

隣接亀裂による破壊の機構に関する考察

東北大学工学部 正員 佐武正雄
同 正員 〇 田野久貴

1 緒言

石膏を材料とし、亀裂を内蔵させた供試体の一軸圧縮強度が亀裂数の増加に従って低下する傾向は極値分布論から推定出来ることが報告されているが、数と共に総長さが増加する場合にもこれに近い結果が得られた¹⁾(図-1.1参照)。しかし、亀裂の長さやその相対的位置によっても強度が大きく影響されるので、その考察が必要である。図-1.2²⁾はその一例であり、このデータを図-1.3³⁾に示すべく整理してみると、各角度共に似た傾向を示し、一平面上に並んだいわゆる流水目の配列がその強度に与える影響の大きいことがわかる。そこでこの配列に注目し、隣接する場合の亀裂による破壊機構、特にその亀裂間隔と一軸圧縮強度との関係について若干の考察を行い、二、三の実験によって検討を加えたものである。

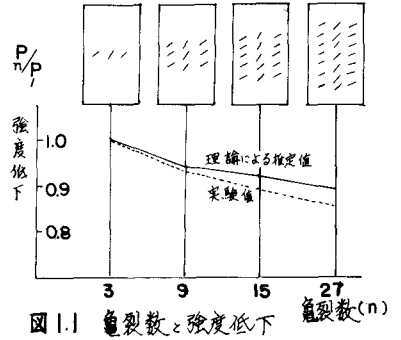


図1.1 亀裂数と強度低下

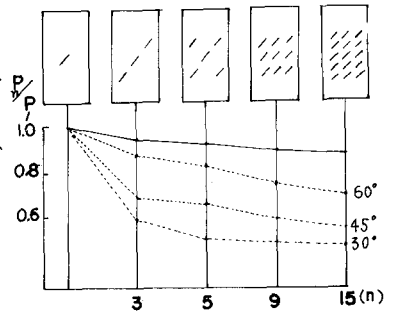


図1.2 亀裂数と強度低下

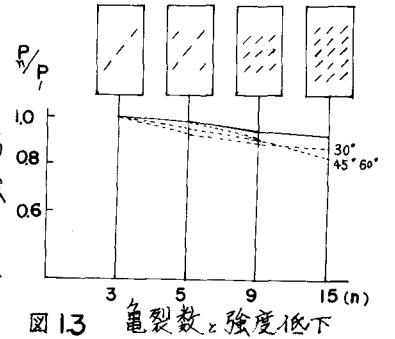


図1.3 亀裂数と強度低下

2. 隣接する亀裂による破壊機構

亀裂が一平面上に並んだ場合の破壊機構を定性的に考察すれば次のように考えられる。

亀裂間隔が充分大きい場合には、図-2.1 (a) に示す如く個々の亀裂より破壊が起るが、亀裂間隔が減少しある長さに達すると (b) の如く亀裂が連結し、その後一個の亀裂として働く。間隔が小さくなるに従い、連結するため必要外力は小さくなり強度は低下する。しかし連結後の亀裂を考えると、亀裂長さが小さくなるのでその先端における集中応力は減少し、ある間隔以下では強度の増大がみられる。

以上の亀裂間隔 (l) と強度との関係から考えると、l が充分大きい場合にはその亀裂数に応じた一定の強度をもつが、l が小さくなるに従い強度は低下し、ある長さ l* で破壊機構に変化が生じる。l* ~ 0 の間において、ある長さ l** で強度は最小となり、l** ~ 0 では逆に強度が増加することが予想される。この様子を模式的に示したのが図-2.1 である。

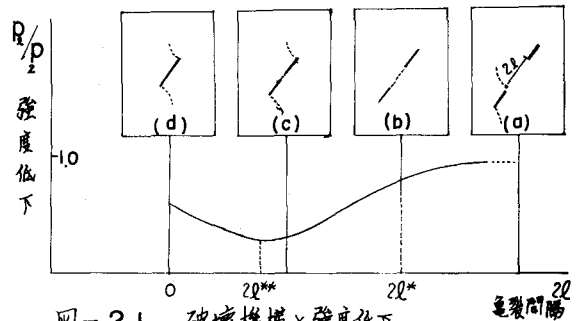


図-2.1 破壊機構と強度低下

これらについて理論的考察を試みると次のようになる。

3. 理論的考察

長さ $2C$ の単一亀裂を含む材料の強度 (P) は, Griffith 理論にもとづいて次式で示される。

$$P_1 = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi C}} \quad (3.1)$$

図-3.1 のような場合の強度 P_R ($l/c = R$ とおく, 亀裂間隔比) について, Koiter の理論を用いてミズみエネルギーの立場から次式が導きかかれている。

$$P_R = \sqrt{\frac{E\gamma}{b} \cot \frac{\pi C}{2b}} \Rightarrow P_1 \sqrt{1 - \frac{\pi^2}{12(1+R)^2} - \frac{\pi^4}{720(1+R)^4}} \quad b = l + C \quad (3.2)$$

