

1. まえがき

柱の座屈荷重あるいは耐荷力は残留応力、初期たわみ、荷重の偏心などによって影響されると考えられている。そこでトランスフォーマトリックスを用いて、これらの要因をすべて同時に考慮し、溶接I形断面柱の弾塑性域の性状を調べ、極限荷重に及ぼすそれらの影響について考察する。

2. 解析法

a) トランスフォーマトリックス、まず図1aに示すように柱を細分

割すると各々格間においてつぎの微分方程式が成立する(図1b参照)。

$$EI_k \frac{d^2 v_{m,k}}{dx_k^2} = -P(v_{m,k} + v_{0,k} - v_{m,k-1} - v_{0,k-1}) - M_{k-1} - Q x_k$$

これを解いてk-1点の変形量、断面力 Y_{k-1} をもってk点のそれら Y_k を

表わすと

$$Y_k = F_k Y_{k-1}$$

ここに

$$Y_k = \{v_{m,k}^*; v_{0,k}^*; M_k^*; v_{0,k}^*; v_{0,k}^*\} \quad (Q \text{ は無視})$$

$$Y_{k-1} = \{v_{m,k-1}^*; v_{0,k-1}^*; M_{k-1}^*; v_{0,k-1}^*; v_{0,k-1}^*\}$$

$$F_k = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{\alpha_k^2} \sin \alpha_k^* \frac{l_k}{L} & -\frac{1}{\alpha_k^2} \frac{I_0}{I_k} (1 - \cos \alpha_k^* \frac{l_k}{L}) & 1 - \cos \alpha_k^* \frac{l_k}{L} & -\frac{\cos \alpha_k^* l_k}{(\beta L / \alpha_k^*)^2 - 1} & \frac{\frac{1}{\beta L} \sin \beta l_k - \frac{1}{\alpha_k^*} \sin \alpha_k^* \frac{l_k}{L}}{(\beta L / \alpha_k^*)^2 - 1} \\ 0 & \cos \alpha_k^* \frac{l_k}{L} & -\frac{1}{\alpha_k^2} \frac{I_0}{I_k} \sin \alpha_k^* \frac{l_k}{L} & \alpha_k^* \sin \alpha_k^* \frac{l_k}{L} + \frac{\alpha_k^* \sin \alpha_k^* \frac{l_k}{L} - \beta L \sin \beta l_k}{(\beta L / \alpha_k^*)^2 - 1} & \frac{\cos \beta l_k - \cos \alpha_k^* \frac{l_k}{L}}{(\beta L / \alpha_k^*)^2 - 1} & \frac{\cos \beta l_k - \cos \alpha_k^* \frac{l_k}{L}}{(\beta L / \alpha_k^*)^2 - 1} \\ 0 & \alpha_k^* \frac{I_0}{I_k} \sin \alpha_k^* \frac{l_k}{L} & \cos \alpha_k^* \frac{l_k}{L} & -\frac{I_0}{I_k} \left[\alpha_k^* \cos \alpha_k^* \frac{l_k}{L} + \frac{\alpha_k^* \cos \alpha_k^* \frac{l_k}{L} - (\beta L)^2 \cos \beta l_k}{(\beta L / \alpha_k^*)^2 - 1} \right] & \frac{I_0}{I_k} \frac{\beta L \sin \beta l_k - \alpha_k^* \sin \alpha_k^* \frac{l_k}{L}}{(\beta L / \alpha_k^*)^2 - 1} & \frac{I_0}{I_k} \frac{\beta L \sin \beta l_k - \alpha_k^* \sin \alpha_k^* \frac{l_k}{L}}{(\beta L / \alpha_k^*)^2 - 1} \\ 0 & 0 & 0 & \cos \beta l_k & \frac{1}{\beta L} \sin \beta l_k & \frac{1}{\beta L} \sin \beta l_k \\ 0 & 0 & 0 & -\beta L \sin \beta l_k & \cos \beta l_k & \cos \beta l_k \end{pmatrix}$$

$$\alpha_k^* = l_k \sqrt{\frac{P}{EI_k}}, \quad \beta = \frac{\pi}{L}, \quad v_i^* = \frac{EI_0}{L^2 P} v_i \quad (i=m, 0), \quad v_i^* = \frac{EI_0}{L^2 P} v_i \quad (i=m, 0), \quad M_k^* = \frac{M_k}{EI_0}, \quad (\beta, L, I_0 \text{ は任意の基準量})$$

