

三軸圧縮試験における応力状態

東京工業大学 正員 山口 柏 樹
 “ “ 木村 孟
 “ “ 成田 国 朝
 “ “ 学生員 山 名 清 郷

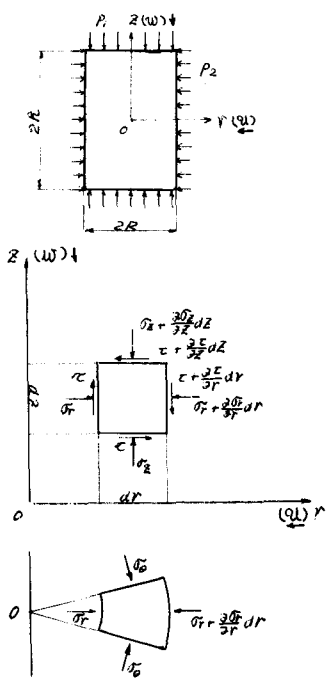
§1 まえがき 三軸圧縮試験供試体中の応力状態を応力函数法によつて解析する。これはすでに A. Balla (Budapest, Hungary) によつて The Fourth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering (London, 1957) で発表されているが、その応力分布には計算上よけの境界条件の間違ひがあり、これを修正する目的をこの論文はもっている。

§2. 座標, 応力の方向, 応力函数, 境界条件 座標および
 応力の方向は(図-1)のようにとる。軸対称であるから応力は図のもの
 のみとなる。応力および変位は次式で表わされ

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{3}{32}(\nu \nabla^2 \varphi - \frac{3\nu}{2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2}) \\ \sigma_\theta = \frac{3}{32}(\nu \nabla^2 \varphi - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2}) \\ \sigma_z = \frac{3}{32}(2-\nu) \nabla^2 \varphi - \frac{3\nu}{32} \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \\ \tau = \frac{3}{32} \nu (1-\nu) \nabla^2 \varphi - \frac{3\nu}{32} \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \end{cases} \begin{cases} u = -\frac{1+\nu}{E} \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} \\ w = \frac{1+\nu}{E} [2(1-\nu) \nabla^2 \varphi - \frac{3\nu}{32} \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2}] \end{cases}$$

E: ヤング率 ν: ポアソン比
 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

φ は $\nabla^2 \nabla^2 \varphi = 0$ を満足する必要がある。
 こゝで A. Balla は $\varphi = P_1(Cz^3 + Dz^2r^2 + Fr^2 + Gr^2r^2 + Kr^4) + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n J_n(\frac{\alpha_n r}{R}) + B_n r J_n(\frac{\alpha_n r}{R})] \sin(\frac{\alpha_n z}{L})$, (J_n, J_n: ベッセル函数) とし、境界条件は次の5つを考へてゐる。①両端は常に水平 ②側圧は一定: $\sigma_{r=R} = P_2$ ③側面ではせん断力は働かない: $\tau_{r=R} = 0$ ④載荷面における外力との釣合: $\pi R^2 P_1 = 2\pi \int_0^R (\sigma_z + \tau) r dr$ ⑤載荷面の粗を考へて: $f = d\theta \int_0^R (\sigma_z + \tau) r dr / d\theta \int_0^R r dr$ (f: const)。以上で Balla が求めた応力の分布は、④の境界条件を満足していない(これは計算上の間違ひ)、上端面の内周上でτが存在している。後者は境界条件が一個足りないことから起るもので、境界条件を一個増して ⑥ $\tau(\frac{r}{R}, z) = 0$ としてやる。このために応力函数は前記のものに $\{S Z^7 + T Z^5 r^2 + U Z^3 r^4 + W Z r^6\}$ をつけ加へたものとする。



(図-1)

§3 計算結果と考察 応力の分布は(表-1)のようになり、端部における応力σ_r, τの分布をグラフにすると(図2, 3)のようになる。変位u, wは(図4)(表-2)に示してある。σ_zの分布はfが大きくなると(図2)に示したように破線を示した平均値に近ずき、P₁が変化しても分布の傾向はほぼ同じになる。(表-2)が示すように最初水平であったものが、変形の後には外側のほうが多く下がる傾向にある。fの考へ方はうまいと思われれるが、その物理的意味がはつきりせず、もっと良い方法を考へる必要がある。

参考文献 L. N. G. Filon (1902) On the elastic equilibrium of circular cylinders under certain practical systems of load. Phil. Trans.

