

I-2 曲線格子桁の横構に関する実験的研究

北海道大学工学部 正員 塚農 知徳

1. まえがき

並列主桁形式の橋梁は耐風構として横構を配置し、横荷重（主に風荷重）に対して抵抗させている。この横構は直橋においては、耐風構として設計しても応力度については十分安全でむしろ圧縮材としての細長比の規定により左右されている。しかしながら曲線橋の場合にはフランジ固定点において主荷重により常時水平合力が生ずるので、横構自身の応力度及び曲線主桁への影響など十分検討しなければならない。更に横構の配置により断面形式として荷重分配にも期待するものとも考えられ横構に関する問題は多い。この論文においては既に誘導した曲線格子桁の横構の解析理論の妥当性を吟味するために室内実験用模型桁を製作し、載荷実験を行い実験測定値と理論計算値とを比較し、考察、検討したものである。

2. 曲線格子桁の横構の解析理論

曲線桁の平衡方程式 曲線格子桁よりとりだした1本の曲線材について考える。曲線材の断面はy軸に関して対称で、中立軸の伸縮は無視出来るものと仮定する。図-2のように微小角 $d\varphi$ にはさまれた曲線材の切片に作用している力の釣合いを考えたと、式(1)の平衡方程式が得られる。

$$\frac{dQ_x}{d\varphi} + R \cdot p_x = 0$$

$$\frac{dQ_y}{d\varphi} + N_z + R \cdot p_y = 0$$

$$\frac{dN_z}{d\varphi} - Q_y + R \cdot p_z = 0$$

$$\frac{dM_x}{d\varphi} - R \cdot Q_y - R \cdot m_x = 0$$

$$\frac{dM_y}{d\varphi} - T_z - R \cdot Q_x - R \cdot m_y = 0$$

$$\frac{dT_z}{d\varphi} + M_y + R \cdot m_z = 0$$

(1) a-f

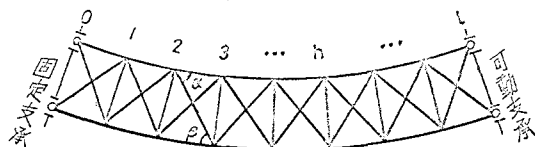


図-1

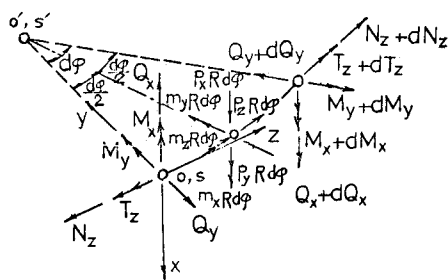


図-2

曲線材の断面力と変形 曲線材の断面の軸対称と中立軸の伸縮を無視出来るという仮定から断面力と変形量との関係式は式(2)および式(3)となる。

$$\frac{1}{R} \left(\frac{dw}{d\varphi} - v \right) = \frac{N_z}{EF}, \quad \frac{1}{R^2} \left(\frac{d^2v}{d\varphi^2} + \frac{dw}{d\varphi} \right) = - \frac{M_z}{EJ_z} \quad (2) a-b$$

$$\frac{1}{R^2} \left(\frac{d^2u}{d\varphi^2} + R \cdot \varphi \right) = - \frac{M_y}{EJ_y}, \quad \frac{1}{R^2} \left(\frac{d^2\varphi}{d\varphi^2} - \frac{1}{R} \frac{d^2u}{d\varphi^2} \right) = - \frac{M_\omega}{EJ_\omega}$$

$$\frac{1}{R} \left(\frac{d\vartheta}{d\varphi} - \frac{1}{R} \frac{du}{d\varphi} \right) - \frac{EJ_0}{GJ_T} \cdot \frac{1}{R^3} \left(\frac{d^3\vartheta}{d\varphi^3} - \frac{1}{R} \frac{d^3u}{d\varphi^3} \right) = \frac{T_z}{GJ_T} \quad (3)_{a-c}$$

