

I-10 ねじりを考慮した2主変断面桁の荷重分配について

北海道大学 学生員 工修 佐伯 昇
清水建設 正員 工修 小野 満

1. まえがき

先の論文において¹⁾ ねじり剛度の大きい場合の荷重分配について述べたが、本論文ではねじりを考慮した両端固定の2主変断面桁について解析を行った。又拘束ねじりを考慮した微分方程式を差分によって解析した。この場合いずれも2主桁の中にせん断力のみ伝達するものとした。さらに等断面の場合と変断面の場合とどうような違いがあるかを比較してみた。

2. 理論の概要

図1に示しているように不静定せん断力のみを挿入すると荷重Pによる変位 δ_P は桁の変位 W_P 、ねじりによる変位 $\alpha\theta_P$ 、片持桁としての変位 f_P の和である、又不静定力Xによる変位 δ_X も同様である。

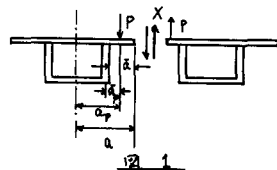
$$\delta_P = W_P + \alpha\theta_P + f_P \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\delta_X = W_X + \alpha\theta_X + f_X \quad \dots\dots\dots (2)$$

荷重と各変位との関係は

$$\frac{d^2}{dx^2} (EI_x \frac{d^2}{dx^2} W(x)) = P \quad \dots\dots\dots (3) \quad \frac{d}{dx} (GI_T \frac{d}{dx} \theta) = -Mt \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$f = \frac{\alpha}{EI_T} P \quad \dots\dots\dots (5)$$



連続条件により $\delta_P + \delta_X = 0$ であるから

$$X(a) - \alpha^2 \frac{d^2}{dx^2} \left[EI_x \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{GI_T} \int^x X dx \right) \right] + \frac{d^2}{dx^2} \left[EI_x \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{\alpha}{EI_T} X \right) \right] = -P - \alpha \frac{d^2}{dx^2} \left[EI_x \frac{d}{dx} \left(\frac{Mt}{GI_T} \right) \right] - \frac{d^2}{dx^2} \left[EI_x \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{\alpha}{EI_T} P \right) \right] \quad \dots\dots\dots (6)$$

3. 等断面両端固定の場合

$$X''' - 4 \frac{GI_T}{EI_x} X'' + \frac{1}{EI_x} X = \frac{1}{EI_x} P \quad \therefore C_p = \frac{3}{4} \frac{GI_T}{EI_x}, C_T = \frac{E}{GI_T} \frac{GI_T}{EI_x}, \lambda = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{解: } X = -P \left(1 + C_1 \cosh \alpha \lambda \cdot \sin \beta \lambda + C_2 \cosh \alpha \lambda \cdot \cos \beta \lambda + C_3 \sinh \alpha \lambda \cdot \cos \beta \lambda + C_4 \sinh \alpha \lambda \cdot \sin \beta \lambda \right) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\text{境界条件 ① } X(0) - 2 \frac{GI_T}{EI_x} \left\{ P - \frac{1}{EI_x} (X(0) - 4 \frac{GI_T}{EI_x} X(0) - X'(1) + 4 \frac{GI_T}{EI_x} X'(1)) \right\} = -2 \frac{GI_T}{EI_x} \alpha_2 P$$

$$\text{② } X(1) + 2 \frac{GI_T}{EI_x} \left\{ P - \frac{1}{EI_x} (X(0) - 4 \frac{GI_T}{EI_x} X(0) - X'(1) + 4 \frac{GI_T}{EI_x} X'(1)) \right\} = 2 \frac{GI_T}{EI_x} \alpha_2 P$$

$$\text{③ } X(0) = -\frac{\alpha_2}{EI_x} P$$

$$\text{④ } X(1) = -\frac{\alpha_2}{EI_x} P$$

$$\therefore \alpha_2 = \frac{\alpha_2}{EI_x}, \alpha_1 = \alpha_2/3, \alpha_0 = \bar{\alpha}_P/3 + \bar{\alpha}_P(\bar{\alpha} - \bar{\alpha}_P)/2$$

3.1 図2は GI_T をパラメータとして等分布荷重 $P=1$ がバーの中央と床版の左端に載荷した場合のスパン中央でのせん断力をプロットしたものである。

4. 変断面の場合(拘束ねじりを考慮)

式(4)を $\frac{d}{dx} (GI_T \frac{d}{dx} \theta) - \frac{d^2}{dx^2} (EI_x \frac{d^2}{dx^2} \theta) = -Mt$ として不静定力はせん断力のみとする。

