

まえがき。 先に、矩形床板と格子桁を完全合成させる手法に基づいた直合成桁橋の立体解析について若干の報告¹⁾²⁾を行った。 本文は、この手法を更に進めて斜合成桁橋に於ける床板の協同作用を忠実に評価出来るような立体解析法を提示しようとするものである。 力学上の基本的課題は“斜板と格子桁とを完全合成させる手法の探求”である。

従来、斜桁橋の解析法につき、格子桁理論によるものは別として、床板の協同作用を評価するための板理論の導入例としては、巨視的に異方性板にモデル化する解法、あるいは非合成桁橋としての解法等が見られる。 しかし、桁組の偏心補剛により床板内に生ずる曲げおよび Scheible 作用をより厳密に評価出来るような解析法の例として Gustafson (1968) は面内力を考慮に入れた有限要素法を用い、斜合成桁橋の data を与えている³⁾。 我々は既述の“板と Beam 系との合成構造の立体解析法”において、解の精度を高めると同時に立体解析を容易に行なうため、板と Beam 系との接合面に作用する不静定力の分布を矩形インパルスによって近似することによって構造各点に対して閉じた解を与え、逐次法を併用する解法を提示した。 斜橋に対する本文の解法では、先づ矩形板を基礎として、板内の斜桁組との接合面に相当する位置に同様の方法によって不静定力を与え、床板の斜板端の条件も矩形板に作用させる仮想力によって満足させることにした。 仮想力として、矩形板端に端部抵抗モーメント、および端部水平力を、斜め境界線上に斜線荷重をそれぞれ階段分布力で仮定し、逐次法(逐次最小自乗法)を用い、近似的に斜め境界の問題を解決するものである。 以上により斜床板の解は閉じた解として与えられる。 一方、斜格子桁の解は代数関数により容易に与え得る。 この両者は境界面上において逐次法により適合せられて斜合成桁橋の解を形成する。

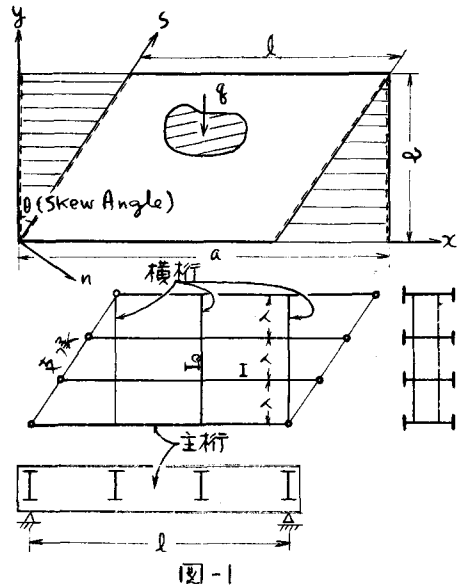


図-1

1. 板の基礎式
合成構造物は曲げと同じに桁の偏心補剛による面内力が生ずる。 床板の微要素を考えると、鉛直力および水平方向の力が働いた場合の板の基礎微分方程式は

$$\Delta \Delta W = \frac{1}{D} \left\{ q_0 - q_u + \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial S_{ux}}{\partial x} \right\} \text{----- (1)}$$

$$\Delta \Delta \phi = \frac{1}{h} \left[-v \frac{\partial S_{ux}}{\partial x} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left\{ \int S_{ux} dx + C(y) \right\} \right] \text{--- (2)}$$

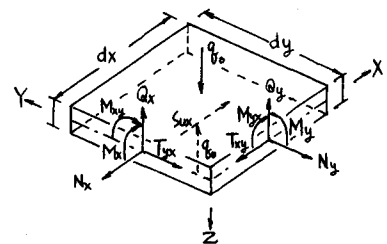


図-2

ただし W : 板のたわみ ϕ : 板の応力関数

$$D: \text{板の曲げ剛度} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

式中、積分定数 $C(y)$ は板の末端における応力を示す。

相対する2辺単純支持された板の解は

$$W = \sum_m (A_m \sinh \alpha_m y + B_m \cosh \alpha_m y + C_m \alpha_m y \sinh \alpha_m y + D_m \alpha_m y \cosh \alpha_m y) \sin \alpha_m x + w_p \quad (3)$$

$$\phi = \sum_m (\bar{A}_m \sinh \alpha_m y + \bar{B}_m \cosh \alpha_m y + \bar{C}_m \alpha_m y \sinh \alpha_m y + \bar{D}_m \alpha_m y \cosh \alpha_m y) \sin \alpha_m x + \phi_p \quad (4)$$

