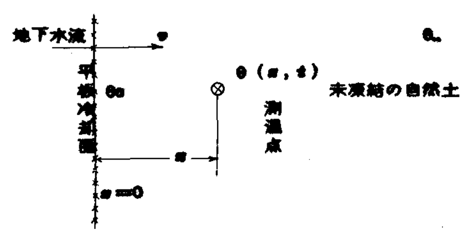
III−119　　　凍結管列の冷却による地下水流速度の判定法

精研冷機株式会社　正員　　高　志　　勤
仝　　　　上　○正員　　戸　部　　暢

1　緒　言

地中に埋設した凍結管群を冷却して地盤中に凍土壁を形成させる，いわゆる「地盤凍結工法」では地下水流の存在が重要な問題となる。[1] 地下水流速度が大きいと凍土壁が完全に閉そく出来ない場合もあり凍結工法では致命的な現象が起る。[2] この危険を避ける為に，工事着手前にその附近の地下水流速度の調査を行うがこれらの方法は Tracer法，Dilution法，附近の地下水位の勾配と土の透水係数より算出する方法，によっているのが現状である。本論文は地下水流速度の判定に当って熱的な方面から，これを行い凍結管列の近傍に配置された測温点の温度の経時変化より，地下水流速度を算出する方法を，述べたものである。

2　問　題　の　要　点



図－1

地盤の冷却は凍結管列の冷却によって行われるが，解析を容易とする為に，図－1のような平板冷却面に置き換えて考えることとし，領域内の地盤は等方均質な組成を持ち，水流は冷却面を横断して，これに垂直な方向に流れ，冷却面を通過する際の水温は冷却面温度に等しく，且つ水流は領域内に於て，位置，温度，並びに時間的要素に無関係に一定速度で流れるものと仮定する。

以下の解析における記号を次の如く定める。p：自然土の容積含水率 m^3/m^3，k：自然土の熱伝導率 $Kcal/mh°C$，　C：自然土の比熱 $Kcal/Kg°C$，　ρ：自然土の比重量 Kg/m^3，　ρ_s：土粒子の平均比重量 Kg/m^3，　ρ_w：水の比重量 Kg/m^3，　κ：自然土の温度伝播率 m^2/h，　θ：水流が図－1の v の方向にある場合の地中温度 °C，　θ_R：水流が図－1の v と反対の方向にある場合の地中温度 °C，　θ_c：冷却面の温度 °C，　θ_∞：領域内 x の無限遠点の温度 °C，x：冷却面よりの距離 m，　t：冷却経過時間 h，　T：$T=\frac{x}{\nu}$ で表わされる時間 h，v：水流速度(tracer.Velocity) m/h，v'：v を m/day で表わした数値，

Ω：土の単位容積中の土粒子の熱容量/土の単位容積中の水の熱容量$=C_s\rho_s(1-p)/C_w\rho_w p$，nondimentional，

$1/(\Omega+1)$：土の単位容積中の水の熱容量／土の単位容積の熱容量$=C_w\rho_w p/C\rho$，nondimentional，

ν：単位時間に通過する水の熱容量／土の単位容積の熱容量$=v/(\Omega+1)=vC_w\rho_w p/C\rho$ m/h，

さて，図－1において，距離 x の薄層部分をとり，この中での熱収支の平衡から，

① $$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\kappa\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}-\nu\frac{\partial\theta}{\partial x}$$

の形の微分方程式が得られるが，この式で土の熱伝導率を0と考えると，$k=\kappa=0$ となる故，

② $$\frac{\partial\theta}{\partial t}=-\nu\frac{\partial\theta}{\partial x}$$

を得る。

3. 土の熱伝導率を0とした場合の解

この場合は、$k=0$ であるから、地中の熱伝達は水流のみに依存することとなる。

微分方程式 ② $$\frac{\partial\theta}{\partial t}=-\nu\frac{\partial\theta}{\partial x}$$

