III−110

円錐先端角を異にするくいの打撃応力について

名城大学理工学部土木工学教室　正員　柴田道生

筆者は、くいの円錐先端角が貫入性，並びに支持力に大きく影響することを重視しているのであるが、本文はこの円錐先端角を60°にした場合と，30°に採った場合の貫入打撃時におけるくい各点に発生する応力を、実物くいによって計測し、之に理論解を加へたものである。

くいの貫入は、くい頭に与へられる打撃荷重の大小ではなくて、くい頭荷重がくい先に伝達される応力に左右されることは周知である。第1図及び第2図は、打込んだコンクリートくいの断面図で、第1図は円錐先端角が30°、第2図は60°のものであり、くい長は10m，くい径は400mm，円錐部は完て鉄板で保護してある。くいには、コンクリートに抵抗線歪計を貼付して応力歪を計測した。

第3図，第4図は、くい各点の打撃時の応力を示しているが、先端角30°のくいの方が、60°のくいより応力曲線が立上りの傾向を示している。即ち、くい先端応力は先端角30°のものは50～65 kg/cm²の値を示し、60°のくいは22～44 kg/cm²の数値を示し、先端角が鋭角の方が、くい先への伝達率は大きく示される。この事実は、くいの貫入性が鋭角なほど大であることを証明している。いま，

l：地表面よりくい先端までの深さ

2λ：くいの円錐先端角

θ：土の内部摩擦角　w：土の単位重量

P：くい先端部の受働土圧

P_n：受働土圧の鉛直成分

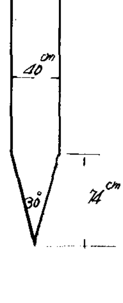
K_p：受働土圧係数

τ：円錐部に発生するせん断抵抗応力

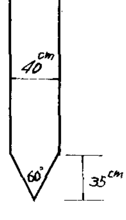
とすると

$$\tau = w\,l\,K_p \sin(\lambda+\theta)\tan\theta$$

第1図

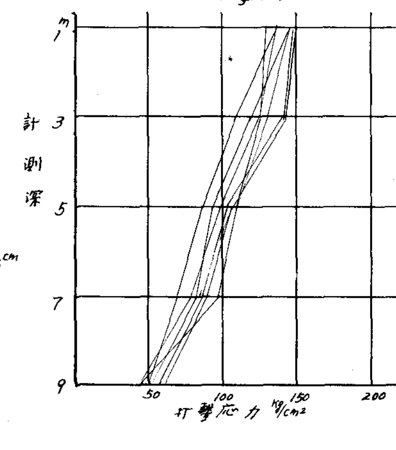


第2図



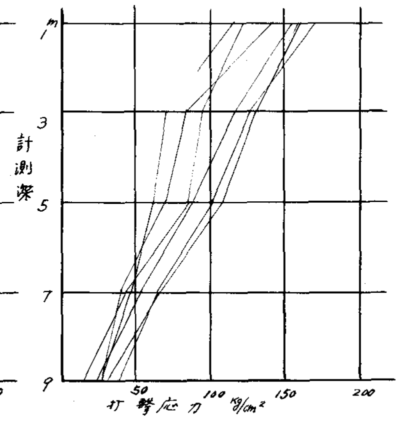
第3図

2λ=30°，長さ10m　径400mm
くいの打撃応力



第4図

2λ=60°　長さ10m　径400mm
くいの打撃応力



くい先端において、鉛直方向1cm貫入に対するせん断係数をk'とすると

$$k' = \frac{\tau}{1cm} = \frac{w l K_p \sin(\lambda+\theta)\tan\theta}{1cm}$$ で表わされるものとする。

くい頭荷重をP_0，くい材の圧縮を無視すると，くい先端貫入量δは

$$\delta = \frac{P_0}{A_l k'}$$ で示される。

ここで　A_l：くい先端部支持面積で　$A_l = \pi r^2 \operatorname{cosec}\lambda$

r：くい半径

従って鉛直方向地盤反力係数Kは

$$K = \frac{P_0}{\delta} = \frac{P_0}{\frac{P_0}{A_l k'}} = A_l k' = k'\pi r^2 \operatorname{cosec}\lambda = \frac{w l K_p \sin(\lambda+\theta)\tan\theta \cdot \pi r^2 \operatorname{cosec}\lambda}{1cm}$$

