III−26　　　土のせん断特性の誘導の試み

京大工　正員　畠昭治郎
〃　学生員○太田秀樹
〃　学生員　吉谷進

1. はじめに

粘土が等方圧力をうけた場合に示す体積変化は，正規圧密状態であれば，

$$e = e_0 - \lambda \ln \frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} \tag{1}$$

で示される。ただし，λは正規圧密曲線の傾きであり，(e_0, σ_{m0}') は初期状態である。また，粘土のせん断変形に伴なう体積変化は

$$\frac{\Delta e}{1+e_0} = -\mu \, \Delta \frac{\tau_{oct}}{\sigma_m'} \tag{2}$$

で与えられる。ただし，μはダイレイタンシーの度合を与える係数である。筆者らはここ数年の報告で，粘土がある応力状態から別の応力状態に微小変化した場合に示す間げき比の微小変化が次式で与えられることを示してきた。

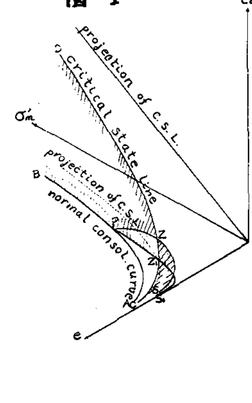
$$de = -\lambda \frac{d\sigma_m'}{\sigma_m'} + (1+e_0)\mu \left(\frac{\tau_{oct}}{\sigma_m'} \cdot \frac{d\sigma_m'}{\sigma_m'} - \frac{d\tau_{oct}}{\sigma_m'} \right) \tag{3}$$

2. State Surface

等方圧力 σ_{m0}' で圧密された粘土の間げき比が e_0 であるとすると，その時の粘土の状態は τ_{oct}, σ_m', e を軸とする空間において $(\tau_{oct}=0,\ \sigma_m'=\sigma_{m0}',\ e=e_0)$ で示される点によって示される。(3)式は粘土が τ_{oct}, σ_m', e の3つのパラメータでその力学的な状態を表現されると仮定した場合に，それらのパラメータの間に成立しなければならない関係を与えるもので，上述の空間上のある曲面を与える。さて，$\tau_{oct}=0$, $\sigma_m'=\sigma_{m0}'$, $e=e_0$ を境界条件として(3)式を解くと，

$$e - e_0 + \lambda \ln \frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} + (1+e_0)\mu \frac{\tau_{oct}}{\sigma_m'} = 0 \tag{4}$$

図−1



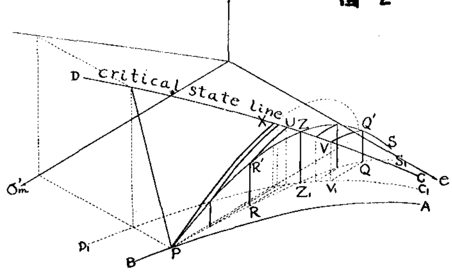
となる。(4)式で与えられた曲面を State Surface とよぶ。σ_{m0}' という先行圧密荷重を持つ過圧密粘土の力学的な状態を $\tau_{oct}=0$, $\sigma_m'=\sigma_{mi}'$, $e=e_i$ で示すことができるならば，

$$e_i = e_0 - \kappa \ln \frac{\sigma_{mi}'}{\sigma_{m0}'} \tag{5}$$

が成立する。ここでκは swelling curve の傾きである。図−1に示されるような空間上では，粘土の力学的状態は1つの点であらわされる。この点を state point とよび，粘土がせん断されることによって生じる state point の軌跡を state path とよぶことにする。σ_{m0}' なる先行

圧密荷重を持つ粘土の initial state point は図-1のPZS₁で示される swelling curve 上にある。このような粘土をせん断すると，遂には critical state とよばれる状態に達する。この状態は，せん断ひずみがどんどん増加するのに τ_{oct}, σ_m', e が変化しない状態として規定される。図-1においてはCDで示される。PS₁上の1点から出発した state path は遂にはCD上のどこかへ到達して止まるわけである。swelling wall 上に $\tau_{oct}=0$ plane に対して垂直に立った壁を考え，これを swelling wall と名付ける。swelling wall は elastic wall ともよばれているもので，図-1では S₁Z₁PZS で示され，たて方向にハッチを入れてある部分である。また(4)式で与えられる State surface は図-1ではABとCDを含む曲面で与えられるが，PZS₁上にその initial state point を持つ粘土の state path はその曲面のうち斜めのハッチをほどこしてある部分，すなわち，BPZDとCZSの部分上になくてはならない。ここで，initial state point が swelling curve PZ₁S₁上にあるような粘土をせん断したときに得られる state path は swelling wall 上にあるかまたは state surface 上にあるかのいずれか，すなわち図-1のハッチの部分にあるという仮定を設けて議論をすすめたい。

