IV-1　Finite Element 法のコンクリート構造への適用に関する研究

京都大学　学生員　児島孝之

1. まえがき

最近，構造解析の1つの手段として連続体を不連続要素の集合体として解析する Finite Element 法が土木分野においても応用されはじめている。　この方法によると今まで解析が困難であったシェル構造，あるいは折板構造などの複雑な構造物の応力解析が可能である。　一方，Finite Element 法では塑性解析も可能であり，鉄筋コンクリート部材のせん断破壊の解析，あるいは鉄筋コンクリート板構造の塑性解析などに対する有力な手段になるものと考えられる。

本研究では，その基礎的段階として，単鉄筋コンクリートはりの変形および応力解析に Finite Element 法の適用を試みたものである。

2. Finite Element 法による鉄筋コンクリートはりの弾塑性解析

鉄筋コンクリートはりの弾塑性解析では，コンクリートのひびわれ条件，コンクリートと鉄筋との付着破壊，および鉄筋の降伏条件などが重要な問題となる。本研究では，コンクリートのひびわれ条件として，Mohr-Coulomb の破壊条件を用いた（図-1）。コンクリートと鉄筋との付着破壊の条件については考慮しなかった。　ひびわれ条件に達した要素に対しては，引張主応力（σ_1）方向のヤング係数を適当な小さな値（本計算では 0.01 E_c，E_c：コンクリートの初期ヤング係数）とし，主応力（σ_2）方向のポアソン比を ν_2 = 0.5 として解析した。

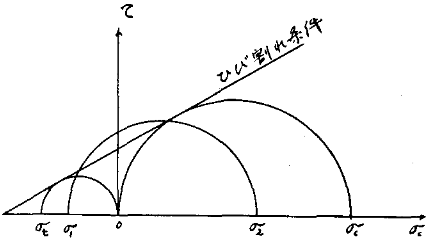

図-1

一般に Finite Element 法による弾塑性解析には，反復法および荷重漸増法があるが，ここでは荷重漸増法によって解析を行なった。

解析の手順は，具体的には次のようになる。

（1）適当な弾性状態の荷重 P で弾性計算を行なう。

（2）荷重 P に荷重増分 ΔP を加えて再び弾性計算を行ない，各要素の応力を求め，要素がひびわれ条件に達したかどうかを判定する。

（3）ひびわれが生じた要素に対しては，ヤング係数 E_1 およびポアソン比 ν_2 を変化させ，Stiffness Matrix をつくりなおして，再び計算を行なう。

（4）（2）以下の計算を繰り返す。

3. 解析例

図-2に示すような単鉄筋コンクリートはりについて，静的載荷試験時の変形および応力解析を行なった。はり長さは 150cm，スパン ℓ = 130cm，はり高さ h = 20cm，はりの有効高さ d

$=17cm$，はり幅 $b=10cm$ である。はりへの載荷方法は，対称2点集中荷重で，せん断スパン $a=50cm$ とした。コンクリートの圧縮強度 $\sigma_c=400\ kg/cm^2$，引張強度 $\sigma_t=30\ kg/cm^2$，ヤング係数 $E_c=3.0\times10^5\ kg/cm^2$，ポアソン比 $\nu_c=1/6$ とした。鉄筋のヤング係数 $E_s=2.1\times10^6\ kg/cm^2$，ポアソン比 $\nu_s=0.25$ とし，鉄筋比 $P=0.015$ とした。

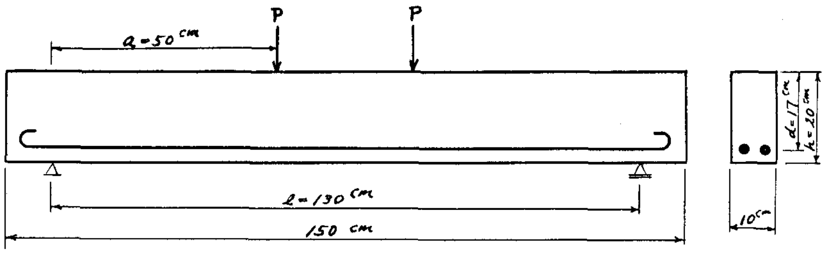

図-2　単鉄筋コンクリートはり

図-2における単鉄筋コンクリートはりを2次元平面応力問題と考えて解析を行なった。はりおよび載荷方法は左右対称であるので，全体の1/2を解析すればよく，その要素分割を図-3のように行なった。要素は長方形要素を用い，要素数は48，節点数は63である。

