

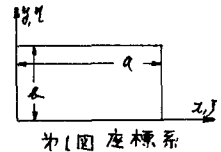
1 緒言

一般にフレートカーターの支承端部分は曲げモーメントに比して大きな剪断力を受けるので剪断座屈に耐えるように設計されているが、この設計で考慮する荷重条件は極めて severe なもので、橋の一生において起り得ないようなものであり、更に十分な安全率をとっている。一方、近年、高張力鋼が使われるようになると共に、弾性座屈および座屈後の挙動についての研究が必要となってきた。

2 基礎方程式および周辺条件¹⁾

が1図において、 $\frac{x}{a} = \xi$, $\frac{y}{a} = \eta$, $\frac{a}{b} = \lambda$ とすると、曲げによる歪エネルギー U , 外力による仕事量 W および適合条件式は (1), (2), (3) 式で表わされる

$$\lambda^2 b^4 U = \frac{\lambda^2 D}{2} \iint \left\{ \frac{1}{\lambda^2} w_{\xi\xi}^2 + 2 w_{\xi\xi} w_{\eta\eta} + \lambda^2 w_{\eta\eta}^2 - 2(1-\nu)(w_{\xi\eta} w_{\eta\xi} - w_{\xi\eta}^2) \right\} d\xi d\eta \quad (1)$$



$$\lambda^2 b^4 W = \frac{\lambda^2 b^4}{2} \iint (\varphi_{\eta\xi} w_{\xi}^2 + \varphi_{\xi\xi} w_{\eta}^2 - 2 \varphi_{\xi\eta} w_{\xi} w_{\eta}) d\xi d\eta, \quad \left(\frac{1}{\lambda^2} \frac{\partial^4}{\partial \xi^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \lambda^2 \frac{\partial^4}{\partial \eta^4} \right) \frac{\varphi}{E} = w_{\eta\xi}^2 - w_{\xi\xi} w_{\eta\eta} \quad (2) (3)$$

また変形 W を

$$W = w_1 \sin \pi \xi \cdot \sin \pi \eta + w_2 \sin 2\pi \xi \cdot \sin 2\pi \eta \quad (4)$$

で近似すれば、周辺において単純支持の条件を満足し、(1)式の積分範囲が板の全域であるときは(1)内は Green の定理によりゼロとなる。(4)式を(3)式に代入して Airy の応力関数 φ を求めると(5)式を得

$$\varphi = E \left\{ \frac{w_1^2}{2} \left(\frac{\cos 2\pi \xi}{k(2,0)} + \frac{\cos 2\pi \eta}{k(0,2)} \right) + 4 w_1 w_2 \left(\frac{\cos 3\pi \xi \cdot \cos \pi \eta}{k(3,1)} + \frac{\cos \pi \xi \cdot \cos 3\pi \eta}{k(1,3)} \right) + 8 w_2^2 \left(\frac{\cos 4\pi \xi}{k(4,0)} + \frac{\cos 4\pi \eta}{k(0,4)} \right) \right\} + \frac{b^2}{2} \sigma_1 \eta^2 + \frac{b^2 \lambda^2}{2} \sigma_2 \xi^2 + \lambda b^2 \tau \xi \eta \quad (5)$$

ただし $k(x, y) = \left(\frac{\pi^2}{\lambda^2} + y^2 \lambda^2 \right)^2$, また最後の3項は齊次解である。

次に周辺条件として、 ξ および η 方向の変位 u および v を

$$u(0, \eta) = \delta_1 b \eta, \quad u(1, \eta) = -\varepsilon_1 \lambda b + \delta_1 b \eta; \quad v(\xi, 0) = \delta_2 \lambda b \xi, \quad v(\xi, 1) = -\varepsilon_2 b + \delta_2 \lambda b \xi \quad (6)$$

とすると、従って

$$-\varepsilon_1 \lambda b = u(\xi, \eta) \Big|_{\eta=0}^{\eta=1} = \frac{-\pi^2}{2 b \lambda} \left(\frac{w_1^2}{4} + w_2^2 \right) + \frac{\lambda b}{E} (\sigma_1 - \nu \sigma_2); \quad -\varepsilon_2 b = v(\xi, \eta) \Big|_{\eta=0}^{\eta=1} = \frac{-\pi^2}{2 b} \left(\frac{w_1^2}{4} + w_2^2 \right) + \frac{b}{E} (\sigma_2 - \nu \sigma_1) \quad (7)$$

ただし u, v は有限変形理論より

$$u = \frac{\lambda}{E b} \int \varphi_{\eta\xi} d\xi - \frac{1}{2 b \lambda} \int w_{\xi}^2 d\xi - \frac{\nu}{E b \lambda} \varphi_{\xi} \quad v = \frac{1}{E b \lambda^2} \int \varphi_{\xi\xi} d\eta - \frac{1}{2 b} \int w_{\eta}^2 d\eta - \frac{\nu}{E b} \varphi_{\eta} \quad (8)$$

である。(7)式より、 ξ および η 方向の面内力 σ_1 および σ_2 は

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2} \left\{ \frac{\pi^2}{2 b^2} \left(\frac{1}{\lambda^2} + \nu \right) \left(\frac{w_1^2}{4} + w_2^2 \right) - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \nu) \right\}; \quad \sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2} \left\{ \frac{\pi^2}{2 b^2 \lambda^2} (\lambda^2 + \nu) \left(\frac{w_1^2}{4} + w_2^2 \right) - (\varepsilon_1 \nu + \varepsilon_2) \right\} \quad (9)$$

であり、剪断力のみが働くときは、 $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ となるための周辺条件を与える。また(6)式より

$$\delta_1 = \delta_2 = \frac{\nu}{E} \tau \quad \text{であり、従って剪断歪 } \gamma \text{ は } 2 \tau_1 = \gamma \text{ である。}$$

