

京都大学 正員 丹羽 義次
 京都大学 正員 小林 昭一
 京都大学大学院 ○ 森竹 淳

1.はじめに

岩盤を均質体と仮定した連続体力学理論による種々の岩盤解析が従来から多数試みられてきたが、実在の岩盤では例えば、坑道断面に比して岩塊の大きさが必ずしも無視できず、しかも均質性の仮定が満たされないことも多い。

本報では、均質性の仮定を若干緩和して、巨視的に見れば等方均質ではあるが、岩塊の大きさは無視できる程小さくない岩盤、換言すれば準巨視的には岩塊の混合・結合体と考える岩盤について、最近発展してきた *micro elasticity* 理論 (特に *Couple stress* 理論) に基いて、円形坑道の応力状態を *Neuber* の解¹⁾を用いて求め、古典弾性論による結果と比較検討を行なった。

2.基礎方程式と一般解

等方弾性体に関する基礎式は以下のよう²⁾に与えられる。

(a)構成方程式

$$\begin{aligned} \tau^{\lambda\mu} &= G[(1+a)V^{\lambda|\mu} + (1-a)V^{\lambda\mu} + 2a\varepsilon^{\mu\alpha\gamma}\omega_\gamma + \frac{2\nu}{1-2\nu}g^{\lambda\mu}V^\eta|_\eta] \\ m^{\lambda\mu} &= 4Gl^2[\omega^{\lambda|\mu} + b\omega^{\lambda\mu} + c g^{\lambda\mu}\omega^\eta|_\eta] \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 G, ν, l, a, b, c はそれぞれせん断弾性係数、Poisson比、および *micro elasticity* の弾性定数と、 $V^{\lambda\mu}$ および $\omega^{\lambda\mu}$ はそれぞれ変位および ω 回転 Vector を表わし、また $g^{\lambda\mu}, \varepsilon^{\mu\alpha\gamma}$ はそれぞれ、*metric tensor* および *permutation tensor* と、 $V^{\lambda|\mu}$ 等は曲線座標 x^λ による共変微分を表わす。

(b)釣合方程式

$$\tau^{\lambda\mu}|_\lambda = 0, \quad m^{\lambda\mu}|_\lambda + \varepsilon^{\mu\alpha\gamma}\tau_{\lambda\gamma} = 0 \quad (2)$$

ここに、 $\tau^{\lambda\mu}, m^{\lambda\mu}$ はそれぞれ *Cauchy* 応力および *couple stress* と表わす。

式(1),(2)を用いて、変位による釣合式を表わすと、

$$\begin{aligned} (1+a)\Delta V^{\lambda\mu} + (\frac{1}{1-2\nu} - a)V^{\lambda|\mu} + 2a\varepsilon^{\mu\alpha\gamma}\omega_\gamma|_\lambda &= 0 \\ (a-l^2\Delta)\omega^{\lambda\mu} - (b+c)l^2\omega^{\lambda|\mu} + \frac{a}{2}\varepsilon^{\mu\sigma\gamma}V_\sigma|_\gamma &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

を得る。ここに $\Delta = (\)_{|\lambda}^{\lambda}$ と表わす。

(c)基礎方程式と一般解

式(3)の一般解は次の基礎方程式、

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_0 &= 0, \quad \Delta\Phi_\kappa = 0 \\ \Delta\Phi - \frac{1}{l_1^2}\Phi_\kappa &= 0, \quad l_1^2 = (1+a)l^2 \\ \Delta N - \frac{1}{l_2^2}N &= 0, \quad l_2^2 = \frac{1+b+c}{a}l^2 \end{aligned}$$

を満足する関数を用いて、次のように表わすことができる。

$$2G\lambda_\lambda = -F\lambda_\lambda + 4(1-\nu)\Phi_\lambda + \Psi_\lambda$$

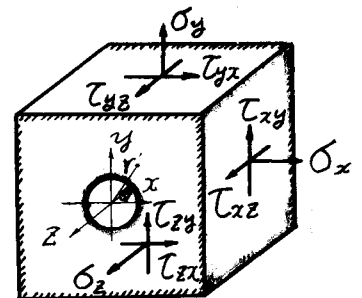


図-1 座標系

$$2G\omega_\lambda = \frac{1}{2}\varepsilon_{\lambda\eta\sigma}\chi^\sigma{}^\eta + \frac{1}{2}N|_\lambda \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに, } F &= \Phi_0 + \bar{\alpha}_* \Phi_*^\lambda + l^2 \Psi^\eta{}_\eta \\ \chi^\lambda &= 4(1-\nu)\Phi^\lambda + (1+\frac{1}{2})\bar{\Psi}^\lambda \end{aligned}$$

