I-19　斜め補剛腹板の曲げせん断座屈（補剛材の剛度の影響について）

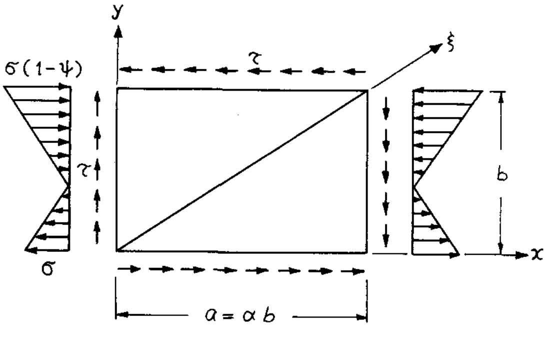
関西大学工学部　正会員　三上　市蔵
〃　　　　〃　○武田　八郎
〃　　　　〃　　米沢　博

1. まえがき　単純あるいは連続プレート ガーダーの支点近傍の薄肉腹板に対しては、せん断座屈強度あるいは曲げせん断座屈強度が重要な問題になる。このような場合の腹板の座屈強度を向上させる一方法として、腹板を斜め圧縮方向に補剛することが考えられる。斜め方向に補剛された矩形板については、理論的[1)2)3)4)]ならびに実験的研究[4)5)]が試みられてきているが、せん断座屈に対する解析結果も[2)]わずかであり、曲げとせん断の合成座屈に対する補剛材の剛度の影響を考慮した一般的な場合の理論解はまだ見当らない。筆者らはこれまでに斜め補剛材の曲げ剛度無限大の場合の近似解を与え、実験結果との比較研究[5)]を行なってきた。ここでは、曲げとせん断が同時に作用する場合の斜め補剛腹板の弾性座屈を階差法により解析し、座屈強度に対する補剛材剛度の影響を調べ、あわせて鉛直補剛材のみの場合の座屈強度との比較を行なった。

2. 階差法による解析

図1に示すように、斜め圧縮方向に補剛された2辺の長さ $a, b$ の矩形板を考える。この矩形板に曲げ応力およびせん断応力が同時に作用して座屈した場合のたわみ曲面の微分方程式は、つぎのように表わされる。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}=\frac{t}{D}\left(\sigma_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-2\tau\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)+\frac{p_w}{D} \qquad (1)$$




図−1　斜め方向に補剛された矩形板

ただし、$D$ は板剛度，$t$ は板厚，$\sigma_x$ は $x$ 方向の直応力，$\tau$ はせん断応力，$p_w$ は斜め補剛材より板に作用する単位面積当りの鉛直荷重である。

また図1において，直応力 $\sigma_x=\sigma(1-\psi y/b)$ であり，$\alpha$ は腹板の縦横比である。ただし，$\sigma$ は $y=0$ における矩形板の引張縁応力で，$\psi$ は中立軸の位置によって決まる定数である。

一方，平板のせん断座屈係数，曲げ座屈係数をそれぞれ $k_\tau$, $k_\sigma$ とすれば，せん断座屈応力，曲げ座屈応力はそれぞれ，$\tau_{cr}=k_\tau\pi^2 D/b^2 t$，$\sigma_{cr}=k_\sigma\pi^2 D/b^2 t$ のように表わされる。

また，斜め補剛材の座屈曲線の微分方程式は，つぎのように表わされる。

$$EI\frac{d^4 w}{d\xi^4}-\sigma_s A\frac{d^2 w}{d\xi^2}=p_d \qquad (2)$$

ただし，$-\sigma_s$ は斜め補剛材に作用する軸圧縮応力，$A$ は斜め補剛材の断面積，$p_d$ は腹板から斜め補剛材に直角に作用する単位長さ当りの力，$EI$ は斜め補剛材の曲げ剛さである。

斜め補剛材の歪 $\varepsilon_\xi$ を平板の $\xi$ 方向の歪と等しくおくことによって，$\varepsilon_\xi=\{\sigma_x(\alpha^2-\nu)-2\tau\alpha(1+\nu)\}/$

$E(1+\alpha^2)$となり，これを用いて式(2)における$\sigma_S$は $\sigma_S=E\varepsilon_\xi$と表わされ$\sigma$，$\tau$と関係づけられる。