1) 小林繁夫, 平岡康一: CAS 研究報告, No. 7, 1963. 2) チモシェンコ: 座屈理論 (仲等訳) コロナ社 1953

3座屈荷重

安定な変形は全系のポテンシャルエネルギーが極小という条件, すなわち

$$\frac{\partial}{\partial w_i}(U-W)=0 \quad (10)$$

なる条件より求められる。そのため(4),(5)式を(1),(2)式に代入し(10)式を適用すると($\sigma_1=\sigma_2=0$ とて)

$$\frac{D}{2}(\frac{1}{\lambda}+\lambda)^2 w_1 - kE \left\{ \frac{64\lambda^2 b^2}{9\pi^4 E} w_2 + (\frac{1}{k(0,2)} + \frac{1}{k(2,0)}) w_1^3 + 16(\frac{1}{k(1,3)} + \frac{1}{k(3,1)}) w_1 w_2^2 \right\} = 0 \quad (11)$$

$$8D(\frac{1}{\lambda}+\lambda)^2 w_2 - kE \left\{ \frac{64\lambda^2 b^2}{9\pi^4 E} w_1 + 256(\frac{1}{k(0,4)} + \frac{1}{k(4,0)}) w_2^3 + 16(\frac{1}{k(1,3)} + \frac{1}{k(3,1)}) w_1^2 w_2 \right\} = 0$$

(11)式において線形項につき剪断座屈応力 τ_{cr} を求めると

$$\tau_{cr} = \pm \frac{9\pi^2}{32} \frac{(1+\lambda^2)^2}{\lambda^3} \sigma_e \quad \text{ただし } \sigma_e = \frac{\pi^2 D}{b^2 t} \quad (\text{既知の式と当然ながら一致する。}) \quad (12)$$

4数値計算例

(11)式で $\lambda=1$ $\gamma=0.3$ $\tau=k\tau_{cr}$ とおくと(13)式を得る。

$$\frac{1}{5.46}(\frac{w_1}{t}) - \frac{2k}{2.73}(\frac{w_2}{t}) - \frac{1}{8}(\frac{w_1}{t})^3 - \frac{8}{25}(\frac{w_1}{t})(\frac{w_2}{t})^2 = 0; \quad \frac{8}{2.73}(\frac{w_2}{t}) - \frac{2k}{2.73}(\frac{w_1}{t}) - 2(\frac{w_2}{t})^3 - \frac{8}{25}(\frac{w_1}{t})(\frac{w_2}{t}) = 0 \quad (13)$$

(13)式の線形項につき($k=1$ として)基準化をすると(14)式を得る。故に(14)式より(15)式を得る。

次に(13)式において $k=1.0, \dots, 10$ につき *untrivial solution* を求めた結果を表1表に示す。また $k=5.0$

k	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	5.0	10.0
$\frac{w_1}{t}$	0	-1.45	-1.63	-1.75	-1.90	-2.00	-2.10	-2.30	-2.50	-3.15
$\frac{w_2}{t}$	0	1.20	1.23	1.26	1.30	1.33	1.35	1.43	1.50	1.75
$-\frac{w_1}{w_2}$	-	1.21	1.33	1.39	1.46	1.50	1.56	1.61	1.67	1.80

表1表 剪断応力と変位の関係

の場合の撓み形を表2図に示す。

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{5.46} & -\frac{2}{2.73} \\ -\frac{2}{2.73} & \frac{8}{2.73} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{3}{5.46} \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} ; \quad \frac{w_1}{w_2} = \frac{-1}{4} \quad (14), (15)$$

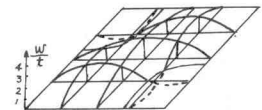


表2図 撓み形

5実験

表3図のような正方形片(一辺300mm)のリック棒に1mm厚のジュラルミン(52S-1/2H)を直径5mmのボルトでピッチ20mm間隔に締め付け(締め付け部分はモーメントがゼロになるように作ってある),試験

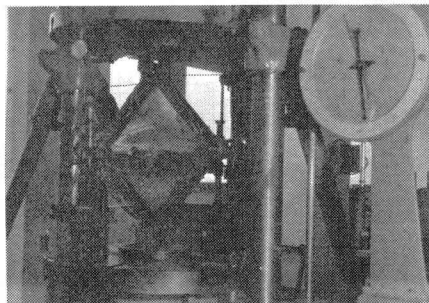


表3図 実験

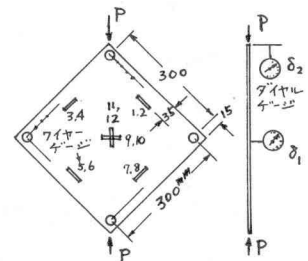


表4図 ゲージ位置

片の中央および上下方向の変位と裏表の対称位置に計12個のワイヤゲージを貼り変位と歪をも測定した。(表4図参照) その結果を表2表に示す。

6結論

略。(会場にて口述)

P(kgf)	歪 $\times 10^6$												変位(mm)	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	δ_1	δ_2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.4	-20	-60	-30	-60	-20	0	-35	-10	100	295	-520	220	1.160	0.740
0.8	20	-185	5	-260	40	-140	60	-220	430	620	1270	780	2.473	1.132
1.2	80	-365	25	-510	50	340	50	-570	840	1010	-2150	1320	3.920	1.693
1.6	120	-550	0	-690	60	-530	0	-765	1320	1480	-3150	2610	5.035	2.324
2.0	170	-660	10	-805	100	-640	-40	-870	1800	1930	-4450	2880	6.244	2.978
2.4	210	-760	0	-960	200	-740	-20	-1040	2460	2650	-6600	4300	7.772	3.893

表2表 実験値