

I-17 プレートガーダーの耐荷力についての一解析法

京都大学工学部 正員 山田 善一
 同 正員 渡辺 英一
 同 学生員 ○ 大槻 有吾

1. まえがき

プレートガーダーの腹板の後座屈挙動に関する理論的研究は現在かなりの数にのぼっている。しかしながら、今までの研究においてはかなり簡単な境界条件のみが考えられてきたし、問題中に含まれる因子の数もかなり限定されて来た。そこで筆者らはプレートガーダーパネル増加変位成分を荷重の増分によって多項式展開する一振動法を用い、そして得られた一連の方程式群を階差表現を用い複雑な境界条件の下でも簡単に解ける手法を研究中である。以下この手法を説明したい。

2. 解析法

図-1はプレートガーダーパネルのモデルで剛体運動のない弾性系を示めている。これはそれぞれ腹板、上下フランジとして左右の垂直補剛材から成っている。溶接熱等によるパネル内の残留応力と初期たわみを考慮すれば腹板における力のつり合い方程式は x 、 y 、 z 方向の変位成分である u 、 v 、 w を未知数にとり次のように書ける。

$$\begin{pmatrix} D_x & 0 & D_y \\ 0 & D_y & D_x \\ w_{,xx}^T & w_{,yy}^T & 2w_{,xy}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{1-\nu^2} & \frac{\nu}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu^2} & \frac{1}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2(1+\nu)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_x & 0 & w_{0,x} D_x \\ 0 & D_y & w_{0,y} D_y \\ D_y & D_x & w_{0,x} D_y + w_{0,y} D_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} w_{,x}^2 \\ w_{,y}^2 \\ 2w_{,x}w_{,y} \end{pmatrix} \\ + \frac{1}{E} \begin{pmatrix} \sigma_{x0} \\ \sigma_{y0} \\ \tau_{xy0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sqrt{A} \end{pmatrix} w_e^T = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

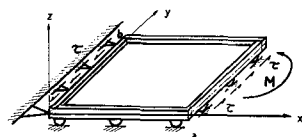


図-1 プレートガーダーパネルのモデル

$$w^T = w_0 + w, \quad w_e^T = w^{(0)} + w$$

ここに D_x 、 D_y はそれぞれ $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ 、 $\frac{\partial^2}{\partial y^2}$ として $w_{,x}$ は $\frac{\partial w}{\partial x}$ を示す。さらに w_0 、 $w^{(0)}$ はそれぞれ 総初期たわみ、初期弾性たわみ、また σ_{x0} 、 σ_{y0} 、 τ_{xy0} は面内における残留応力を示す。

境界条件として $x=0$ 、 $x=a$ 、 $y=0$ に沿っては w が拘束されたローラー支持であり、 $x=0$ 、 a においては隣接パネルの存在により垂直補剛材の弱軸まわりの曲げ剛性が大きくしてその面内変形の曲率を0としている。境界条件を列挙すれば次のようになる。

$x=0$:

$$w_e^T = 0; \quad [GJ_s D_{xyy} - D(D_{xx} + \nu D_{yy})] w_e^T = 0; \quad u = 0; \\ \sigma_{s,y} + \frac{\tau}{A_s} \bar{\tau}_{xy}^T = \frac{\tau}{A_s} \tau$$

$x=a:$

$$w_e^T = 0; \quad [GJ_f' D_{xyy} + D(D_{xx} + \nu D_{yy})] w_e^T = 0; \quad u_{,yy} = 0;$$

$$\sigma_{s,y}' - \frac{k}{A_s'} \bar{\tau}_{xy}^T = -\frac{k}{A_s'} \tau$$

$y=0:$

$$w_e^T = 0; \quad [GJ_f' D_{xxy} - D(D_{yy} + \nu D_{xx})] w_e^T = 0; \quad \sigma_{f,x}' + \frac{k}{A_f'} \bar{\tau}_{xy}^T = 0;$$

$$(EI_f' D_{xxxx} - A_f' \sigma_f' D_{xx} + k \bar{\tau}_{xy}^T D_x) v = k \bar{\sigma}_y^T$$