b) 初期ベクトル ヒンジ端の場合、初期ベクトルの未知量はたわみ角1個となる。すなわち、

$$Y_0 = \{0; v_{0,0}^*; M_0^*; 0; v_{0,0}^*\} \quad (\text{ここに } M_0^* = \frac{Pc}{EI_0}, \quad v_{0,0}^* = \frac{\beta EI_0}{EI_0} v_{0,c}) \text{ で与えられる。}$$

c) 境界条件 柱中央でたわみ角0

d) 断面内の応力分布 一般に断面力と応力の関係は

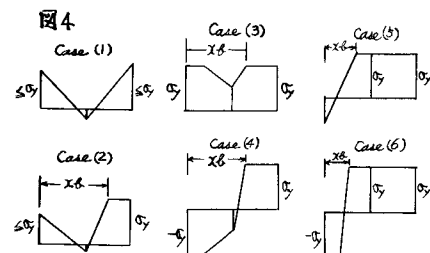
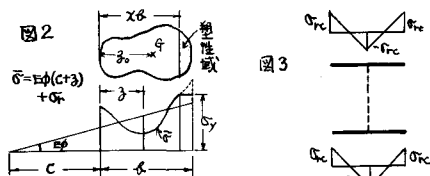
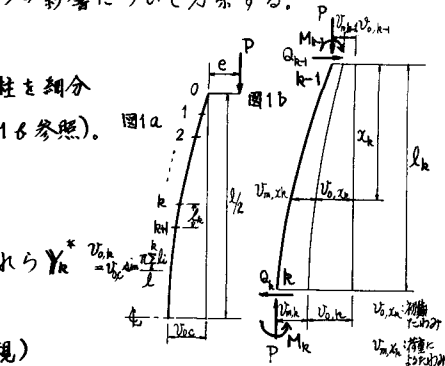
$$P = N = \int_A \bar{\sigma} dA_e + \int_{A_p} \sigma_y dA_p \quad (A_e: \text{弾性域面積})$$

$$M = \int_A (\bar{\sigma}(z - z_0)) dA_e + \int_{A_p} (\sigma_y(z + z_0)) dA_p \quad (A_p: \text{塑性域面積})$$

で与えられる(図2参照)。よって M, N が与えられると x, ϕ を未知数として解くことができる。I形断面のウェブ軸まわりの座屈においてウェブは影響が小さいので無視する。考慮した残留応力 σ_r の分布図を図3に示す。各応力状態を図4に示す。

e) 計算手順 メインフローチャートを図5に示す。

3. 計算結果の考察



a) 分割数 柱中央のたわみ, モーメント, P_{max}/P_y の分割数による収束性を図6に示す。8分割すると十分な結果が得られるようである。以下の数値計算例は20等分している。

b) 図7は一例として $l=500\text{ cm}$, $\sigma_y=2400\text{ kg/cm}^2$, $\sigma_{rc}=0.5\sigma_y$, $v_{0,c}=l/1000$, $e=l/1000$, $\bar{\lambda}=\lambda/\pi\sqrt{E/\sigma_y}=0.7455$ の荷重たわみ線図, 極限荷重時のたわみ曲線ならびに塑性域の広がり, および格点断面1, 5, 10における応力分布図を示したものである。塑性域は支間方向にかなり広範囲に広がっていることがわかる。

c) 極限荷重に及ぼす初期たわみ, 残留応力, 偏心量の影響

図8は $P_{max}/P_y - \bar{\lambda}$ 曲線を $v_{0,c}$, σ_{rc} をパラメータにしてプロットしたものである。いずれも $\bar{\lambda}=0.7 \sim 1.2$ で影響が大きく, 例えば $\bar{\lambda}=1.0$ のとき $v_{0,c}=l/1000$ の場合に比して $l/500$ の場合は, 残留応力が $\sigma_{rc}=0$ のとき約14%, $\sigma_{rc}=0.5\sigma_y$ のとき約11%だけ低下する。また, $\sigma_{rc}=0$ の場合に比して $\sigma_{rc}=0.5\sigma_y$ の場合は $v_{0,c}$ が $l/1000$, $l/500$ のいずれのときにも同じく約22%の低下がみられる。図9は $\sigma_{rc}=0$ と $\sigma_{rc}=0.5\sigma_y$ に対して $v_{0,c}=l/500$ のみの場合および $v_{0,c}=l/1000$ ならびに $e=l/1000$ が同時に存在する場合と比較したものである。初期たわみと偏心量の和が同じなう極限荷重はそれぞれの量の大きさに関係しない。すなわち偏心量と初期たわみを合わせて, いずれかというだけ考慮してもよいと見られる。