連立方程式の解法には Over Relaxation Factor を用いた Gauss-Seidel法を用いた。計算は京都大学大型計算機センターの FACOM 230-60 を用いて行なった。

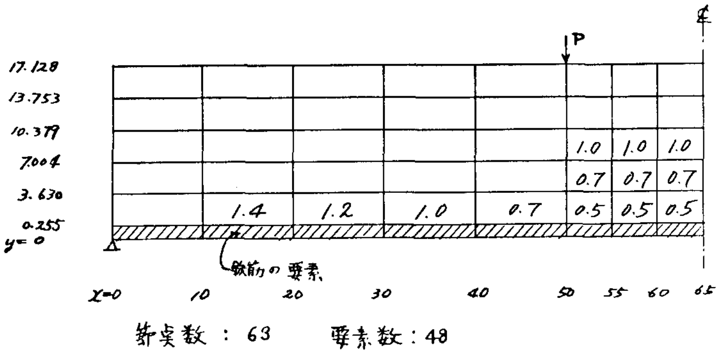

図-3　要素分割

4. 解析結果

計算においては，各荷重段階における各節点の変位および各要素中心における応力などを求めた。図-3の要素内の数字は，その要素がひびわれ条件に達したときの荷重 $P(t)$ の大きさを示したものである。これによると，まず $P=0.5^t$ で曲げスパン内にひびわれが発生し，$P=0.7^t$，1.0^t と荷重が増加するにしたがって曲げによるひびわれの領域は広がっていくことがわかる。しかし，$P=1.0^t$ を越えると曲げによるひびわれの領域は広がらず，$P=1.2^t$，1.4^t になると，鉄筋に接する要素が順次ひびわれ条件に達していることがわかる。これは鉄筋とコンクリートとの付着による破壊条件を考慮しなかったためと考えられる。

図-4は，各荷重段階でのスパン中央におけるたわみ（はり下面での y 方向変位）をプロットしたものである。これによると，ひびわれが生じた後，すなわち $P=0.6^t$ を越えると荷重-たわみ曲線は折れ曲がり，その後はほぼ直線関係を保っている。これは従来から行なわれている実験結

果の傾向にほぼ一致している。

図−5は，各荷重段階でのスパン中央における，鉄筋の軸方向応力をプロットしたものである。これによると，ひびわれ領域が広がるにしたがって，鉄筋の軸方向応力が変化する様子がわかる。

図−6は，スパン中央断面における軸方向ひずみ分布，および軸方向応力分布を荷重段階別に示したものである。　これによると，弾性領域（$P=0.4^t$）および$P=0.6^t$（曲げスパン内にひびわれが発生した状態）においては，ひずみ分布は直線で，平面保持の仮定は成立する。　しかし$P=0.8^t$になると，ひずみ分布の直線関係は成立しなくなり，折れ曲がる。　さらに荷重が増加すると（$P=1.2^t$，1.4^t），図−6に示すように，ひずみ分布の直線関係は大きくくずれ，2次放物線のような分布になった。