初期条件 ③ $t=0 \cdots \theta(x,0)=\theta_\infty$

境界条件 ④ $x=0 \cdots \theta(0,t)=\theta_c$

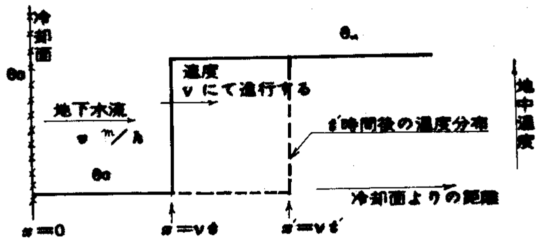


図 - 2

解の導出に演算子法を適用すれば、解は、

⑤ $$\theta(x,t)=\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\theta_\infty}{S}-(\theta_\infty-\theta_c)\frac{1}{S}\cdot e^{-\frac{x}{\nu}S}\right]=\theta_\infty-(\theta_\infty-\theta_c)\cdot E\left(t-\frac{x}{\nu}\right)$$

但し $$\mathcal{L}[\theta(x,t)]=\int_0^\infty e^{-st}\cdot\theta(x,t)\cdot dt=F(S)$$

$$\mathcal{L}^{-1}[F(S)]=\frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty}e^{st}\cdot F(S)\cdot dS$$

尚，$E\left(t-\frac{x}{\nu}\right)$ はヘビサイドの単位関数（Unit function）と言われる関数で，$t<\frac{x}{\nu}$ の場合 $E\left(t-\frac{x}{\nu}\right)=0$，$t>\frac{x}{\nu}$ の場合 $E\left(t-\frac{x}{\nu}\right)=1$ となる関数である。

⑤式は，図－2に示す様に，速度 ν で進行する階段状波動を表すものである。

4. 一般解

微分方程式 ① $$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\kappa\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}-\nu\frac{\partial\theta}{\partial x}$$

初期条件 ⑥ $t=0 \cdots \theta(x,0)=\theta_\infty$

境界条件 ⑦ $x=0 \cdots \theta(0,t)=\theta_c$

⑧ $x=\infty \cdots \lim_{x\to\infty}\theta(x,t)=\theta_\infty$

解の導出には前問題と同様に演算子法を適用する。

演算の過程は省略し，最終段階のみ記すと，解の Laplace 変換は次の如く求まる。

⑨ $$\mathcal{L}[\theta(x,t)]=\frac{\theta_\infty}{S}-(\theta_\infty-\theta_c)e^{-\frac{1}{2\kappa}\nu x}\cdot\frac{1}{S}\cdot e^{-\frac{x}{2\kappa}\sqrt{\nu^2+4\kappa S}}$$

従って，⑨式を逆変換すれば，求める解が得られる。解の最終的な結果のみを記すと，

⑩ $$\theta(x,t)=\theta_\infty-\frac{\theta_\infty-\theta_c}{2}\left[\mathrm{erfc}\left(\frac{x-\nu t}{2\sqrt{\kappa t}}\right)+e^{\frac{\nu x}{\kappa}}\cdot\mathrm{erfc}\left(\frac{x+\nu t}{2\sqrt{\kappa t}}\right)\right]$$

⑩式の $\theta(x,t)$ は v が x の増加の方向にある場合の表式であるが，v の方向を x の減小の方向にとった場合の $\theta_R(x,t)$ は，⑩式で ν を負とおいて

⑪ $$\theta_R(x,t)=\theta_\infty-\frac{\theta_\infty-\theta_c}{2}\left[\mathrm{erfc}\left(\frac{x+\nu t}{2\sqrt{\kappa t}}\right)+e^{-\frac{\nu x}{\kappa}}\cdot\mathrm{erfc}\left(\frac{x-\nu t}{2\sqrt{\kappa t}}\right)\right]$$

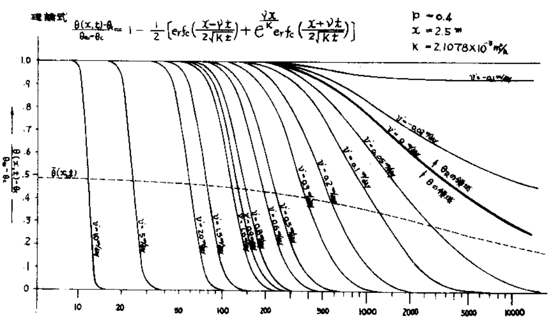
を得る。 ここに $$\mathrm{erf}(y)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^y e^{-\xi^2}d\xi\ , \quad \mathrm{erfc}(y)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_y^\infty e^{-\xi^2}d\xi=1-\mathrm{erf}(y)$$