図-2



3. 非排水せん断

粘土を非排水状態でせん断した場合，間げき比eはせん断中一定に保たれる。initial state point が図-2においてPRZ₁QS₁で示される swelling curve 上のどこかにあるような粘土（initial state point：($\tau_{oct}=0,\ \sigma_m'=\sigma_{mi}'\leq\sigma_{m0}',\ e=e_i\geq e_0$)）の state path は $e=e_i$ plane と図-1の斜線の部分との交線として得られる。すなわち正規圧密粘土の state path は図-2においてPX，で示され，過圧密粘土のは過圧密比が増大するに伴って，RR'U, Z₁Z, QQ'V のように示される。R'U, Q'V のような state surface 上の state path は $e=e_i$ として，(5)式を(4)式に代入することにより

$$\tau_{oct}=-\frac{\sigma_m'}{(1+e_0)\mu}\left\{\lambda \ln\frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'}-\kappa \ln\frac{\sigma_{mi}'}{\sigma_{m0}'}\right\} \tag{6}$$

で与えられ，PX は $\sigma_{mi}'=\sigma_{m0}'$ を(6)式に代入することにより，

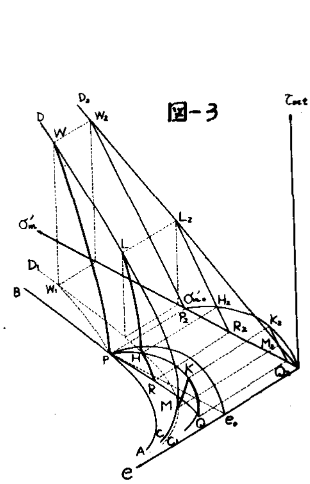
$$\tau_{oct}=-\frac{\lambda\sigma_m'}{(1+e_0)}\ln\frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} \tag{7}$$

で与えられる。R', Z, Q' の高さは(6)式に $\sigma_m'=\sigma_{mi}'$ を代入することにより，

$$\tau_{oct}=-\frac{\lambda-\kappa}{(1+e_0)\mu}\sigma_{mi}'\ln\frac{\sigma_{mi}'}{\sigma_{m0}'} \tag{8}$$

で与えられる。

図-3



4. 排水せん断

3軸試験による排水せん断時の応力状態は，$\tau_{oct}=\sqrt{2}(\sigma_m'-\sigma_{mi}')$ で示される平面上の点として与えられるから，state path はその平面と swelling wall, state surface との交線として，図

-3における PW, RHL, QKM として与えられる。図-4はそれらの state path を $\tau_{oct}=0$ plane に投影したものであるが、PW_1の式は

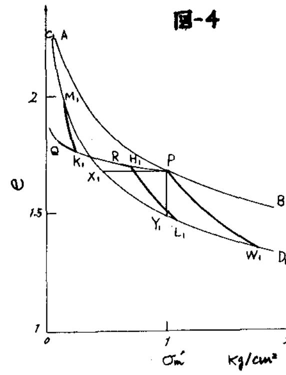
$$e = e_0 - \lambda \ln \frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} - \sqrt{2}(1+e_0)\mu\left(1-\frac{\sigma_{m0}'}{\sigma_m'}\right) \qquad (9)$$

で与えられ、H_1L_1, K_1M_1 の式は、

$$e = e_0 - \lambda \ln \frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} - \sqrt{2}(1+e_0)\mu\left(1-\frac{\sigma_{mi}'}{\sigma_m'}\right) \qquad (10)$$

で与えられる。QK_1 は過圧密粘土のせん断初期の体積減少を示す。

図-4



5. σ_m'：一定試験

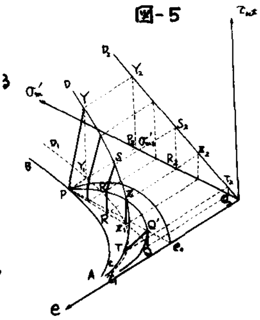
σ_m' を一定にしてせん断した場合，圧密の項は $\sigma_m'=\sigma_{m0}'$ を(4)式に代入することにより，消去される。

$$\tau_{oct} = -\frac{\sigma_{m0}'}{(1+e_0)\mu}(e-e_0) \qquad (11)$$

(11)式は $\sigma_m'=\sigma_{m0}'$ plane と state surface との交線として，図-5では，PYで示される。過圧密粘土を σ_m'：一定の条件のもとでせん断すると，$\sigma_m'=\sigma_{mi}'(\leqq\sigma_{m0}')$ plane と swelling wall, state surface との交線として，RR'S, Z_1Z, QQ'T のような state pathが得られる。R'S, Q'Tは $\sigma_m'=\sigma_{mi}'$ を(4)式に代入することによって，

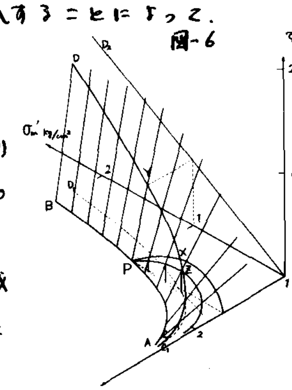
$$\tau_{oct} = -\frac{\sigma_{mi}'}{(1+e_0)\mu}\left(e-e_0+\lambda \ln \frac{\sigma_{mi}'}{\sigma_{m0}'}\right) \qquad (12)$$

