

神戸大学工学部 正 藤 井 孝

〃 〃 〃 梶 村 雄 佑

香川県方 〃 綾 安 広

(1) まえがき

プレテンションPC部材の定着端の応力状態については、これまで理論的研究は数少くなされてきたが、境界条件および荷重条件においてその取り扱いがむづかしく、厳密な弾性理論解は得られていない。本研究は、円筒および円柱に対する応力関数を組合せ、鋼材とコンクリートのすべりを考慮した理論解を得たものである。

(2) 荷重条件

PC部材端を円筒部(コンクリート)と円柱部(鋼材)とにわけて考える。荷重はコンクリートと鋼材との境界面($r=a$)において、半径方向応力(σ_r)と接線方向応力(τ_{rz})に分離し、それぞれに対する応力関数を求める。

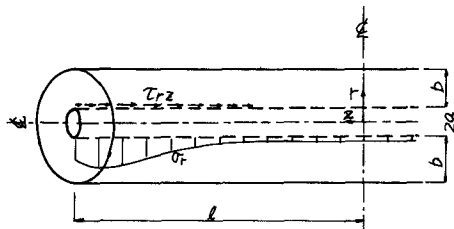


図-1. 座標系および荷重条件

(A) コンクリート

(i) σ_r の作用した場合

$$r=a; \sigma_r=a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi}{2} Z, \tau_{rz}=0 \quad r=b; \sigma_r=0, \tau_{rz}=0 \quad Z=\pm l; \sigma_z=0, \tau_{rz}=0$$

(ii) τ_{rz} の作用した場合

$$r=a; \sigma_r=0, \tau_{rz}=\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi}{2} Z \quad r=b; \sigma_r=0, \tau_{rz}=0 \quad Z=\pm l; \sigma_z=0, \tau_{rz}=0$$

(B) 鋼材

(i) σ_r の作用した場合

$$r=a; \sigma_r=a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi}{2} Z, \tau_{rz}=0 \quad Z=\pm l; \sigma_z=0, \tau_{rz}=0$$

(ii) τ_{rz} の作用した場合

$$r=a; \sigma_r=0, \tau_{rz}=\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi}{2} Z \quad Z=\pm l; \sigma_z=0, \tau_{rz}=0$$

(3) 応力関数

応力関数としては、軸対称変形問題によく用いられる Michell の関数 ϕ を用いる。

$$\nabla^4 \phi = 0, \quad \therefore r^2 \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \dots (1)$$

$$U = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial r \partial z}, \quad W = 2(1-\nu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \quad \dots (2)$$

ここで ν : ポアソン比, U, W : r 方向および z 方向変位

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= 2G \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \nu \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right\}, \quad \sigma_\theta = 2G \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \nu \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right\} \\ \sigma_z &= 2G \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (2-\nu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right\}, \quad \tau_{rz} = 2G \frac{\partial}{\partial r} \left\{ (1-\nu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right\} \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

ここで $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$, E : ヤング率

(1) 式を満足する応力関数として

$$2\phi = F(r, z) + \sum_{n=1}^{\infty} \{ f(\beta_n r) \cos(\beta_n z) + g(\beta_n z) \{ A J_0(\beta_n r) + B Y_0(\beta_n r) \} \} \dots (4)$$

$$f(\beta_n r) = A'_n I_0(\beta_n r) + B'_n \beta_n r I_1(\beta_n r) + A''_n K_0(\beta_n r) + B''_n \beta_n r K_1(\beta_n r)$$

$$g(\beta_n z) = C'_n \sinh \beta_n z + D'_n \beta_n z \cosh \beta_n z + C''_n \cosh \beta_n z + D''_n \beta_n z \sinh \beta_n z$$

(4)式をさらに円筒、あるいは円柱という形状、および荷重条件を考慮して次のようにする。

(a) コンクリート (円筒部)¹⁾

$$2\phi = A_0 \frac{z^2}{b^2} + B_0 z \ln r + C_0 \frac{z^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_n^3} f(\beta_n r) \sin \beta_n z + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_s^3} \{ C'_s \sinh \gamma_s z + D'_s \gamma_s z \cosh \gamma_s z \} J_0(\gamma_s r) - \frac{J_1(\gamma_s b) Y_0(\gamma_s r)}{Y_1(\gamma_s b)} \}$$

$$\text{ここに } \beta_n = \frac{n\pi}{L}, \quad \gamma_s = \lambda_s/a, \quad \lambda_s: J_0(\lambda_s) Y_1(\frac{b}{a} \lambda_s) - Y_0(\lambda_s) J_1(\frac{b}{a} \lambda_s) \dots (5)$$