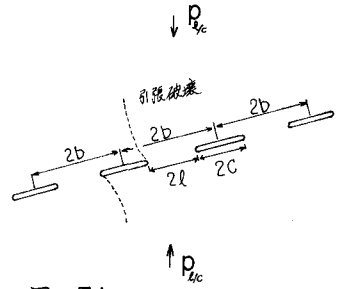


図-3.1

I. 亀裂間隔の大きい場合 ($R^* < R$)

この場合には, 図-3.1 に示す如く, 個々の亀裂の先端において引張集中応力による破壊が起る。一方, 互いに充分離れた亀裂を n 個含む場合の強度 (P_n) は, 亀裂数による強度低下を考慮して,

$$P_n = N P_1 = N \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi C}}, \quad N = \left(\frac{1}{n}\right)^m, \quad m = \text{均一性係数} \quad (3.3)^*$$

を得る。従って亀裂間隔 (あるいは亀裂間隔比) による強度の低下は (3.2), (3.3) 式もちいて次式となる。

$$\frac{P_R}{P_n} = \sqrt{1 - \frac{\pi^2}{12(1+R)^2} - \frac{\pi^4}{720(1+R)^4}} \Big/ N \quad (3.4)$$

II. 破壊機構の変化する時の限界亀裂間隔比 R^* について

亀裂間隔比 R が減少して, ある値 R^* になった時に亀裂の連結が起り図-3.2 のようになったとすれば, R^* は (3.4) 式を 1 とおき, 根号内の中3項を省略すれば, 次式のように求められる。

$$R^* = \frac{\pi}{2\sqrt{3(1-N)}} - 1, \quad N < 1 \quad (3.5)$$

これを示すと図-3.3 となる。

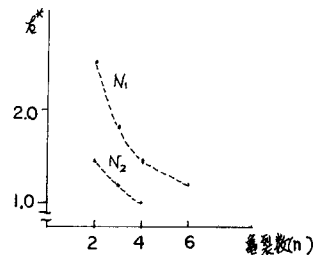
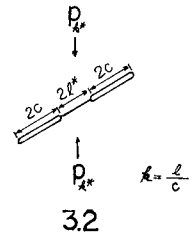


図-3.3 限界亀裂間隔

* 石膏を用いた実験により $m = 19.0$ を得た。なお, N としては $N_2 = \left(\frac{1}{2n}\right)^m$ を用いた方が実験とよく一致するようである。図-3.3 の N_2 にはこれを用了。

III. 最小強度を与える亀裂間隔比 l^{**} について

先にも述べたように連結後は一個の亀裂として働くと考え、部分的には圧着しているが、今その影響を無視すると、その強度は、(3.1)式に、

$$C = (n-1)l + nC$$

を代入して次式を得る。

$$P_L = \sqrt{\frac{2EY}{\{(n-1)l + nC\} \pi}}$$

$$= P_1 \sqrt{\frac{1}{\{(n+1)R + n}}$$

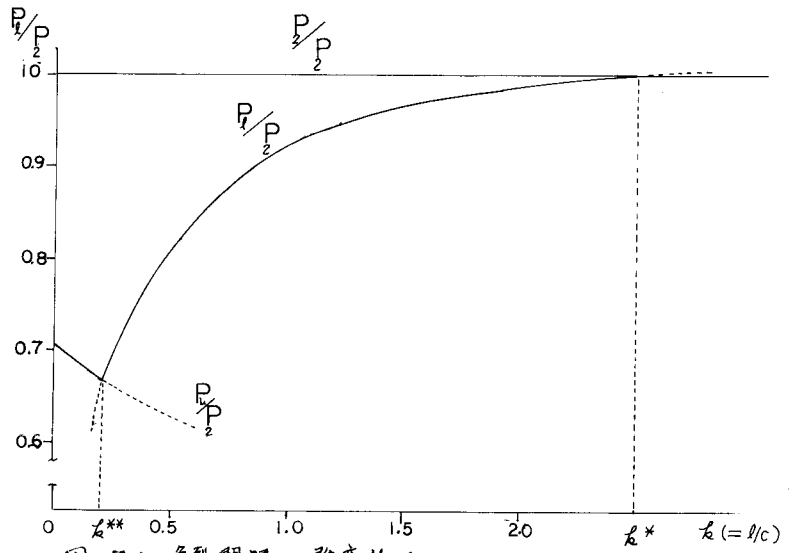


図-3.4 亀裂間隔と強度低下

(3.6)

従って、長さ $2C$ の亀裂が $2l$ なる間隔で並んでいる場合に、図-2.1 (C) のような破壊が起るために必要な条件を満足する範囲を図示すれば図-3.4となる。亀裂数 n 個の場合について、縦軸に強度の低下率を、横軸に亀裂間隔比をとって示した。