(kg/cm)

次に　x軸方向のくいの先端変位をu，くいの断面積をA，くいの弾性係数をEとすると

くい先端では

$$AE\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=0} = Ku$$

従って

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=0} = \frac{K}{AE}u$$

いま　$\frac{K}{AE} = k$とすると

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=0} = ku$$　　kの単位は$^{-}$cmである。

又，くい先端地盤抵抗力をK'とすると

$$AE\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=0} = K' = w l K_p \sin(\lambda+\theta)\tan\theta \cdot \pi r^2 \operatorname{cosec}\lambda$$

両辺をAEで除して

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=0} = \frac{K'}{AE} = k_0$$ とおく　　k_0は無次元である。

次に，vの速度で振動しているくいが支持地盤に達して，急に停止した場合のくいの単位伸び(歪)は，

$$\frac{du}{dx} = \frac{8vl}{\pi^2 a}\sum_{i=1,3,5,\cdots}\frac{1}{i^2}\frac{i\pi}{2l}\cos\frac{i\pi x}{2l}\sin\frac{i\pi a t}{2l}$$

固定端$x=0$，$t=\frac{l}{a}$では　$\sum_{i=1,3,5,\cdots}\frac{1}{i} = \frac{\pi}{4}$

$$\text{故に}\quad\left(\frac{du}{dx}\right)_{\substack{x=0\\ t=\frac{l}{a}}} = \frac{4v}{\pi a}\sum\frac{1}{i}\sin\frac{i\pi a t}{2l} = \frac{v}{a}$$

而るに　$\left(\frac{du}{dx}\right)_{x=0} = k_0$　　従って　$\frac{v}{a} = k_0$　　$\therefore v = ak_0$

即ち　vの速度で動いているくいは，支持地盤に達して　vはak_0となる。

さて，いま

u：くいの縦方向変位

E：くいの弾性係数

l：くいの長さ

γ：くいの単位重量

g：重力の加速度

t：時間

x：位置

とすると一次元の波動方程式は

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$ ここに $a^2=\dfrac{Eg}{\gamma}$ で a は衝撃波の速度である。

この微分方程式の一般解は，

$$u=f_1(at+x)+f_2(at-x)$$

くいの断面積をAとすると

$$AE\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{\substack{x=l\\t=0}}=-\frac{W}{g}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right)_{\substack{x=l\\t=0}}$$

ハンマーの重さWとくいの重さwとの比mを　$m=\dfrac{W}{w}$とすると

$$ml\left.\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right|_{\substack{x=l\\t=0}}=-a^2\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{\substack{x=l\\t=0}}$$

次に，支承が剛であれば

$$u_{x=0}=0$$

$at+l=z$とおいて

$$f_2''(z)+\frac{1}{ml}f_2'(z)=-f_1''(z-2l)+\frac{1}{ml}f_1'(z-2l)$$

この式より下降波は位相が$2l$だけ遅れた上昇波で表はされている。

又，上述の式より　$f_1(at)+f_2(at)=0$

$$\therefore f_1(at)=-f_2(at)$$

いま，　$\xi=at\mp x$とおくと

$$u=f_1(\xi)-f_1(\xi-2l)$$

次に衝突運動のLagrangeの方程式は，

$$-\int_0^{\Delta t}EA\frac{\partial u}{\partial x}dt=m_1\left[v-\frac{\partial u}{\partial t}\right]$$ 但し $W=m_1g$（ハンマーの重さをW）

$$\therefore m_1=\frac{W}{g}$$

境界条件として　$t=0$で $u=0$

$t=0$で $\dfrac{\partial u}{\partial t}=0$　を用いて，

$$f_1'(\xi)+\frac{M}{l}f_1(\xi)=\frac{v}{a}+f_1'(\xi-2l)-\frac{M}{l}f_1(\xi-2l)$$