ただし w_p, ϕ_p : 式(1), (2) の特解。

板と Beam 系の間に受け渡しされる垂直ならびに水平方向の不静定力 P_u, S_{ux} および斜め境界の問題を解決する仮想力としての端部抵抗モーメント、端部水平力および斜め境界線上の斜線荷重 (図-3 参照) を立体解析を容易にするため、階段分布不静定力群 P_{ij}, t_{ij} (図-4)

M_r, T_r, P_r

(図-5) を用いて置き換えるのは式(1), (2) の特解 w_p

ϕ_p は、

$$w_p = \sum_i \sum_j (\sum_r \sum_m \phi_{mn}(P_{ij}, t_{ij}, P_r, M_r) \sin \alpha_m x \cdot \sin \beta_n y) \quad (5)$$

$$\phi_p = \sum_i \sum_j (\sum_r \sum_m \phi_{mn}(t_{ij}, T_r) \sin \alpha_m x \sin \beta_n y) \quad (6)$$

$$\left[\begin{aligned} \phi_{mn}(P_{ij}, t_{ij}, P_r, M_r) &= \frac{16}{ab} \cdot \frac{1}{\alpha_m \beta_n (\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2} \left[\left\{ -P_{ij} + \frac{P}{2} t_{ij} \alpha_m \cot \alpha_m x_i \right\} \cdot \sin \alpha_m x_i \sin \alpha_m c_i \sin \beta_n y_j \right. \\ &\quad \left. + \sin \beta_n d_j + \frac{\alpha_m P_n}{2} \left\{ \frac{P_r}{2} \int_{s_r - a_r}^{s_r + a_r} \sin \alpha_m x_r \sin \beta_n y_r ds + M_r \cdot \frac{\beta_n}{\alpha_m} \sin \beta_n y_r \sin \beta_n b_r \right\} \right] \end{aligned} \right] \quad (7)$$

$$\left[\begin{aligned} \phi_{mn}(t_{ij}, T_r) &= \frac{16}{ab} \cdot \frac{1}{\alpha_m \beta_n (\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2} \left(\frac{\beta_n^2}{\alpha_m^2} - \nu \right) \cdot \left\{ t_{ij} \alpha_m \cos \alpha_m x_i \sin \alpha_m x_i \sin \beta_n y_j \sin \beta_n d_j \right. \\ &\quad \left. + \frac{\alpha_m \beta_n}{2} T_r \cdot \frac{\alpha_m}{\beta_n} \sin \beta_n y_r \sin \beta_n b_r \right\} \end{aligned} \right] \quad (8)$$

$$\text{ただし } \alpha_m = \frac{m\pi}{a} \quad \beta_n = \frac{n\pi}{b}$$

式中、各階段状分布力の係数は総和公式を用い単級数に直し個別に計算される。式(7)に含まれる斜め線積分は、 $x_r = s_r \sin \theta, y_r = s_r \cos \theta$ なる座標変換式を用い積分すれば、斜め線荷重の式を得る。板の断面力、ならびに Scheibele 応力は次式で算出される。

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad M_{xy} = (1-\nu) D \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (9)$$

$$\sigma_x = \frac{\partial \phi}{\partial y^2} + \frac{1}{h} \int S_{ox} dx \quad \sigma_y = \frac{\partial \phi}{\partial x^2} \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial \phi}{\partial x \partial y} \quad (10)$$