$\mathrm{erf}(y)$ は Gauss の誤差積分（error integral）である。$\theta(x,t)$ および $\theta_R(x,t)$ は，図－3に示すような，性質を持っている。v が大となれば曲線は垂直線に近づき，$k=0$ の⑤式の曲線に近似して来る。又 v が負の場合には，僅かの水流速でも地中温度は，非常に下りにくいことが看取される。

5. 地下水流速度の判定法

以上展開した解析結果にもとづいて，実際の測温detaより，水流速度を判定するには，次の方法が考えられる。

〔方法1〕 前述の⑩式で，水流速υの値を種々変えて計算した，$\theta(x,t)$と測温値のカーブとを，図－4の様に画き，それより妥当な水流速度を判定する。この方法は理論曲線を画くための数値計算の煩雑さがあるが，温度カーブの全体の傾向より判断出来る利点がある。



図－3 理論値

〔方法2〕 土の熱伝導率を0とした場合の地中温度は⑤式によって求められ，$T=\frac{x}{\nu}$ の時点で急激な温度降下を示すことが判った。この性質を利用して，測温カーブの特定温度点の横座標より，このTを求め，$\nu=\frac{x}{T}$ より，υを決定する。

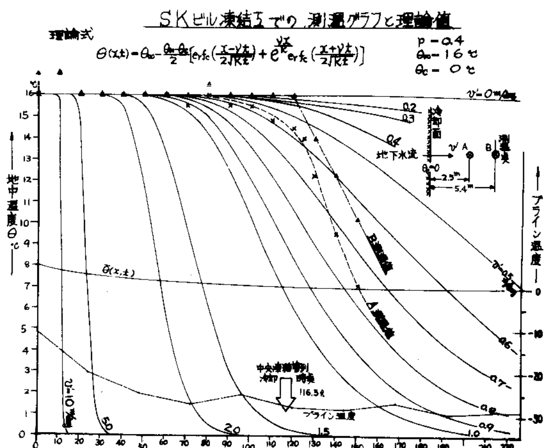
〔方法3〕 この方法は，図－5 の様に冷却面を挟んで両側に測温点が対称的に配置されている場合に有効で，水流の影響が逆になることによる測温点の温度差より，υを決定する。

方法1，は補足説明を省略し，方法2，は計算例の項で説明するので，ここでは方法3，についてのみ説明する。 図－5に示す様な配置で，測温点がある場合，$\theta(x,t)$, $\theta_R(x,t)$は⑩⑪式で，それぞれ計算されるが，両者の差をとると，

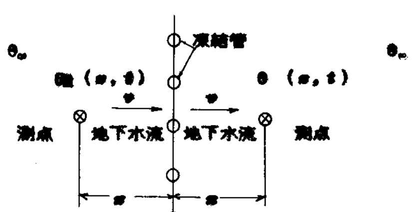
⑭ $$\theta_R-\theta=\frac{(\theta_\infty-\theta_c)}{2}\left[\left(e^{\frac{\nu x}{\kappa}}-1\right)\cdot erfc\left(\frac{x+\nu t}{2\sqrt{\kappa t}}\right)+\left(1-e^{-\frac{\nu x}{\kappa}}\right)\cdot erfc\left(\frac{x-\nu t}{2\sqrt{\kappa t}}\right)\right]$$

で表わされる。

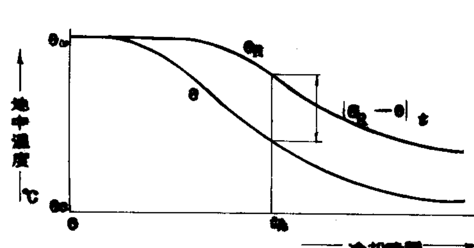
図－6の様に，θ, θ_Rを画き任意の時点，tでの両測温差 $|\theta_R-\theta|_t$ をグラフ上より求める。