但し　$M=\dfrac{m_2}{m_1}$　　m_2：くいの質量

この微分方程式の解は

$$f_1(\xi)=\frac{l}{M}\frac{v}{a}\left(1-e^{-\frac{M}{l}\xi}\right)+e^{-\frac{M}{l}\xi}\int_0^{\xi}e^{\frac{M}{l}\xi}\left[f_1'(\xi-2l)-\frac{M}{l}f_1(\xi-2l)\right]d\xi$$

従って、 歪 $\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} = f_1'(\xi) + f_1'(\xi - 2l)$

次に $f_1(\xi) = \frac{l}{M}\frac{v}{a}\left(1 - e^{-\frac{M}{l}\xi}\right)$

$f_1'(\xi) = \frac{v}{a}e^{-\frac{M}{l}\xi}$ $\qquad f_1'(\xi - 2l) = \frac{v}{a}e^{-\frac{M}{l}(\xi - 2l)}$

さて、重さWのハンマーが vの速度で、くい頭に衝撃を与へる場合、くい頭で発生した衝撃波が、aの速度で長さlのくい中を伝播するなら、衝撃波がくい先端に達する時間tは

$t = \frac{l}{a}$ 後である。

いま、

$E = 400{,}000\ kg/cm^2$, $\gamma = 2400\ kg/m^3$, $l = 10^m$, $r = 200^{mm}$

$W = 1.25^t$, $w = 1.89^t$, $h = 1.25^m$

とすると、ハンマーがくいに接する際の速さuは

$u = \sqrt{2gh} = 4.9\ m/sec$ $\qquad$ 又 $M = \frac{m_2}{m_1} = 1.512$

ハンマーがくいに接して等しくなった速さvは、

$Wu = (W + w)v$ より

$v = 1.9\ m/sec$

又 $a = \sqrt{\frac{Eg}{\gamma}} = 4{,}000\ m/sec$

下降波がくい先端に達したときは $x = 0$,

下降波 $\xi = at + x = 4000 \times \frac{10^m}{4000\ m/sec} + 0$

$= 10^m$

次に前述したように

$f_1'(\xi) = \frac{v}{a}e^{-\frac{M}{l}\xi}$

ここで $v = a k_0$

而るに k_0 は前述の如く

$$k_0 = \frac{w l K_p \sin(\lambda+\theta)\tan\varrho \cdot \pi r^2 \operatorname{cosec}\lambda}{AE}$$

$\lambda = 15°$ の場合は $k_0 = 36 \times 10^{-6}$

$\lambda = 30°$ の場合は $k_0 = 23 \times 10^{-6}$

従って、 $\lambda = 15°$ の場合

$v = a k_0 = 4000 \times 36 \times 10^{-6} = 0.144\ m/sec$

$\lambda = 30°$ の場合

$v = a k_0 = 4000 \times 23 \times 10^{-6} = 0.092\ m/sec$

従って、$\lambda = 15°$ の場合、 $f_1'(\xi) = \frac{0.144}{4000} \times e^{-\frac{1.512 \times 10}{10}} = 0.000009846$

$f_1'(\xi - 2l) = \frac{v}{a}e^{-\frac{M}{l}(\xi - 2l)} = 0.00013$

故に $\varepsilon_{x=0} = 0.0000098 + 0.00013 = 14 \times 10^{-5}$ 同様に $\lambda = 30°$ の場合 $\varepsilon_{x=0} = 9 \times 10^{-5}$ となり

先端応力 $\sigma_{\lambda=15°} = AE\frac{\partial u}{\partial x} = 725^{cm^2} \times 400{,}000 \times 0.00014 = 40^t$, 先端応力 $\sigma_{\lambda=30°} = 26^t$ となる。

実物くいを打込んだ場合の $\lambda = 15°$、の応力 と $\lambda = 30°$ の場合の応力の数値と比較して、近似した傾向にあるようである。 参考文献：重錘落下によるコンクリート供試体の応力、昭和34.3.17 岡田明石