t} ds \\ \theta'_{c2} &= \frac{1}{4 \bar{m}_{t2}} \int_{(-) } \frac{\bar{q}^2}{t} ds\end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned}\text{今 } \bar{q}(s_{1,2}) &= -\bar{q}^* E \theta'''' & \bar{q}(s_{3,4}) &= \bar{q}^* E \theta'''' & (\bar{q}^* \text{は } E \theta'''' \text{の係数の絶対値}) \\ \bar{m}_{t1} &= -E \theta'''' \bar{I}_1 & \bar{m}_{t2} &= E \theta'''' \bar{I}_2 \\ \bar{I}_1 &= \int_{(+) } \bar{q}^* r_t ds & \bar{I}_2 &= \int_{(-) } \bar{q}^* r_t ds\end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{とすると } \theta'_{c1} = \frac{E}{4} \frac{E \theta''''}{\bar{I}_1} \int \frac{\bar{q}^{*2}}{t} ds, \quad \theta'_{c2} = -\frac{E}{4} \frac{E \theta''''}{\bar{I}_2} \int \frac{\bar{q}^{*2}}{t} ds$$

全体としての2次せん断変形による回転角 θ'_c とすると

$$\bar{m}_{t1} \theta'_{c1} - \bar{m}_{t2} \theta'_{c2} - (\bar{m}_{t2} \theta'_{c2} + \bar{m}_{t1} \theta'_{c1}) = 0 \dots \dots \dots (4)$$

であるから

$$\theta'_c = -\frac{E}{G} \frac{1}{\bar{x}_1 + \bar{x}_2} \left(\int_{\bar{x}_1}^{\bar{x}_2} \frac{\bar{g}^{*2}}{t} ds - \int_{\bar{x}_2}^{\bar{x}_1} \frac{\bar{g}^{*2}}{t} ds \right) \theta''_{\sigma} = \alpha \cdot \theta''_{\sigma} \dots (5)$$

よって

$$m_k = G I_k (\theta'_c + \theta'_e) \dots (6)$$

$$\bar{m}_k = -E C_w \theta''_{\sigma} \dots (7)$$

$$m_k + \bar{m}_k = T \dots (8)$$

代入すると

$$G I_k \theta'_c - \theta''_{\sigma} (E C_w + \alpha G I_k) - T = 0 \dots (9)$$

$$G I_k \theta'_c - E C_w \theta''_{\sigma} - T = 0$$

$$\theta''_{\sigma} - \lambda^2 \theta'_c + \frac{T}{E C_w} = 0 \dots (10)$$

$$\bar{\lambda}^2 = \frac{G I_k}{E C_w}$$

$$\begin{aligned} C_w &= C_w + \alpha \cdot \frac{G}{E} I_k \\ &= C_w \left(1 + \frac{I_k}{C_w} \frac{1}{\bar{x}_1 + \bar{x}_2} \left(\int_{\bar{x}_1}^{\bar{x}_2} \frac{\bar{g}^{*2}}{t} ds - \int_{\bar{x}_2}^{\bar{x}_1} \frac{\bar{g}^{*2}}{t} ds \right) \right) \\ &= C_w (1 + \alpha) \dots (11) \end{aligned}$$

3. α, α_0 の計算例

今箱形断面で面積一定 $b \cdot h = 9 \text{ m}^2$, $\beta = h/b$, ウェブ厚 t_1 とフランジ厚 t_2 の比 $r = t_1/t_2$ をパラメータとして α と α_0 をプロットした図が図2, 図3である。

$\beta=1$, $t_1=t_2$ の場合せん断流は箱形断面の4隅で0に近づくような2次放物線になる。

$$k_1 = \int_0^h \bar{g}(s) ds = \frac{1}{6} h^3, \quad k_2 = \int_0^b \bar{g}(s) ds = \frac{1}{6} b^3$$

$$C_w = k_1 b - k_2 h$$

$$Q_1 = \int_0^h \frac{\bar{g}^{*2}}{t} ds = \frac{h^5}{30t}, \quad Q_2 = \int_0^b \frac{\bar{g}^{*2}}{t} ds = \frac{b^5}{30t}$$

$$I_T = h^3 t + 4/3 t^3 h$$

$$\alpha = \lim_{b \rightarrow h} \frac{(Q_1 - Q_2) I_T}{(k_1 b - k_2 h)(k_1 b + k_2 h)} = 1.5 + 2 \cdot \frac{t^2}{h^2} = 1.5 \dots (12)$$

文献¹⁾ Der Stahlbau 11/1961

Heilig Beitrag zur Theorie der Kastenträger seltsiger Querschnittsform

文献²⁾ Der Stahlbau 2/1966 K. Roik / G. Sedlacek

Theorie die Wölbkrafttorsion unter Berücksichtigung der sekundären Schubverformungen

文献³⁾ 1965 Ingenieur-archiv, W. Grafe

Wölbkrafttorsion dünnwandiger prismatischer Stäbe seltsigen Querschnitts

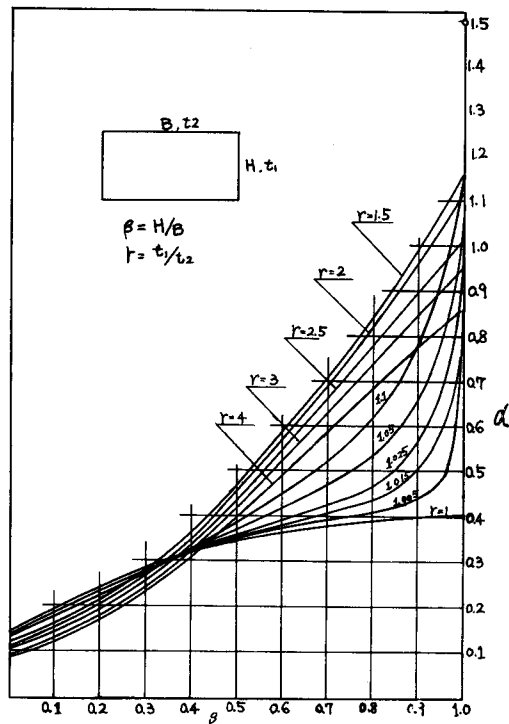


図 2

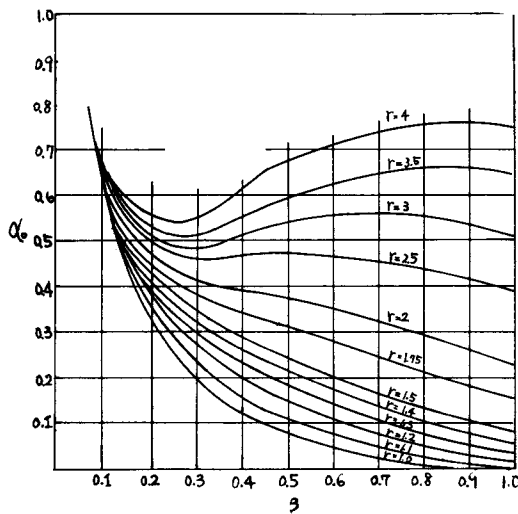


図 3