この節で定性的に亀裂間隔と強度との関係を述べたが、図-3.4はこれを理論的に求めたものである。

4. 実験結果による検討

4.1 実験方法

以上の結果を検討するために、次のような実験を行った。図-4.1に示すような石膏を用いた供試体中に、人工的な二次元亀裂を2個与え、その亀裂間隔、及び角度を種々変化させて一軸圧縮試験を行った。供試体の製作方法と種数について表-4.1に示す。

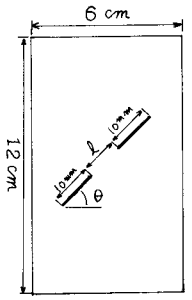


図-4.1 供試体

4.2 実験結果

実験結果を図-4.2に示す。同図は亀裂間隔 15^{mm} 、すなわち亀裂間隔比 $l = 1.5$ の時の強度を基準に表わしてある。

図-4.2において、理論値と実験値とを比較してみると $l = 0.5$ 以下では両者にかんがりのひらきのあることがわかる。 $l = 0.5 \sim 0$ のデータがないために明確な比較が出来ないが、 $l = 0$ すなわち、 20^{mm} 単一亀裂の強度と理論値とを比較してみると、実験値の方が大きい。この最大の理由は(3.6)式を導くにあたり、部分的圧着によって生ずる引張集中応力の減少を無視している

配 合	石膏:水 = 0.6:1
乾燥温度	50°C 60時間
亀裂間隔	0, 5, 10, 15 mm
亀裂角度	0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°

表-4.1 製作方法と供試体の種

裏にあると思われる。引張集中応力の減少によって、強度は(3.6)式で与えられる値より大きいと考えられ、この点を考慮すれば実験値に近づくものと考えられる。又限界亀裂間隔比に関して比べてみると、図-3.3の N_2 の場合、すなわち間隔15mmで破壊機構が変化したのは亀裂角度45°以上の時であった。特に15°以下では明確な差を認め難かった。

5. 結論

いわゆる最終強度を問題にする場合には、破壊の開始からその終了に至るまでのメカニズムを明らかにしなければならぬ。今回は亀裂が一平面上に並んだごく単純な場合について、その亀裂間隔によって破壊の機構が変化し、それによって強度も変えることを示した。その結果をまとめると次のようになる。

(1). 亀裂間隔比 l がある一定値以上であれば、隣接の亀裂の影響がほとんどなく、破壊は個々の亀裂の両先端から引張亀裂の形で発生し亀裂数に応じた強度を示す。 $n=2$ の場合には $l^* = 2.5$ となる(図-3.3参照)。

(2). 限界間隔以下では、亀裂は互いに連結し一個の亀裂として作用する。したがって、強度は限界間隔の減少と共に低下するが、亀裂間隔比0.2~0.3で強度は最小となり、間隔がこれより小さくなると強度は逆に大きくなる(図-3.4参照)。

(3). この最小強度を与える l の値について理論値と実験値にかなりの開きがあるが、先に述べたごとく圧着の効果も考慮すれば両者は接近するものと思われる(第4節2項参照)。この点に関して今後も考察が必要であり、実験的の裏付けを含めて、より詳しい検討を行う予定である。今回の実験を行うにあたり、技官石見政男、平形一夫の両氏の御世話になった。ここに謝意を表す。

参考文献

- 1). 林 正雄：不連続面節理面の強度特性—極値分布理論の導入— 電力中央研究所技術研究所報告 NO. 65052 (1965)
- 2). 佐武正雄, 田野久貴：分布しているクラックによる強度低下に関する実験とその確率論的考察 日本材料強度学会講演論文集(1969)
- 3). 同上：亀裂の強度に及ぼす影響について、第5回岩盤力学に関するシンポジウム講演概要, 土木学会(1969)
- 4). Griffith A.A: The phenomena of rupture and flow in solids, Phil. Trans. Roy. Soc. London, 221, 163-198 (1921)
- 5). Koiter W.T: An infinite row of collinear cracks in a infinite elastic sheet Ing-Archiv. 168-172. (1959)

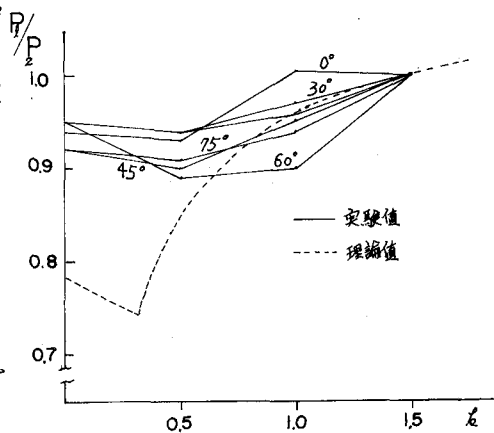


図-4.2 実験結果 (n=2)