曲線材の弾性方程式 曲線材の平衡方程式(1)と曲線材の断面力と変形の関係式(2), (3)により, 曲率面内変形と曲率面外変形とに分離された弾性方程式(4)および(5)が求められる。

$$\begin{aligned} (EJ_x + EFR^2) \frac{d^2w}{d\varphi^2} + EJ_x \frac{d^3v}{d\varphi^3} - EFR^2 \frac{dv}{d\varphi} &= -R^4 p_x - R^3 m_x \\ EJ_x \frac{d^3w}{d\varphi^3} - EFR^2 \frac{dw}{d\varphi} + EJ_x \frac{d^4v}{d\varphi^4} + EFR^2 v &= R^4 p_y - R^3 \frac{dm_y}{d\varphi} \end{aligned} \quad (4)_{a-b}$$

$$\begin{aligned} (EJ_y + \frac{EJ_0}{R^2}) \frac{d^4u}{d\varphi^4} - GJ_T \frac{d^2u}{d\varphi^2} - \frac{EJ_0}{R^2} \frac{d^4R\vartheta}{d\varphi^4} + (EJ_y + GJ_T) \frac{d^2R\vartheta}{d\varphi^2} &= R^4 p_x - R^3 \frac{dm_x}{d\varphi} \\ -\frac{EJ_0}{R^2} \frac{d^4u}{d\varphi^4} + (EJ_y + GJ_T) \frac{d^2u}{d\varphi^2} + \frac{EJ_0}{R^2} \frac{d^4R\vartheta}{d\varphi^4} - GJ_T \frac{d^2R\vartheta}{d\varphi^2} + EJ_y R\vartheta &= R^3 m_x \end{aligned} \quad (5)_{a-b}$$

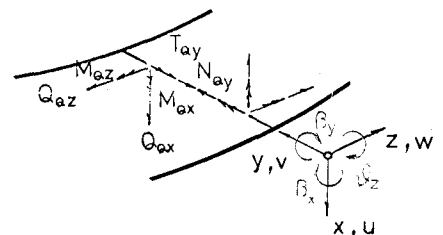
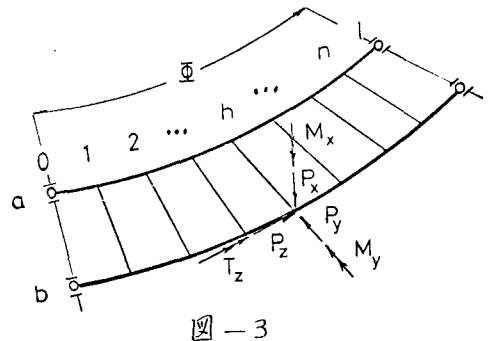
式(4)および式(5)について境界条件を考慮して解けば, 変形量が求められる。

立体荷重を受ける曲線格子析 図-3のような曲線格子析に立体荷重が作用するとき, 横断本数と n とすれば, $6n$ 次不静定構造となる。すべての横断を切断して, その断面に生ずる断面力を不静定量にとれば, 不静定量 X_j を求める弾性方程式は式(6)で表わされる。

$$\begin{bmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & \cdots & A_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} + P_x \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix} + T_z \begin{bmatrix} \Theta_1 \\ \vdots \\ \Theta_n \end{bmatrix} + M_y \begin{bmatrix} B_{y1} \\ \vdots \\ B_{yn} \end{bmatrix} + P_y \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} + P_x \begin{bmatrix} W_1 \\ \vdots \\ W_n \end{bmatrix} + M_x \begin{bmatrix} B_{x1} \\ \vdots \\ B_{xn} \end{bmatrix} = 0 \quad (6)$$

こゝで, 係数マトリックスおよび荷重項の小マトリックスについては式(7)となる。

$$\begin{aligned} A_{nn} &= \begin{bmatrix} \delta_{n,n} & \cdots & \delta_{n,6n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{6n,n} & \cdots & \delta_{6n,6n} \end{bmatrix}, X_n = \begin{bmatrix} X_n \\ \vdots \\ X_{6n} \end{bmatrix}, U_n = \begin{bmatrix} U_{n,0} \\ \vdots \\ U_{6n,0} \end{bmatrix} \\ \Theta_n &= \begin{bmatrix} \vartheta_{n,0} \\ \vdots \\ \vartheta_{6n,0} \end{bmatrix}, B_{yn} = \begin{bmatrix} \beta_{yn,0} \\ \vdots \\ \beta_{y6n,0} \end{bmatrix}, V_n = \begin{bmatrix} v_{n,0} \\ \vdots \\ v_{6n,0} \end{bmatrix}, W_n = \begin{bmatrix} w_{n,0} \\ \vdots \\ w_{6n,0} \end{bmatrix} \\ B_{xn} &= \begin{bmatrix} \beta_{xn,0} \\ \vdots \\ \beta_{x6n,0} \end{bmatrix} \quad n = 1, \dots, i, \dots, n \quad (7)_{a-f}$$



係数小マトリックス式(7) a における要素 δ_{ij} は基本系(単一曲線材)において状態 $X_n = 1$ による変形と状態 $X_j = 1$ による力との間になす仕事量である。荷重項の小マトリックス式(7) c-f における要素 $U_{j,0}, \vartheta_{j,0}, \dots$

