III－100　　　埋設管の土圧解析に関する一考察

防衛大　土木工学教室　正員　浄法寺朝美
〃　　　〃　　　〃　○佐藤紘志

1．まえがき　　埋設構造物の設計において最も重要な問題である設計荷重についての研究は，まだ不充分である。このことはこの種の構造物に作用する荷重の多様性すなわち構造物の形状，埋設状態などにより著るしく影響を受けることに起因している。現状では種々の状態における土圧の測定例は少なく，また現在市販されている土圧計を用いて円管の土圧を測定することは困難である。著者らは先に，円管に作用している外力を一般的形に仮定した解析方法について発表した[1), 2)]（以下前報という）。そこでは外力を中心方向荷重 $p(\alpha)$ と接線方向荷重 $q(\alpha)$ とに分け，荷重に一般性を持たせるため Fourier 級数によって次式のように表示した。

$$\left.\begin{aligned} p(\alpha) &= a_0 + \sum_{n=1} (a_n \cos n\alpha + b_n \sin n\alpha) \\ q(\alpha) &= c_0 + \sum_{n=1} (c_n \cos n\alpha + d_n \sin n\alpha) \end{aligned}\right\} \text{-------------- (1)}$$

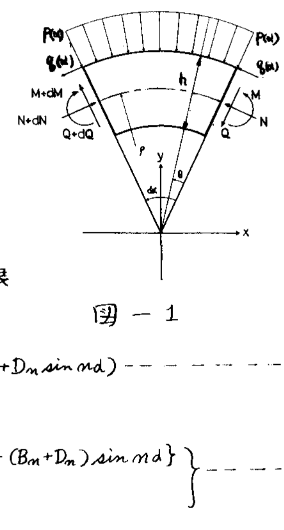
この場合上式中の $a_1\cos\alpha$，$b_1\sin\alpha$，c_0，$c_1\cos\alpha$，$d_1\sin\alpha$ は力の釣り合っていない項であるので，最下点に集中反力を考えることにより土圧計算式を求めた。しかしながら，このような集中反力を測定することは実際上難しいため，本報告では力の釣り合っている分布荷重のみを考え，部分的に集中反力を生じて平衡を保っているような荷重を除外して土圧計算式を誘導した。

2．解析方法　　いま荷重として式(1)から上記の力の釣り合っていない項を取り除いたものを考え，これが図-1のような円管の微小要素に一様に作用するものとすれば，力の x 軸，y 軸およびモーメントの釣り合い式は，次のように表わされる。

$$(\rho+\tfrac{h}{2})\,q(\alpha) - \frac{dN}{d\alpha} + Q = 0 \text{ ------------------------ (2)}$$

$$(\rho+\tfrac{h}{2})\,p(\alpha) - N - \frac{dQ}{d\alpha} = 0 \text{ ------------------------ (3)}$$

$$(\rho+\tfrac{h}{2})^2\,q(\alpha) - \rho\frac{dN}{d\alpha} - \frac{dM}{d\alpha} = 0 \text{ ------------------------ (4)}$$



図－1

式(2)，(3)，(4)より $p(\alpha)$，$q(\alpha)$ を求めれば次式が得られる。

$$\left.\begin{aligned} p(\alpha) &= \frac{1}{\rho+\frac{h}{2}}\left\{N + \left(1-\frac{\rho}{\rho+\frac{h}{2}}\right)\frac{d^2N}{d\alpha^2} - \frac{1}{\rho-\frac{h}{2}}\frac{d^2M}{d\alpha^2}\right\} \\ q(\alpha) &= \frac{1}{(\rho+\frac{h}{2})^2}\left(\rho\frac{dN}{d\alpha} + \frac{dM}{d\alpha}\right) \end{aligned}\right\} \text{-------- (5)}$$

一方，円管の何等分かの点で応力を測定した上で，その点の断面力を算定すれば，次のような有限 Fourier 級数で表わすことができる。

$$\frac{N}{\rho+\frac{h}{2}} = A_0 + \sum_{n=1}(A_n\cos n\alpha + B_n \sin n\alpha),\quad \frac{M}{\rho(\rho+\frac{h}{2})} = C_0 + \sum_{n=1}(C_n\cos n\alpha + D_n\sin n\alpha) \text{ -------------- (6)}$$