をわし, $\Phi_\lambda, \bar{\Psi}_\lambda$ は直交直線座標 \bar{x}_λ での関数を表わす

応力の一般解は次のように表わせる。

$$\begin{aligned} \tau^{\lambda\mu} &= -F|^\lambda{}^\mu + 2(1-\nu)(\Phi^\lambda{}^\mu + \bar{\Psi}^{\lambda\mu}) + 2\nu g^{\lambda\mu}\Phi^\eta{}_\eta + \bar{\Psi}^{\lambda\mu} \\ m^{\lambda\mu} &= l^2[\varepsilon^{\lambda\eta\sigma}\chi^\sigma{}^\eta + b\varepsilon^{\lambda\eta\sigma}\chi^\sigma{}^\eta] + \frac{2c}{1+b+c}g^{\lambda\mu}N \end{aligned} \quad (5)$$

3. 円形坑道周辺の応力状態

図-1のように直交直線座標 x, y, z を取り, z 軸を中心とした円形坑道に無限遠から一様な応力が作用した場合の計算結果の例を以下に示す。

図-2は無遠達から一様な応力 $\sigma_y = p$ が作用した場合(平面歪)の坑道壁面上の応力分布を示したものである。 $\tau_{\theta\theta}$ は零であるが, $\tau_{\theta r}$ は生じることに注意されたい。 図より材料定数 a の値により, 応力分布は大きく変化することかわかる。 図-3は R/l_1 と応力集中係数との関係を示したものである。 l_1 の値が小さくなるは古典弾性学による応力集中係数 3.0 に近づく。 応力集中係数は a および ν にも影響される。 図-4には無限遠から軸方向のせん断力 $\tau_{yz} = \tau_{zy} = \tau$ が作用して生じる応力分布を示す。 図-2と同様, a の影響の大きいことがわかる。 なお, 詳細は当日発表する予定である。

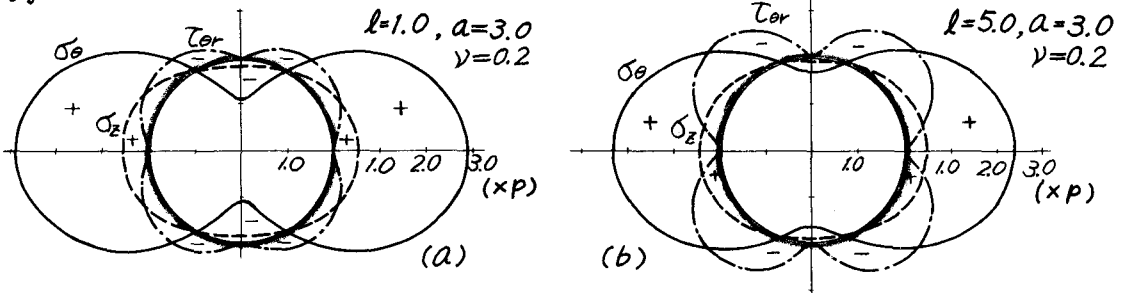


図-2 $\sigma_y = p$ による応力分布

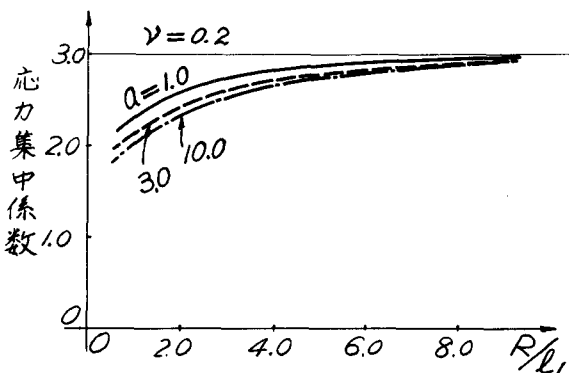


図-3 R/l_1 と応力集中係数との関係

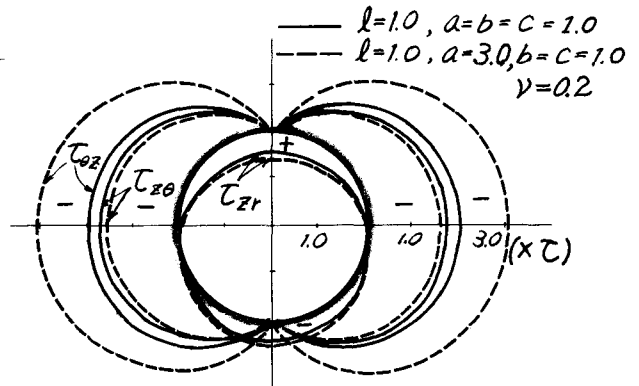


図-4 $\tau_{yz} = \tau_{zy} = \tau$ による応力分布

1) H. Neuber; "Über Probleme der Spannungskonzentration im Cosserat-Körper," Acta Mech, II, pp48-69(66)