これを差分になおし、マトリックス表示すると

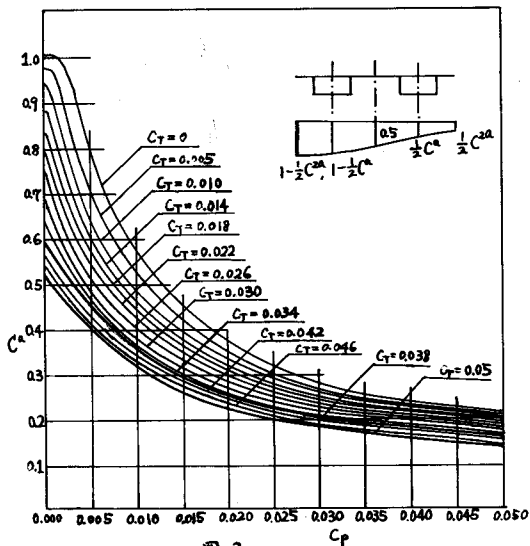


図 2

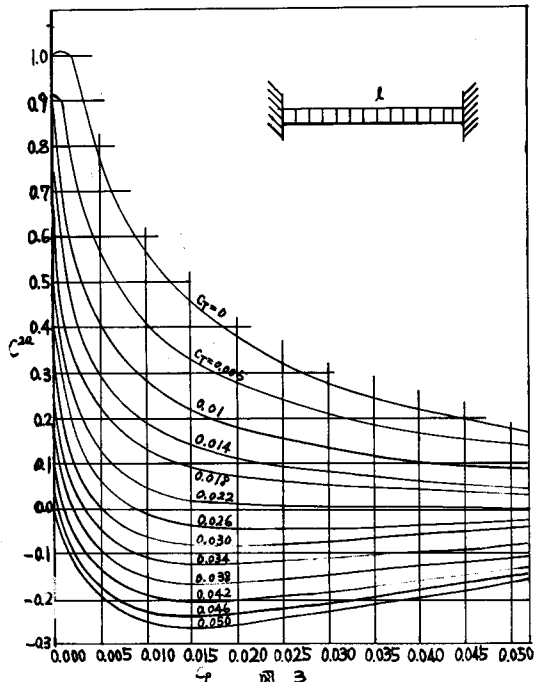


図 3

$$[M_{p1}][W_p] = [P], [M_{p2}][\theta_p] = Q_p[P], [f_p] = \frac{\alpha_0}{EI_p}[1]$$

$$[M_{x1}][W_x] = [X], [M_{x2}][\theta_x] = Q_x[X], [f_x] = \frac{\alpha_1}{EI_x}[1]$$

連続条件 $\delta_x = -\delta_p$ によって各点において一致

させると

$$[W_x] + Q_x[\theta_x] + [f_x] = -\{[W_p] + Q_p[\theta_p] + [f_p]\}$$

$$[X] = -[M_x]^{-1}[M_p][P]$$

$$\therefore [M_x] = [M_{x1}] + Q_x^2[M_{x2}] + \frac{\alpha_1}{EI_x}[1]$$

$$[M_p] = [M_{p1}] + Q_p Q_x[M_{p2}] + \frac{\alpha_0}{EI_p}[1]$$

4.1 単純ねじりの場合と拘束ねじりの場合との比較

$I_x = 4^m$, $I_e = 6.4^m$, $I_p = 0.00089^m$, $l = 50^m$, $a = 4^m$ の等断面として比較した, 図4からわかるようにほとんど変わらない。単純ねじりの場合, 微分方程式の解と差分との誤差は1%であった。

4.2 変断面の形状による不静定力 X と等断面との比較

変断面 I_x , I_e の算術平均 $\bar{I}_x$, $\bar{I}_e$ とする, 図5は $\bar{I}_x$, $\bar{I}_e$ を一定にしておいて断面形状を支点断面において $2\bar{I}_x$, $3\bar{I}_x$, $\bar{I}_x$, 同様は $2\bar{I}_e$, $3\bar{I}_e$, $\bar{I}_e$ と変化させたものである。これらの組合を $i-j$ とした, 3-3 は平均等断面を表す, 図5からわかるように

平均断面はこれらの値の中間の値に近くなっていて, 変断面の場合も平均断面を用いて図2, 3を適用できると思われる。

文献リ 24回年度学術講演会講演要録

佐伯 昇, 小野 満 ヒンゲで連結された2本の
変断面箱桁を有するコンクリート橋の解析について

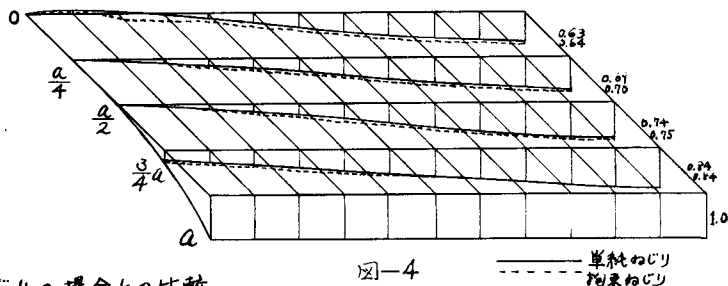


図-4

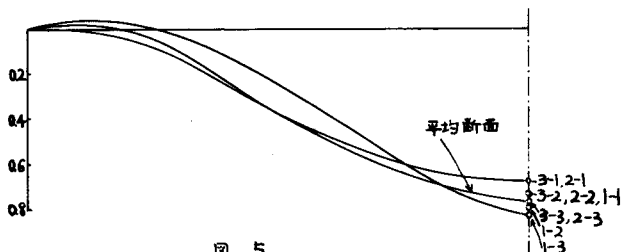


図 5