式(6)を式(5)に代入すれば，式(5)は次式のように書き改められる。

$$\left.\begin{aligned} p(\alpha) &= A_0 + \sum_{n=1}(1-n^2)(A_n\cos n\alpha + B_n\sin n\alpha) + \frac{\rho}{\rho+\frac{h}{2}}\sum_{n=1} n^2\{(A_n+C_n)\cos n\alpha + (B_n+D_n)\sin n\alpha\} \\ q(\alpha) &= \frac{\rho}{\rho+\frac{h}{2}}\sum_{n=1} n\{(B_n+D_n)\cos n\alpha - (A_n+C_n)\sin n\alpha\} \end{aligned}\right\} \text{---- (7)}$$

式(7)の係数と式(1)から釣り合っていない項を除いた係数を比較すれば，次の関係が得られる。

$$\left.\begin{aligned} &a_0 = A_0,\quad a_n = -(n^2-1)A_n + \frac{\rho}{\rho+\frac{h}{2}}n^2(A_n+C_n),\quad b_n = -(n^2-1)B_n + \frac{\rho}{\rho+\frac{h}{2}}n^2(B_n+D_n) \\ &c_n = \frac{\rho}{\rho+\frac{h}{2}}n(B_n+D_n),\quad d_n = -\frac{\rho}{\rho+\frac{h}{2}}n(A_n+C_n) \end{aligned}\right\} \text{------ (8)} \quad (n \geqq 2)$$

また，$C_0=0$，$A_1+C_1=0$，$B_1+D_1=0$ の関係も成立していなければならない。

式(8)は前報2)の表-1に集中反力 $H=0$，$V=0$，$M=0$ を代入した結果と力の釣り合っている項については合致している。

3．考察　　さて式(8)の係数を用いて土圧を求めるには，実測値から得られる A_1，B_1，C_0，C_1，D_1 は0かまたは $C_0=0$，$A_1+C_1=0$，$B_1+D_1=0$ でなければならない。しかし実測値から得られる式(6)の係数は表-1のようになり，従って上記の関係は

成立していない。この原因としては，実験的および解析的観点より次の2点が考えられる。

まず，表-1の値が円管断面を12等分して応力測定を行った結果を示すものであるゆえ，このような分割数によっては正確な応力分布を得ることが困難であったこと，その他載荷状態および両端の支持条件により実験誤差が含まれることなどが考えられる。

次に解析上の問題点として，釣り合っていない荷重（a, cosαなど）を除外して考えたこと，すなわち円管の応力および変形はそれらの荷重による影響を受けないと考えたことがあげられる。

表－1 係数表

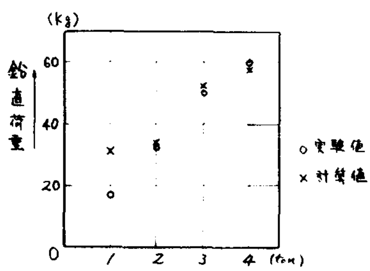
荷重(ton)		1.0	2.0	3.0	4.0
軸力	A_0	0.6760	0.6412	0.9592	1.1711
	A_1	-0.1316	-0.2447	-0.3681	-0.4992
	A_2	-0.1451	-0.2840	-0.4863	-0.4406
	A_3	0.1009	0.1673	0.4084	0.5007
	A_4	-0.0164	-0.0961	-0.1304	-0.1920
	A_5	0.0658	0.0217	0.0845	0.1053
	A_6	-0.0190	0.0080	0.0217	-0.0808
	B_1	0.0920	0.0447	0.0540	0.0402
	B_2	-0.0914	-0.0371	-0.0968	-0.1169
	B_3	-0.0076	-0.1161	-0.2378	-0.2118
	B_4	-0.0850	-0.0051	-0.0480	0.0850
	B_5	0.0231	0.0634	0.0675	0.1919
	B_6	0.0	0.0	0.0	0.0
曲げモーメント	C_0	0.0002	0.0000	-0.0005	-0.0010
	C_1	-0.0002	-0.0005	-0.0005	-0.0004
	C_2	0.0122	0.0348	0.0616	0.0930
	C_3	-0.0071	-0.0170	-0.0287	-0.0429
	C_4	0.0019	0.0052	0.0095	0.0161
	C_5	-0.0011	-0.0017	-0.0033	-0.0068
	C_6	0.0005	-0.0003	-0.0007	-0.0001
	D_1	-0.0002	0.0000	0.0004	-0.0004
	D_2	0.0016	0.0039	0.0064	0.0113
	D_3	-0.0009	-0.0005	-0.0010	-0.0024
	D_4	-0.0002	-0.0001	0.0009	0.0027
	D_5	0.0003	-0.0006	-0.0027	-0.0043
	D_6	0.0	0.0	0.0	0.0