(b) 鋼材 (円柱部)^{2), 3)}

$$2\phi = A_0 \frac{z^2}{b^2} + C_0 \frac{z^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_n^3} \{ A'_n I_0(\beta_n r) + B'_n \beta_n r I_1(\beta_n r) \} \sin \beta_n z + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_s^3} \{ C'_s \sinh \gamma_s z + D'_s \gamma_s z \cosh \gamma_s z \} J_0(\gamma_s r)$$

$$\text{ここに } \gamma_s = \lambda_s/a, \quad \lambda_s: J_1(\lambda_s) = 0 \dots (6)$$

(4) 変形条件

円筒部と円柱部を組合せ、PC部材端として次の変形条件を考える。

$$\text{a) } r=a; U_c = U_s$$

ここに U_c, U_s : コンクリート、および鋼材の半径方向変位

$$\text{b) } r=a: W_s - W_c = S(z) = \sum_{n=1}^{\infty} k_n \sin \frac{n\pi}{L} z$$

$$\text{ここに } k_n = \frac{2}{L} \int_0^L S(z) \sin \frac{n\pi}{L} z \, dz$$

$S(z)$: 鋼材のすべり曲線、既知のものとする。

W_s, W_c : 鋼材、およびコンクリートの軸方向変位

(5) すべり曲線

当理論解析に通したすべり曲線が見当たらないので、ここでは相対変位理論⁴⁾と接触圧理論⁵⁾とを組合わせて、すべり曲線を誘導し、これをすべり曲線 $S(z)$ に用いる。

$$\text{(a) 相対変位理論 (1次元弾性体)} \quad \sigma_s z' = \frac{1}{1+nk} (\sigma_{si} + E_s \frac{dS(z')}{dz'}) \quad z' = l-z \quad \dots (7)$$

(b) 接触圧理論 (2次元弾性体)

$$\tau_{z'} = \mu \sigma_r \dots (8), \quad \sigma_r = \phi - \psi \sigma_{si} \dots (9), \quad \tau_{z'} = \frac{A_s}{U} \frac{dS(z')}{dz'} \dots (10)$$

ここに μ : 摩擦係数, U : 鋼材周長, σ_{si} : 鋼材の応力解放直前の応力, β : b/a

$$\phi: \frac{U_s \sigma_{si}}{n \{ (1-\nu_s) + (1+\nu_s) \beta^2 \} \frac{1}{\beta^2} + (1-\nu_s)}, \quad \psi: \phi \frac{\nu_s + n k \nu_s}{\nu_s \sigma_{si}}, \quad n: E_s/E_c, \quad k = A_s/A_c$$

(7)~(10)式より(11)式を得る。

$$\frac{d^2 S(z')}{dz'^2} + \frac{U \mu \psi}{A_s} \frac{dS(z')}{dz'} = \frac{U}{A_s E_s} \{ (1+nk) \mu \phi - \mu \psi \sigma_{si} \} \dots (11)$$

(11)式と境界条件を考慮して解くと(12)式を得、これをすべり曲線として用いる。

$$S(z) = \frac{A_s \sigma_{si}}{E_s U \mu \psi} e^{-\frac{U \mu \psi}{A_s} (1-z)} \dots (12)$$

(6) 参考文献

- 1) 柴原, 尾田. "軸対称変形をする有限円筒問題" 機械学会論文集, No.259, Vol.34, 1968
- 2) 斎藤. "短円柱および円盤の軸対称変形" 機械学会論文集, No.63, Vol.18, 1952
- 3) " " " " " " (続) 機械学会論文集, No.91, Vol.19, 1954
- 4) E.H. Rotj, M.M. Holmianski and V.M. Kolner. Proc. of 3rd Congress of F.I.P. Session III, No.10, 1958
- 5) W. Swida. "Über die Beanspruchung in vorgespannten Druckstellen" Bautechnik, 1959