$$P_1 = 3.6 \text{ kg/cm}^2, P_2 = 0.5 \text{ kg/cm}^2, f = 0.1, \nu = 1/3$$

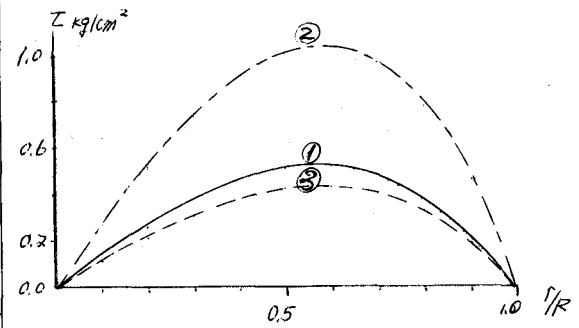
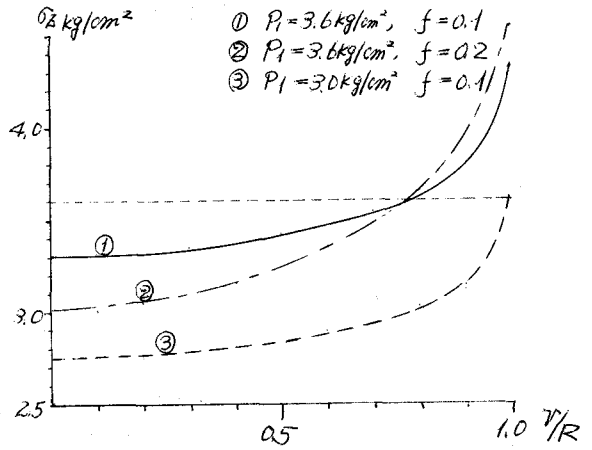
$$H/R = 1.5$$

$$P_2 = 0.5 \text{ kg/cm}^2, \nu = 1/3$$

- ① $P_1 = 3.6 \text{ kg/cm}^2, f = 0.1$
- ② $P_1 = 3.6 \text{ kg/cm}^2, f = 0.2$
- ③ $P_1 = 3.0 \text{ kg/cm}^2, f = 0.1$

r/R z/h	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	
1.0	σ_r	1.625	1.517	1.212	0.785	0.393	0.383
	σ_z	3.303	3.324	3.383	3.479	3.631	4.331
	σ_θ	1.625	1.564	1.390	1.140	0.895	0.964
	τ	0.000	0.259	0.454	0.518	0.389	0.000
0.8	σ_r	0.877	0.849	0.773	0.671	0.565	0.490
	σ_z	3.702	3.689	3.653	3.610	3.584	3.478
	σ_θ	0.877	0.857	0.804	0.732	0.658	0.564
	τ	0.000	0.044	0.081	0.105	0.098	0.000
0.6	σ_r	0.610	0.603	0.583	0.553	0.518	0.500
	σ_z	3.744	3.730	3.692	3.637	3.565	3.451
	σ_θ	0.610	0.603	0.583	0.554	0.518	0.477
	τ	0.000	-0.005	-0.008	-0.008	-0.011	0.001
0.4	σ_r	0.574	0.513	0.511	0.507	0.504	0.502
	σ_z	3.709	3.699	3.669	3.624	3.568	3.515
	σ_θ	0.574	0.511	0.504	0.493	0.481	0.471
	τ	0.000	-0.013	-0.024	-0.029	-0.025	0.000
0.2	σ_r	0.484	0.486	0.490	0.495	0.501	0.500
	σ_z	3.674	3.666	3.643	3.611	3.577	3.555
	σ_θ	0.484	0.484	0.482	0.479	0.477	0.477
	τ	0.000	-0.009	-0.016	-0.018	-0.014	0.000
0.0	σ_r	0.479	0.481	0.486	0.493	0.500	0.501
	σ_z	3.659	3.652	3.634	3.607	3.582	3.574
	σ_θ	0.479	0.478	0.478	0.478	0.479	0.479
	τ	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

(表-1) (kg/cm²)



(圖-2, 3)

ω/R の値

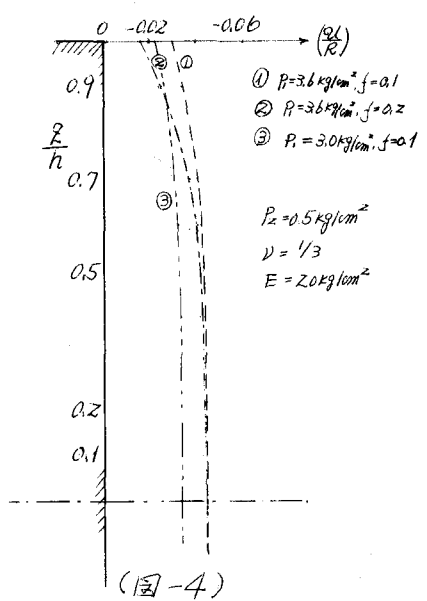
$$P_1 = 3.6 \text{ kg/cm}^2, P_2 = 0.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$f = 0.1, \nu = 1/3, E = 20.0 \text{ kg/cm}^2$$

r/R z/h	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
1.0	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131
0.5	0.684	0.683	0.681	0.678	0.675	0.671	0.667	0.663	0.659	0.655
0.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

} × 10⁻⁴

(表-2)



(圖-4)