I-13 連続鋼床版の実用計算法

法政大学 正員 大地 羊三
○川田工業(株) 〃 小神野 竹男

橋梁構造物の長大化に伴い，死荷重の軽減をはかった鋼床版の架設が年々増加している。それとともに直交異方性版理論による鋼床版の解析もさかんである。実際の構造物は橋軸直角方向に対し，張出し部を含む連続型式が多いにもかかわらず単純梁型式と片持梁型式に分けて計算している。

A．I．S．CのDesign Manual（1963）では単純梁型式にフーリエ級数を用いて解析しているが，フーリエ級数は不等間隔の連続梁型式に適用出来ないので同じ性質を持つ円函数と超越函数の合成函数で表わす固有函数（固有振動モード）を用いてSin函数の代りに使って級数に展開し，張出し部を含む連続型式に適用出来るようにした。

版の基本式はM・T・Huberにより $D_x\cdot\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2H\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\cdot\partial y^2}+D_y\cdot\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}=P(x,y)$ ---(1)

一般に閉リブの場合，縦リブの剛度 D_y，ねじり剛度 H はデッキプレートの剛度 D_x に比較して無視出来る量であるから $D_y=H=0$ とし，又荷重 $P(x,y)$ は x 方向に一定とし，y 方向のみの函数とすると(1)式は次の如く梁の微分方程式となる。 $D_y\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}=P(y)$ --------(2) 剛支承上の連続梁としての縦リブのモーメント及び反力の計算には(2)式を用いればよい。

梁の固有振動方程式は $\frac{d^4 w(x)}{dx^4}-\varphi^4 w(x)=0$ ---------(3) 但し $\varphi^4=\frac{m\overline{\omega}^2}{EI}\cdot l^4$，$E$；ヤング係数，$I$；断面二次モーメント，$m$；梁の単位長当り質量，$\overline{\omega}$；円振動数を表わす。

(3)式の一般解は $W(x)=A\sin\varphi_x+B\cos\varphi_x+C\sinh\varphi_x+D\cosh\varphi_x$ ------(4)

図-Aに示す如く梁の a 端のたわみ，たわみ角，曲げモーメント，剪断力をそれぞれ W_a, θ_a, M_a, S_a とすると(4)式は $W(x)=W_a\cdot C_+(\varphi_x)+\frac{\theta_a\cdot l}{\varphi}S_+(\varphi_x)-\frac{M_a\cdot l^2}{EI\varphi^2}\cdot C_-(\varphi_x)+\frac{S_a\cdot l^3}{EI\varphi^3}\cdot S_-(\varphi_x)$ --------(5)

但し $C\pm(\varphi_x)=(\cosh\varphi_x\pm\cos\varphi_x)/2$，$S\pm(\varphi_x)=(\sinh\varphi_x\pm\sin\varphi_x)/2$，又，b端のたわみ，たわみ角，曲げモーメント，剪断力をそれぞれ W_b, θ_b, M_b, S_b とし $W(x)_{x=a}$，$W(x)_{x=b}$ の関係式 $W_b=W(l)$，$\theta_b=W'(l)$，$M_b=W''(l)$，$-S_b=W'''(l)$ を用いて整理しマトリックスの形で表わすと次の如くなる。

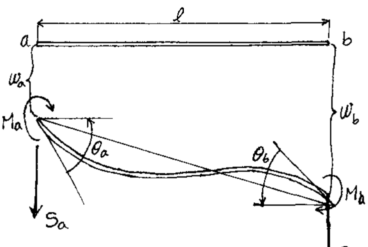

図-A 変位及び部材力の方向

$$\begin{pmatrix} M_{ai}\\ M_{bi}\\ S_{ai}\\ S_{bi}\end{pmatrix}=\frac{EI_i}{(1-\cos\varphi_i\cdot\cosh\varphi_i)}\times\frac{\varphi_i}{l_i}\begin{bmatrix}\zeta_{ai} & \xi_{bi} & \varphi_i/l_i\cdot\eta_{ai} & -\varphi_i/l_i\cdot\eta_{bi}\\ \xi_{bi} & \zeta_{ai} & \varphi_i/l_i\cdot\eta_{bi} & -\varphi_i/l_i\cdot\eta_{ai}\\ \varphi_i/l_i\cdot\eta_{ai} & \varphi_i/l_i\cdot\eta_{bi} & (\varphi_i/l_i)^2\zeta_{ai} & -(\varphi_i/l_i)^2\zeta_{bi}\\ -\varphi_i/l_i\cdot\eta_{bi} & -\varphi_i/l_i\cdot\eta_{ai} & (\varphi_i/l_i)^2\zeta_{bi} & (\varphi_i/l_i)^2\zeta_{ai}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\theta_{ai}\\ \theta_{bi}\\ W_{ai}\\ W_{bi}\end{pmatrix}\text{ ------ (6)}$$

ここに，$\zeta_{ai}=\cosh\varphi_i\cdot\sin\varphi_i-\sinh\varphi_i\cdot\cos\varphi_i$，$\xi_{bi}=\sinh\varphi_i-\sin\varphi_i$，$\eta_{ai}=\sinh\varphi_i\cdot\sin\varphi_i$，$\eta_{bi}=\cosh\varphi_i-\cos\varphi_i$，$\zeta_{ai}=\cosh\varphi_i\cdot\sin\varphi_i+\sinh\varphi_i\cdot\cos\varphi_i$，$\zeta_{bi}=\sinh\varphi_i+\sin\varphi_i$，$l$；支間長

又，(6)式を支点モーメントの境界条件（α, β）・$\begin{pmatrix}M_a\\ M_b\end{pmatrix}=0$，張出し部の剪断力 $S_a=S_b=0$ を