また式(2)における$p_S$は，図2に斜線で示す板の部分に作用する荷重$p_w\lambda_x\lambda_y$と，斜め補剛材の長さ$\lambda_\xi$の部分に作用する荷重$p_S\lambda_\xi$とを等しくおいて，$p_S=-\lambda_x\lambda_y p_w/\lambda_\xi$と表わされる。

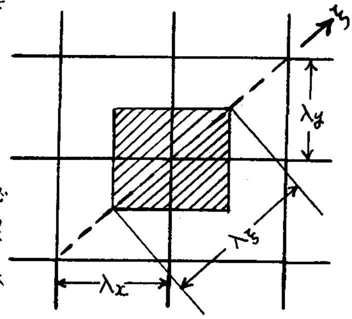


図 2

以上よりたわみ$w$に関する微分方程式が，$\xi$軸上以外の点に対しては式(1)で$p_w=0$とおき，$\xi$軸上の点に対してはさらに式(2)を考慮に入れることによって得られる。つぎに，この微分方程式を階差方程式になおす。辺$x=0, a$および$y=0, b$で単純支持または固定の境界条件を採用し，境界上の点および境界外の仮想の点に対して境界条件に応じた処理を施すと，座屈係数を含むつぎのような形の固有行列式が導かれる。

$$[A]\{w\}=k_\tau[B]\{w\}+k_\sigma[C]\{w\} \qquad (3)$$

適当な分割数$n$を決めて，式(3)を満足する固有値を求めれば$k_\tau$，$k_\sigma$が決定される。

## 3. 数値計算例

斜め圧縮方向に補剛された正方形板($\alpha=1.0$)について，周辺単純支持の境界条件のもとに，$n=6$として座屈係数を求めた結果の一例を図3に実線で示す。ここに，作用応力は$\tau/\sigma=1$，$\psi=2.0$で，$A/bt=0.15$である。この結果は$n=6$の場合であり，まだ十分に収束しているとはいえない。しかし，純せん断の場合について，$n=6$で$EI/Db=0$なるときの座屈係数$k_\tau$を求めたところ6.59($\nu=0.3$)であった。しかるにA. Krommはエネルギー法によって$k_\tau=6.08$ ($\nu=1/3$)を得ており，$n=6$でもかなり良い値が得られていることがわかる。

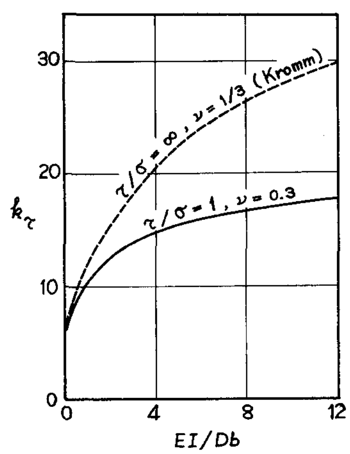


図-3 座屈係数

図3に破線で示した純せん断の場合の座屈係数と実線のそれとを比較すると，合成座屈の場合は座屈強度がかなり低下する。また，斜補剛材の剛度$EI/Db=10$程度以上では，座屈強度の増加は期待できないようである。

計算には，京都大学大型計算機センターのFACOM 230-60電子計算機を使用した。今回作成したプログラムでは，1個の固有値を求めるのに条件の悪い場合にはかなり長時間を要した。そこで，行列の非零要素だけを用いて計算することによって，計算時間と記憶容量の節約を計るようなプログラムを作成し，分割数$n$をさらに大にした場合，種々の$\tau/\sigma$の値に対する計算を現在行なっている。その結果については，講演会当日発表する。


1) Burchard, W., "Beulspannungen der quadratischen Platte mit Schrägsteife unter Druck bzw. Schub.," Ingenieur-Archiv, 8, 1937, S.332-348.
2) Kromm, A., "Kritische Schubspannung rechteckiger Platten mit Diagonalaussteifungen," Der Stahlbau, 21 Jg., H.10, 1952, S.177-184.
3) 若杉昇八，"周辺回転端直角二等辺三角形板の座屈，"日本機械学会論文集，19巻，83号，昭28，pp 59-65.
4) 米沢・中原・松下・加治家，"斜方向補剛ウエブのせん断座屈に関する研究，"呉造船技報，No. 15，昭42.11，pp 12-37.
5) 米沢・三上・中原・松下，"プレート ガーダー斜補剛腹板の座屈実験"，土木学会関西支部講演会，昭45.5.