図5

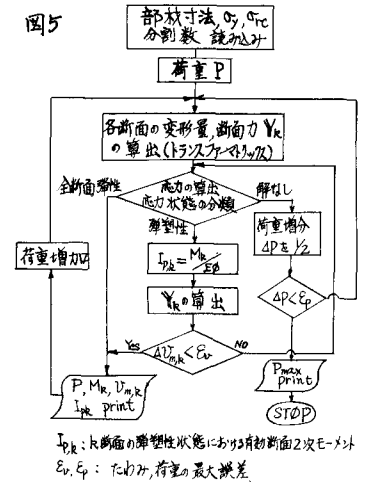


図6

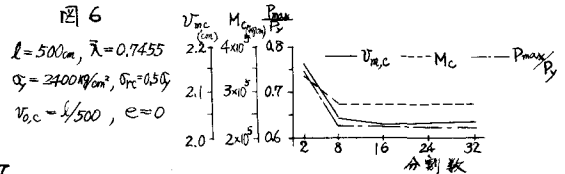


図7

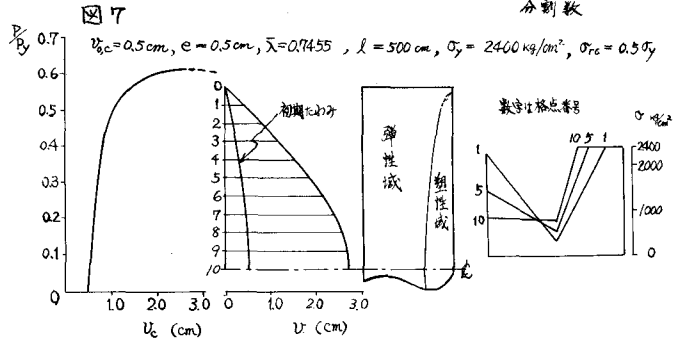


図8

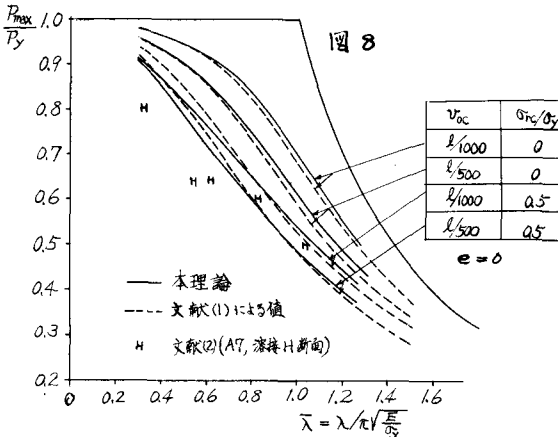
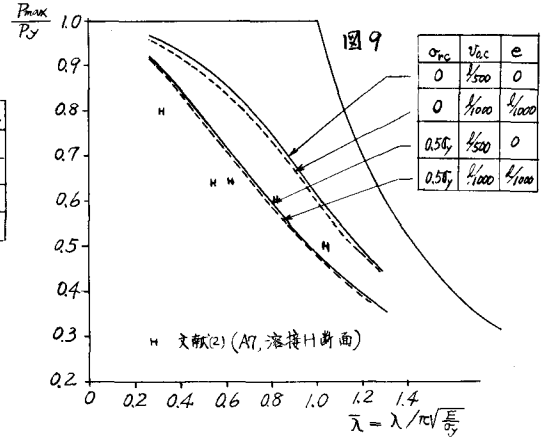


図9



文献 (1) H. Beer u. G. Schulz; Die Traglast des planmäßig mittig gedrückten Stabs mit Unperfektionen, K.u.F., Dec. 1969.
(2) B. G. Johnston; The C.R.C Guide to Design Criteria for Metal Compression Members. Wiley