代入しθ_iとw_iで表わすと次の如くなる。

$$
\begin{bmatrix}
\xi_{a1}, & \xi_{b1} & & & & \varphi_1/l_1\cdot\eta_{a1} & \\
\xi_{b1}, & (\xi_{a1}+\xi_{b2}), & \xi_{b2} & & & \varphi_1/l_1\cdot\eta_{b1} & \\
 & \xi_{b2} & (\xi_{a2}+\xi_{b3}), & \xi_{b3} & & & \\
 & & \ddots & \ddots & \ddots & & \\
 & & & & \xi_{bn} & \varphi_n/l_n\cdot\eta_{bn} & \\
 & & & \xi_{bn} & \xi_{an} & \varphi_n/l_n\cdot\eta_{an} & \\
\varphi_1/l_1\cdot\eta_{a1}, & \varphi_1/l_1\cdot\eta_{b1} & & & & (\varphi_1/l_1)^2\xi_{a1} & \\
 & & & \varphi_n/l_n\cdot\eta_{bn}, & \varphi_n/l_n\cdot\eta_{an} & & (\varphi_n/l_n)^2\xi_{an}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \vdots \\ \theta_n \\ \theta_{n+1} \\ w_1 \\ w_{n+1}
\end{bmatrix}
= 0 \text{ ------ (7)}
$$

(7)式の左辺はφ_iの函数であるからφ_iについてイテラチオンで解き固有値φ_iを求める。さらに(6)式をW_a, θ_a, M_a, S_aについて解きそれを(5)式に代入すると

$$W(x) = 2/(1.-\cos\varphi\cdot\cosh\varphi)\cdot\Big[\,l/\varphi\cdot\{S_-(\varphi)\cdot C_-(\varphi-\varphi x)-C_-(\varphi)\cdot S_-(\varphi-\varphi x)\}\cdot\theta_a - l/\varphi\cdot\{S_-(\varphi)\cdot C_-(\varphi_x)-C_-(\varphi)\cdot S_-(\varphi_x)\}\theta_b + \{C_-(\varphi)\cdot C_-(\varphi-\varphi x)-S_+(\varphi)\cdot S_-(\varphi-\varphi x)\}\cdot y_a + \{C_-(\varphi)\cdot C_-(\varphi x)-S_+(\varphi)\cdot S_-(\varphi x)\}\Big] \text{ ------------ (8)}$$

尚，(8)式は単純梁型式及び連続梁型式（張出し有無について）の一般式であるが，片持型式のみについて計算したい場合は(8)式を使わず次に示す方法を取れば便利である。

$\cos\varphi_i\cdot\cosh\varphi_i + 1 = 0$ から固有値φ_iを求め，次式に代入すれば片持梁の振動モード$W(x)$が求まる。$W(x) = \sin\varphi x + \sinh\varphi x - (\sin\varphi + \sinh\varphi)\cdot(\cos\varphi x + \cosh\varphi x)/(\cos\varphi - \cosh\varphi)$ --------（9） 振動モードが求まれば以下は全く同じ方法で計算出来る。

$W(x)$が求まれば単純梁型式の場合，荷重強度をフーリエ級数で表わした $Q_{mx} = Q_0\sin n\pi x$ の代りに $Q_{mx} = Q_0\cdot W(x)$ を用いればよいがそれによって生ずる重な相違ヶ所のみ記すと次の如くなる。

相関係数γ_nは床桁をばね支承とした場合のばね常数k_nと床版の剛性との比で表わせる。

$$\gamma_n = (E I_R/S^3\cdot a)/k_n = l^4\cdot I_R/(a\cdot S^3\varphi^4\cdot I_F) \text{ ------------ (10)}$$

但し　I_R, I_F；縦リブおよび床桁の断面二次モーメント，l；片持梁部の長さあるいは主桁間隔

　　a；縦リブ間隔，S；縦リブ支間，　$Q_0 =$ 輪荷重/車輪接地巾

縦リブの曲げモーメント減少量　$\Delta M_R = Q_0\cdot S\cdot a\cdot\Sigma\int_{x_{1i}}^{x_{2i}} W(x)dx\Big/\int_0^l W^2(x)dx\cdot\left(\Sigma\frac{F_m}{P}\cdot\frac{\eta_{im}}{S}\right)W(x)$ ----(11)

床桁の曲げモーメント減少量　$\Delta M_F = Q_0\cdot\Sigma\int_{x_{1i}}^{x_{2i}} W(x)dx\Big/\int_0^l W^2(x)dx\cdot\left(\Sigma\frac{F_0}{P} - \Sigma\frac{F_m}{P}\delta_{on}\right)\cdot\iint W(x)(dx)^2$ ----------（12）

中間横桁の曲げモーメント変動　$\Delta\bar{M}_{Fn} = Q_0\cdot\Sigma\int_{x_{1i}}^{x_{2i}} W(x)dx\Big/\int_0^l W^2(x)dx\cdot\frac{X_0}{P}\cdot\delta_{m0}$ ------(13)

大き横桁の曲げモーメント変動　$\Delta\bar{M}_{F0} = Q_0\cdot\Sigma\int_{x_{1i}}^{x_{2i}} W(x)dx\Big/\int_0^l W^2(x)\cdot dx\cdot\frac{X_0}{P}\cdot(1-\delta_{m0})$ ----(14)

紙面の都合で細部の計算式の相違について全部網羅する事が出来ず省略したが，参考文献(1),(2)を参照の上応用していただきたい。

参考文献

(1) Pelikan. W. and Esslinger, M.; Die Stahlfahrbahn, Berechnung und Konstruktion, M・A・N・ Forschungsheft No. 7 1957.

(2) A・I・S・C Design Manual 1963.