図－4



図－5



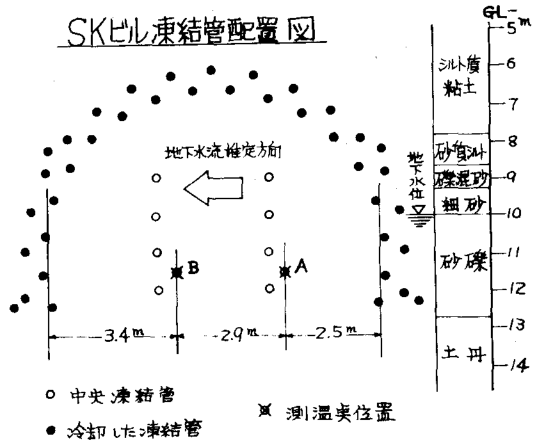
図－6

一方⑭式の右辺を，υの値を種々変えて計算し，$|\theta_R-\theta|_t$ に等しくなるυが求める水流速度となる。この方法で，計算の労さえ嫌わなければ，両側の測温点の距離は勿論，等しくなくても良い。

方法3，は水流速度が小さい場合に適用して，有効な方法と考えられる。

6 計算例

図－7は渋谷(東京都)，ＳＫビル地下連絡通路構築の際の，凍結工の断面図である。[3] 現場附近は地形の勾配があり，土質は礫混りで，地下水が豊富であるため，地下水流の影響が心配された。凍結管の冷却は初めは中央部二列を除外して行ったが，A,Bの測点の測温値は図－4に記載した。Aのカーブは$t=80$h近辺より感じ初め，$t=120$h附近より下降が急となっているが，これは，施工の関係で，中央凍結管列を冷却したためと考えられる。方法1によれば，水流方向はA→Bであり，$v'=0.55$ m/day と推定出来る。



図－7

次に方法2の場合，⑩式に $\nu=\frac{x}{t}$ を代入して，

$$⑫\qquad \overline{\theta}(x,t)=\theta(x,t)\Big|_{\nu=\frac{x}{t}}=\theta_\infty-\frac{\theta_\infty-\theta_c}{2}\left[1+e^{\frac{x^2}{\kappa t}}\cdot erfc\left(\frac{x}{\sqrt{\kappa t}}\right)\right]$$

⑫式に $\theta_\infty=16$℃，$\theta_c=0$℃，$x=2.5\,m$，$\kappa=2.1078\times10^{-3}$ m²/h $(P=0.4)$ の数値を入れて，計算すると，図の$\overline{\theta}(x,t)$の曲線が得られる。これとAの測温カーブとの交点を求め，$T=151$h を得る。

$$⑬\qquad v'=24(\Omega+1)\cdot\frac{x}{T}$$

より，$v'=24(0.924+1)\times\frac{2.5}{151}=0.765$ m/day を得る。

方法1,2による水流速度の相違は前述の中央凍結管列の冷却の影響と考えられる。

7. 結言

以上単純な解析モデルではあるが，熱的な方面より，水流速度の判定を試みた。将来実施工のdetaの増加と共に，改良を加えて行きたいと考える。終りにdetaを供与された，清水建設株式会社土木計画部，並びに，数値計算及び図表作成に盡力された，精研冷機株式会社，松田貞夫，櫛田幸弘，両氏に深謝する。

飽水土（凍結前）の熱的性質　　文献(1)より抜すい

容積含水率 P (m³/m³)	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
密度 (Kg/m³) ρ	2440	2260	2080	1900	1720	1540	1360
比熱 (Kcal/Kg℃) c	0.28393	0.32354	0.37000	0.42526	0.49209	0.57455	0.67882
熱伝導率 (Kcal/m h℃) k	2.1667	1.8702	1.6222	1.4101	1.2254	1.0624	0.8112
温度伝播率 (m²/h) κ	3.1275×10⁻³	2.5577 〃	2.1078 〃	1.7452 〃	1.4478 〃	1.2007 〃	0.878734 〃
$\Omega=\frac{C_s\,\rho_s\,(1-P)}{C_w\,\rho_w\,P}$	2.4639	1.4373	0.9240	0.6159	0.4106	0.2640	0.1539
$\frac{1}{\Omega+1}=\frac{C_w\,\rho_w\,P}{C\,\rho}$	0.28868	0.41028	0.51975	0.61881	0.70889	0.79113	0.86656

参考文献

(1) 高志勤他「土壌凍結工法Ｉ,Ⅱ」冷凍,才36巻，才408,410号

(2) 高志勤「凍結管列の凍結結合に対する地下水流の影響について」土木学会,論文報告集才161号

(3) 藤岡圧衛「人工地盤凍結工法による凍土アーチの施工」土木施工9巻6号