本研究で得られた結果を要約すると，次のようになる。

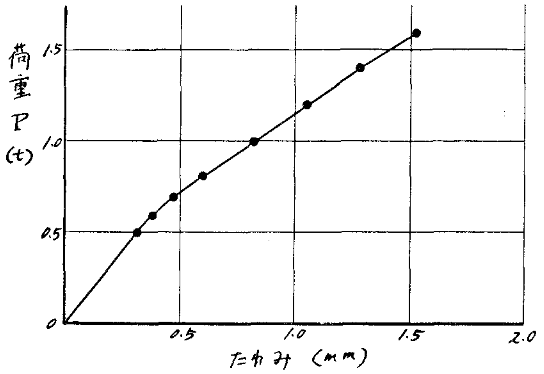

図　スパン中央でのたわみ

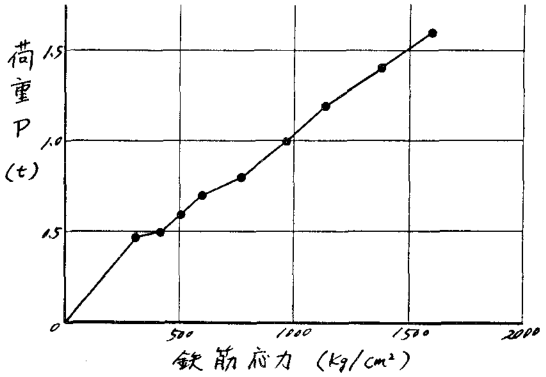

図　スパン中央での鉄筋応力

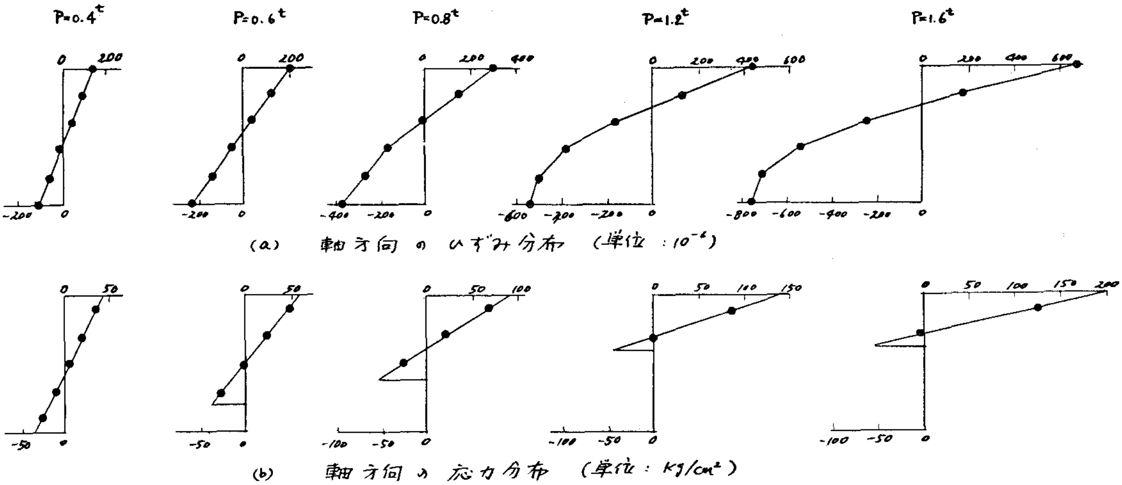

図　スパン中央断面でのひずみおよび応力分布

（1）本研究では，コンクリートと鉄筋との付着に対する破壊条件を考慮しなかった。　このことが解析結果に影響し，はりが鉄筋との付着破壊を呈したかのようになった。

（2）解析によって得られた荷重－たわみ曲線および荷重－鉄筋応力曲線は，従来から行なわれている実験結果の傾向にほぼ一致するようである。

（3）ひびわれが発生すると，平面保持の仮定は成立しなくなり，荷重が増加するにしたがってひずみ分布は2次放物線のような分布を示した。

5. むすび

本研究では，コンクリートと鉄筋との付着に対する破壊条件については考慮しなかった。　また，荷重も比較的低い段階での解析しか行なっていない。　今後は，さらにコンクリートと鉄筋との付着に対する破壊条件，コンクリートの圧縮破壊条件についての検討が必要であると考えられる。

この研究を行なうに際し，京都大学教授 岡田清先生より熱心な御指導を賜わり，また昭和42年度土木学会吉田研究奨励金を授与されました。　ここに深く感謝する次第であります。

6. 参考文献

（1）R. W. CLOUGH; "The finite element in structural mechanics", chapter 7 of Stress Analysis, ed. O. C. Zienkiewicz and G. S. Holister, Willey, 1965

（2）O. C. ZIENKIEWICZ; "The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics", McGraw-Hill, 1967