図-4

..., $\beta_{xj,0}$ は各々基本系において状態 X_{j-1} による変形曲線に相当する。式(6)を解くことにより, 立体荷重を受ける曲線格子桁の不静定影響面 $X_{kp,j}$ が求められる。曲線格子桁の曲線主桁と横桁のせん断中心軸が曲率面内で一致するものと仮定すれば, 式(6)の弾性方程式は一般的曲線格子桁系と格子アーチ系とに分離され, 各々 n 次不静定となり煩雑さは半減する。式(6)より不静定影響面 $X_{kp,j}$ が求められると, 主桁 i の任意の点中における断面力および変形の影響面 $S_{ip,kp}$ は式(8)により得られる。

$$S_{ip,kp} = S_{ip,kp}^0 + \sum_{j=1}^{6n} S_{ip,j} \cdot X_{kp,j} \quad (8)$$

ここで, $S_{ip,kp}^0$ は基本系(単一曲線桁)において外力 $P_z, T_z, \dots, M_x$ 等が作用するときの断面力および変形の影響線, $S_{ip,j}$ は基本系において状態 X_{j-1} による断面力および変形の主桁 i の点中における値である。

曲線格子桁の横構の解析 横構が片側フランジ附近上のみ配置された場合(図-1), 曲線格子桁の横構の midpoint で切断し, その断面に生じている軸方向力のみを考慮して, 不静定力 Z_j にとる。(図-5) この時, 曲線桁に作用する力は図-6 のようになり, その力による変形は図-7 のように示される。不静定力 Z_j を求める弾性方程式は式(9)となる。

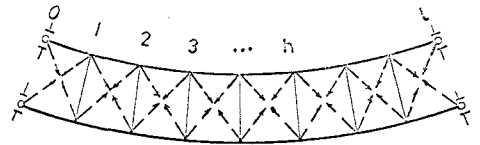


図-5

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \dots & \delta_{1,2l} \\ \vdots & & \vdots \\ \delta_{2l,1} & \dots & \delta_{2l,2l} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_1 \\ \vdots \\ Z_{2l} \end{bmatrix} + P_z \begin{bmatrix} U_{1,0} \\ \vdots \\ U_{2l,0} \end{bmatrix} + T_z \begin{bmatrix} v_{1,0} \\ \vdots \\ v_{2l,0} \end{bmatrix} + M_y \begin{bmatrix} \beta_{y1,0} \\ \vdots \\ \beta_{y2l,0} \end{bmatrix} = 0 \quad (9)$$

ここで係数マトリックスの要素 δ_{ij} は基本系(曲線格子桁および格子アーチ系)において状態 Z_{i-1} による変形と状態 Z_{j-1} による力との間でなす仕事量である。荷重項 $U_{j,0}, v_{j,0}$ および $\beta_{yj,0}$ は各々基本系において状態 Z_{j-1} による垂直変位, ねじれ角変位および撓み角変位に相当する。

式(9)より横構の不静定力影響面 $Z_{kp,j}$ が求められるから曲線格子桁の断面力および変形量の影響面 $S_{ip,kp}$ は式(10)より得られる。

$$S_{ip,kp} = S_{ip,kp}^0 + \sum_{j=1}^{2l} S_{ip,j} \cdot Z_{kp,j} \quad (10)$$

ここで, $S_{ip,kp}^0$ は基本系(曲線格子桁および格子アーチ系)において外力 P_z, T_z および M_y が作用するときの断面力および変形量の影響面, $S_{ip,j}$ は基本系において状態 Z_{j-1} による断面力および変形の主桁 i の点中における値である。なお式(9)により求められる不静定力影響面 $Z_{kp,j}$ が横構の応力を示すことは言うまでもない。

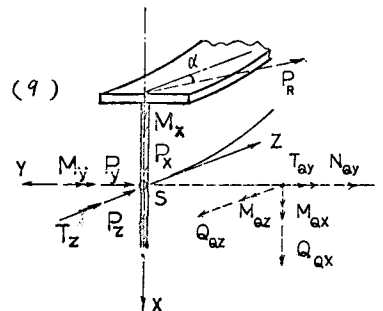


図-6

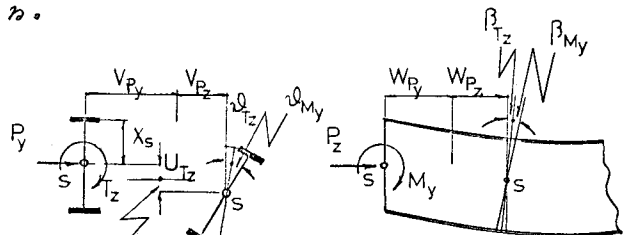


図-7

3. 曲線格子桁の横構の模型実験

模型桁と実験装置 模型桁の製作に当って次の条件と考慮した。曲線主桁断面はI形断面とし、横桁も同一断面を用いる。解桁の簡単化のために横桁は支向中央点に1本配置する。横構は片フランジ附近にのみシングルワーレン形で配置する。支承条件は一端はヒンジ支、他の一端はローラー支とする。溶接による残留変形を避けてハンガ付けとする。