$y=b:$

$$[EI_f D_{xxxx} - D(D_{yyy} + (2-\nu) D_{xxy})] w_e^T = A_f \sigma_f' w_{,xx}^T;$$

$$[GJ_f + EI_o u_{,x}] D_{xxy} + D(D_{yy} + \nu D_{xx}) w_e^T = -EI_o u_{,x} (w_{,xxy}^T - w_{e,xxy}^T);$$

$$(EI_f D_{xxxx} - A_f \sigma_f' D_{xx} + k \bar{\tau}_{xy}^T D_x) v = -k \bar{\sigma}_y^T$$

ここで GJ , EI , Ei , I_o はそれぞれフランジ, 垂直補剛材の捩れ剛性, 強弱軸方向の曲げ剛性, 極二次モーメントである。ここで注目すべきことは $y=b$ ではローラー支持されており, 軸力の影響も考慮されていて圧縮フランジの捩れ座屈や横倒れ座屈も起り得るよう考慮されている。

次に荷重条件式であるが, せん断力はすでに上式の中に取り入れられているが曲げモーメント等は次の方程式により考慮される。

$x=0, x=a:$

$$k \int_0^b \bar{\sigma}_x^T dy + E \frac{\partial}{\partial x} (A_f u|_{y=b} + A_f' u|_{y=0}) = 0$$

$$-k \int_0^b \bar{\sigma}_x^T y dy - EA_f b \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{y=b} = M \Big|_{x=a} \quad (x=a \text{ でだけ})$$

$y=0, y=b:$

$$k \int_0^a \bar{\sigma}_y^T dx + E \frac{\partial}{\partial y} (A_s v|_{x=0} + A_s' v|_{x=a}) = 0; \quad \int_0^a \bar{\sigma}_y^T x dx + EA_s' a \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{x=a} = 0$$

図-2は典型的なプレートガーダーパネルの荷重-変位曲線を示すがこれらは適当な区間に区切ることにより, その区間ごとに三次曲線による近似表現ができると考えられる。そこで解を次の形に仮定する: $U = (u, v, w)$ として

$$U = U_0 + \delta U = U_0 + \sum_{k=1}^3 U^{(k)}(x, y) \varepsilon^k$$

ここに ε は荷重の増分を示すものであり, いま荷重の総計を Δ とすれば Δ は M と τ を意味し次のようになる:

$$\Delta = \Delta_0 + \delta \Delta \equiv \Delta_0 + \varepsilon$$

次に U の表現式を諸々の方程式へ代入すれば $U^{(k)}(x, y)$ ($k=1, 2, 3$) と $w^{(0)}$ に関する連立方程式が得られる。これを階差法を用いて数値的に解くのである。こうして第一の区間で解かれた解を代入して得られる応力等は次の区間の初期値となり, 変位, 応力などは各区間で増分の累積として得られるのである。この解析は現在京都大学大型電子計算機で進行中であり, 詳細は発

表の時に力ずる。

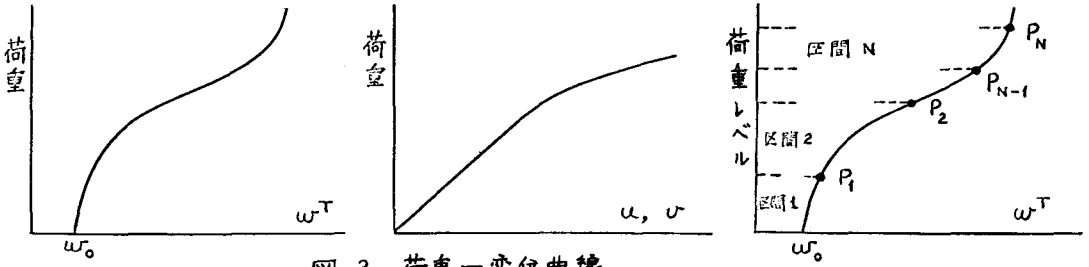


図-2 荷重-変位曲線

3. 簡単な応用例

前述した手法を簡単な例、圧縮を受ける単純支持の桁（棒材）に応用し、この手法の持つ物理的意味を考えよう。（図-3参照） 圧縮材の有限変形理論を用い、変形を弾性変形と仮定すれば初期たわみ角 θ_0 を考えて次の式が得られる。