一方，表-1からB_1，C_0，C_1，D_1は他の値に比べて応力および変形に与える影響はほとんどないと考えられるが，A_1の値の影響は大である。すなわち，式(1)と式(6)の係数には前報[1]に述べているような次式の関係がある。

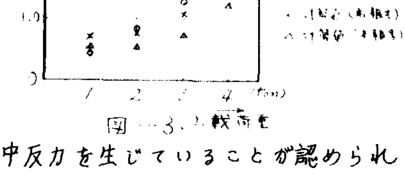
$$
\left.
\begin{array}{ll}
A_1 = a_0 - \frac{1}{2}(a_1 + d_1) & A_n = -\frac{1}{n^2-1}\{a_n + n d_n - (a_1 + d_1)\} \\
C_0 = 0 & B_n = -\frac{1}{n^2-1}\{b_n - n c_n - n(b_1 - c_1)\} \\
\frac{A_1}{k} = \frac{C_1}{\frac{\rho + \frac{h}{2}}{\rho} - k} & C_n = -A_n - \frac{\rho + \frac{h}{2}}{\rho}\frac{1}{n} d_n \\
\frac{B_1}{k} = \frac{D_1}{\frac{\rho + \frac{h}{2}}{\rho} - k} = -2C_0 + C_1 & D_n = -B_n - \frac{\rho + \frac{h}{2}}{\rho}\frac{1}{n}(2C_0 - c_n)
\end{array}
\right\} \quad (n \geq 2) \qquad \cdots\cdots (9)
$$

式(9)から分るようにA_1，B_1，C_1，D_1はc_0，c_1，d_1によって生ずる項である。従って前に述べた力の釣り合っていない荷重によっても円管の応力はかなり影響を受けていると考えられ，結局部分的に集中反力を生じて平衡状態が保たれているように思われる。

次に著者の行った実験に本解析法を適用した一例を示す。図-2は鉛直荷重合計—載荷重のグラフであり，図-3は最上点の垂直土圧—載荷重のグラフである。両図とも計算値は載荷1tonのところで不整が目立つが，これは載荷の初期において所要の荷重が正しく伝播しないことにより応力のばらつきが生じていることに起因していると思われる。また図-2の鉛直荷重合計値は式(1)の$p(\alpha)$，$q(\alpha)$の鉛直方向の成分を積分した値で，文献2)の場合もこれに一致する。さらに図-3における計算値の差異は上述のA_1の値による影響と考えられる。



図—2 上載荷重



図—3 上載荷重

4. あとがき　本報告は釣り合っている分布荷重のみを考慮した土圧計算式を誘導し，これについて理論的および実験的考察を行なったもので，ここで取り扱った円管では部分的に集中反力を生じていることが認められた。従って今後は円管の移動を含めた解析法についても研究する必要がある。

参考文献
1) 佐武，佐藤　：埋設管のおける応力と土圧の関係について，第21回年次学術講演会
2) 佐武，佐藤　：埋設管のうける土圧に関する模型実験，第22回年次学術講演会
3) 浄法寺，佐藤，猪俣：埋設管の変形に関する実験的考察，第24回年次学術講演会