以上の条件により、模型桁を製作した。その形状寸法は図-8に示すとおりである。また、その断面値は表-1に示してある。載荷装置は写真-1に示すように10tラムスラーによって、垂直荷重 $P_z = 40 \text{ kg}$ を載荷した。垂直ひずみ測定はワイヤストレンゲージにより、変形量測定はダイヤルゲージを用いた。

表-1 曲線格子桁 模型桁の断面値

主桁及び横桁の断面値		横構の断面値	
$F = 0.64 \text{ cm}^2$	$J_y = 1.758 \text{ cm}^4$	$F_l = 0.04 \text{ cm}^2$	
$X_s = 2.04 \text{ cm}$	$J_T = 1.3653 \times 10^{-3} \text{ cm}^4$	$J_x = 4.193 \times 10^{-4} \text{ cm}^4$	
$J_x = 0.1068 \text{ cm}^4$	$J_w = 0.4267 \text{ cm}^6$	$J_y = 1.146 \times 10^{-3} \text{ cm}^4$	

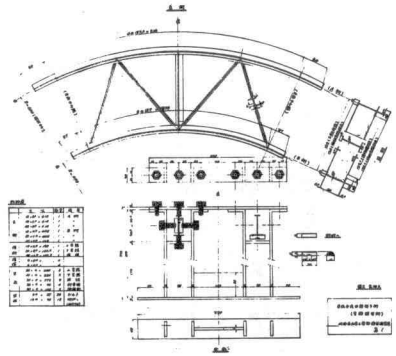


図-8

実験結果 実験測定値と理論値とを比較すると次のとおりである。横構の直ひずみ ϵ_L を表-2に、横構を配置した曲線格子桁の垂直変位を図-9および図-10に示した。

表-2 横構の直ひずみ ϵ_L

状態 横構	格点5に $P=40 \text{ kg}$ 載荷		格点2に $P=40 \text{ kg}$ 載荷	
	理論値	実験値	理論値	実験値
I	34×10^{-6}	38×10^{-6}	224×10^{-6}	185×10^{-6}
II	23	50	158	175
III	29	75	160	160
IV	-16	-22	68	85

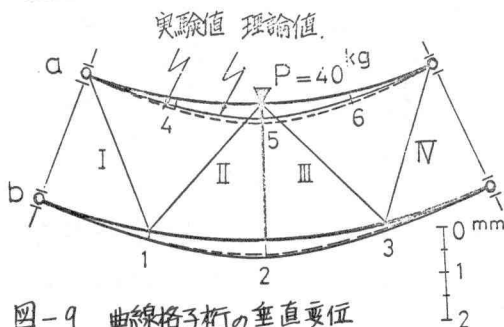


図-9 曲線格子桁の垂直変位

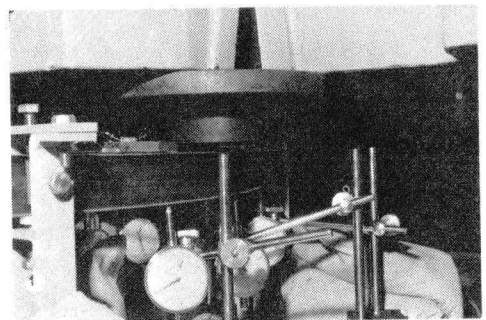


写真-1

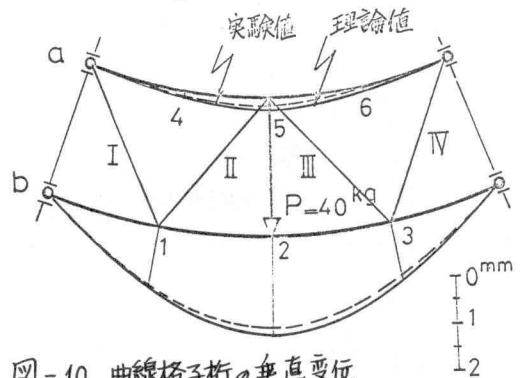


図-10 曲線格子桁の垂直変位

4. 結論

理論値と実験値とを比較すると良く一致している。横構の応力はかなり大きい値になっている。横構による荷重分配はあまり期待出来ない。