$$EI \frac{d^2 \theta^T}{ds^2} + P \sin \theta^T = 0, \quad \theta^T = \theta + \theta_0$$

境界条件としては支持条件、対称性により $\left. \frac{d\theta}{ds} \right|_{s=0} = 0$, $\theta|_{s=l} = 0$ となる。いま $k^2 = P/EI$ とおき振動解

$\theta^T = \theta_0 + \theta = \theta_0 + \theta^{(1)}\Delta + \theta^{(2)}\Delta^2 + \dots$ を求めることを考える。ここに Δ は $k^2 = k_0^2 + \Delta$ と書くことができ荷重の増分を示しているし、また θ はたわみ角の増分を意味している。さらにテイラー展開によれば次の近似式が得られる。

$$\sin \theta^T \approx \sin \theta_0 + \cos \theta_0 [\theta^{(1)}\Delta + \theta^{(2)}\Delta^2] - \frac{1}{2!} \sin \theta_0 [\theta^{(1)}\Delta + \theta^{(2)}\Delta^2]^2 + \dots$$

よって

$\langle 0 \rangle \quad \ddot{\theta}_0 + k_0^2 \sin \theta_0 = 0$; $\langle 1 \rangle \quad \ddot{\theta}^{(1)} + k_0^2 \cos \theta_0 \theta^{(1)} = -\sin \theta_0$; $\langle 2 \rangle \quad \ddot{\theta}^{(2)} + k_0^2 \cos \theta_0 \theta^{(2)} = -(\cos \theta_0) \theta^{(1)} + \frac{k_0^2}{2} \sin \theta_0 \theta^{(1)2}$ が得られる。いま $\theta_0 = \frac{\pi}{2} \mu \cos(\frac{\pi}{2} \frac{s}{l})$ とおき $\langle 1 \rangle$, $\langle 2 \rangle$ を順次解き、次に $\theta_0 = \theta^T$, $k_0^2 = k^2$ とし次の荷重レベル $k^2 = k_0^2 + \Delta$ の解析に移る。図-3は階差式による計算結果の一例を示しているが荷重の区間を多少変化させても安定した解も、また階差表現における分割数 N を5にとっても10にとっても結果はかなり安定した収束解を意味している。なおこの例では線形座屈値は $(k_{cr} N)^2 = (\frac{\pi}{2})^2$ である。線形座屈値の近傍においては解 θ ははげしく変化しているがこのときは荷重レベルをかなり小さくする必要がある。特に棒材ではこの性質が著しくでている。板では棒の場合と較べて座屈点が明確でないで、この手法は有効だろう。

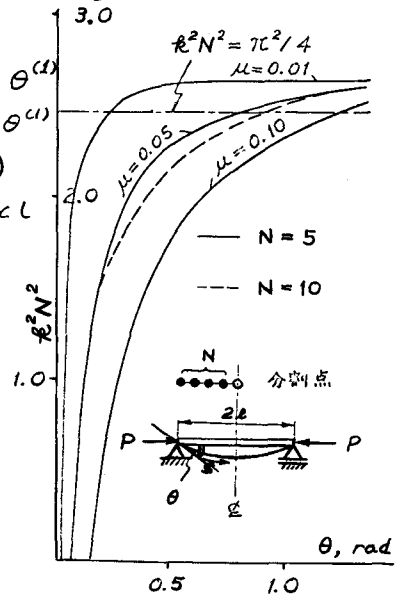


図-3 圧縮棒材の例