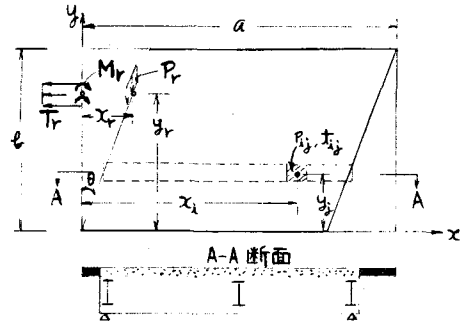


図-3

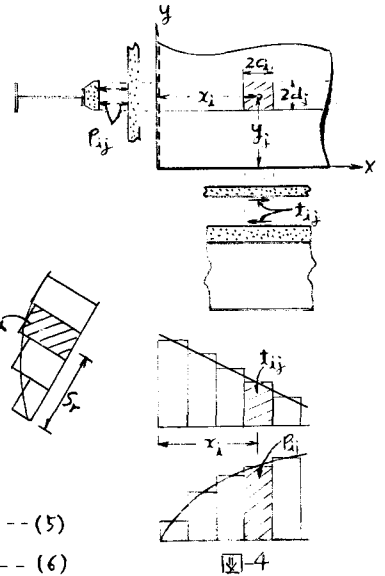


図-4

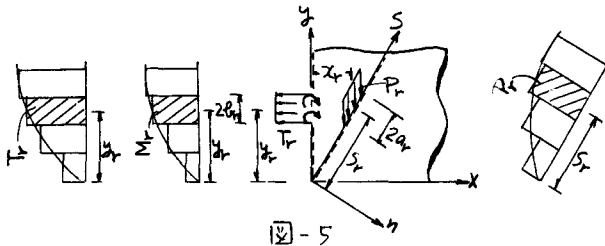


図-5

$$S_{0x} = \sum_i \sum_j (\sum_r \sum_m \sum_n \frac{16}{a^6} \left[\frac{t_{ij}}{\alpha_m \beta_n} \cos \alpha_m x_i \sin \alpha_m c_i \sin \beta_n y_j \sin \beta_n d_j + \frac{T_r}{\beta_n} x \sin \beta_n y_r \sin \beta_n c_r \right] \dots (11)$$

2. 境界条件

(2-1.) 自由端部に与える境界条件

$y=0, y=c$ に於いて換算せん断力, 水平せん断力, そして境界に垂直な曲げモーメント, および軸力が 0 という力学的条件より, 式 (3), (4) 中に含まれる 8 個の積分定数 $A_m, B_m, \dots, \bar{D}_m$ が決定される。

(2-2) 斜線支承に与える境界条件

斜め境界 $x = S \sin \theta, y = S \cos \theta$ において NAVIER の境界条件は

$$w = 0, \quad \Delta w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad \dots (12, 13)$$

Scheibler 応力については

$$\sigma_n = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad \dots (14)$$

となり, 境界選定法により, 階段分布で近似した仮定力 P_r, M_r, T_r は, 予静定力 P_{ij}, t_{ij} の陰関数として決定することが出来る。斜め単純境界に対しては直接筋の選定法によっても良好な結果が得られる⁴⁾が, 本文で取扱う構造では, 局部的応力状態も重視する必要があるため直接筋選定法と選定最小自乗法によるものの双方を考え, この種の境界に対する精度を考察することにした。選定最小自乗法は, たとえばある区画 $[a_1, a_2]$ における座標 $w_0(x)$ を Q 個の点 $(x_1, w_0(x_1)), (x_2, w_0(x_2)), \dots, (x_Q, w_0(x_Q))$ で代表させ, その代表値に最小自乗法を適用する。即ち誤差の自乗の和

$$I = \sum_1^Q [w_0(x_Q) - P_1 w_1(x_Q) - P_2 w_2(x_Q) - \dots - P_n w_n(x_Q)]^2 = \text{最小} \quad \dots (15)$$

にように係数 $P_1, P_2, \dots, P_n$ を決定することになる。そうすると極小条件として

$$-\frac{1}{2} \frac{\partial I}{\partial P_m} = \sum_1^Q [w_0(x_Q) - P_1 w_1(x_Q) - P_2 w_2(x_Q) - \dots - P_n w_n(x_Q)] \cdot w_m(x_Q) = 0 \quad \dots (16)$$

この $P_1, P_2, \dots, P_n$ に関する連立一次方程式が得られ, 各選定における条件を完全に満足することは出来ないが全区間に於ける誤差の一種の平均であって近似目的を達成する有効な方法である。

3. 斜め格子桁の基礎式

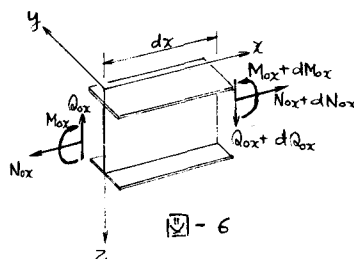
ねじり係数は特に箱桁の場合には重要であるが, I 型鋼桁の場合は無視することが出来る。ねじりを無視すると単純な梁の曲げ理論により階段分布で近似した鉛直および水平方向の予静定力群に対し, 代数解が構造各点の変形及び応力を決定することが出来る。

4. 床板と格子桁の合成条件

床板は主桁上で合成されており, 予静定力は, 接合面での床板及び格子桁の変形の連続条件より決定される。すなわち, 予静定力群と同数の選定において, 床板と格子桁の i) たわみ, $w(x_u, y_u)$, ii) 歪 $\varepsilon(x_u, y_u)$ をそれぞれ等置する弾性方程式となり, これを解くことにより予静定力を得る。

5. 計算例

計算例として, 我々は先づ, 解法の妥当性を検討するための第 1 段階として, 図-7 に示すような



2主桁橋. 主桁と床板の剛比 $E_s I / D_e = 0.11$
 ポアソン比 $\nu = 0.2$ で等分布荷重をうける
 ものを例にとり, 斜め床板の影響について, 検
 討した。図-8 は直橋の場合と斜橋(傾斜
 角 $\tan \theta = 0.25$) の場合のたわみの比較であ
 る。

床板の詳細な応力分布, 又, 多主桁橋の場合
 の解の収束性については, 目下検討中であり,
 機会があれば申し述べる予定である。

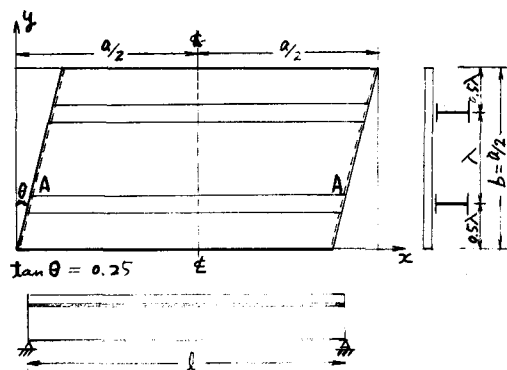


図-7

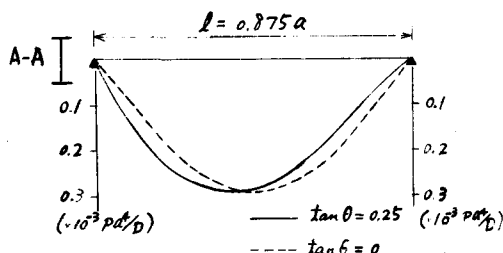


図-8

参考文献

- 1) 岡村: 板とBeam系の合成構造の立体解析法ならびに, 板と格子桁の合成による橋梁解析への応用. 第23回年次学術講演会 昭和43年10月
- 2) 岡村, 吉田: 連続合成桁橋の立体解析 関西支部年次学術講演会 昭和44年5月
- 3) Gustafson, W.C. and Wright, R.N.: Analysis of Skewed Composite Girder Bridge Journal of the Structural Division, ASCE, No. ST4 April 1968, pp. 919
- 4) 岡村: 異形平板の境界値問題に対する差分法への応用について. 大阪工大紀要 Vol. 8, No. 2 1962