図-5



で与えられ，R', Z, Q'の高さは(12)式に $e=e_i$ を代入することにより，(8)式と同じ形で与えられる。(13)式からわかるように，PY, R'S, Q'Tと $\tau_{oct}=0$ planeとの交点はすべて正規圧密曲線AB の上にくる。したがって，state surfaceは図-6に示されるような傾いた直線の集まりで構成されることが理解できる。またe軸もstate surfaceの一部であることがわかる。

図-6



6. τ_{oct}/σ_m'：一定試験

τ_{oct}/σ_m'を一定に保ったままでせん断された粘土のstate pathは $\tau_{oct}/\sigma_m'=k$ を(4)式に代入して

$$e = -\lambda \ln \frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} + \{e_0+(1+e_0)\mu k\} \qquad (13)$$

図-7

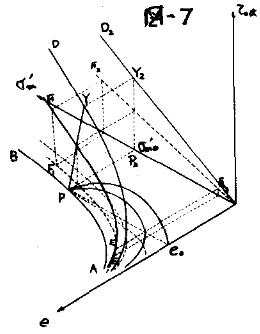
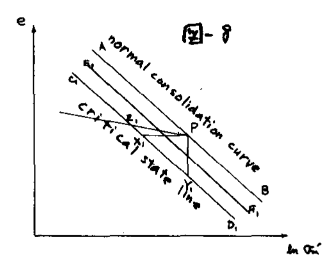


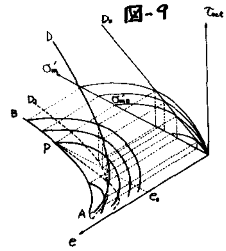
図-8



で与えられる。図-7のAB, EF, CDはこの例であるが，これらを e~ln σ_m' 図上に投影したものは図-8に示されるように正規圧密曲線ABに等しい傾きをもつ。以上のような考察から正規圧密粘土と過圧密粘土のせん断特性の違いは単に初期条件の相違によるものであり，本質的には(11)式，(12)式に

基ずいた理論によって説明されうるものであることがわかった。また(1)式，(2)式は砂やシルトに対しても成立することを示すデータも多いので，以上の議論は砂，シルト，粘土の別なく適用しうると考えられる。

図-9



7. Critical State

critical stateは，

$$\frac{de}{d\gamma_{oct}} = \frac{d\sigma'_m}{d\gamma_{oct}} = \frac{d\tau_{oct}}{d\gamma_{oct}} = 0 \qquad (14)$$

で規定される土のある極限的な状態である。この状態は，もし normality の概念が土に対して成立すると仮定するならば，$\tau_{oct} \sim \sigma'_m$ 図上に描かれた yield locus の stationary な点として規定されるであろう。ここで，土の yield locus は，τ_{oct}, σ'_m, e で規定される空間において，swelling wall と平行な曲面群と state surface との交線であると仮定する(図-9)。したがって yield locus の $\tau_{oct}=0$ plane への投影は，

$$e = e_Y - \kappa \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{mY}} \qquad (15)$$

で与えられる。ここで(e_Y, σ'_{mY})は正規圧密曲線上の任意の一点である。(15)式を(4)式に代入すると，$e=0$ plane への yield locus の投影として，図-9に図示されている曲線群，

$$\tau_{oct} = -\frac{\lambda-\kappa}{(1+e_0)\mu}\,\sigma'_m \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{mY}} \qquad (16)$$

がえられる。(16)式の stationary point として，critical state を規定すると，

$$\tau_{oct} = \frac{\lambda-\kappa}{(1+e_0)\mu}\,\sigma'_{mY}\exp(-1),\quad \sigma'_m = \sigma'_{mY}\exp(-1),\quad e = e_0 + \kappa + \lambda \ln \frac{\sigma'_{m0}}{\sigma'_{mY}} \qquad (17)$$

で与えられる。(17)式より

$$(\tau_{oct}/\sigma'_m)_{crit.} = \frac{\lambda-\kappa}{(1+e_0)\mu} \qquad (18)$$

がえられる。

図-10

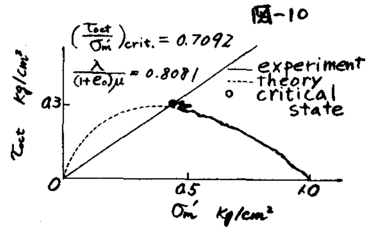


図-11

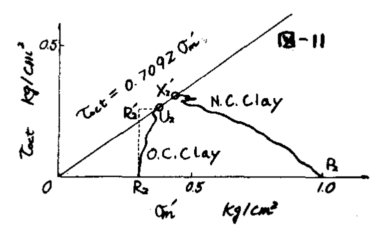
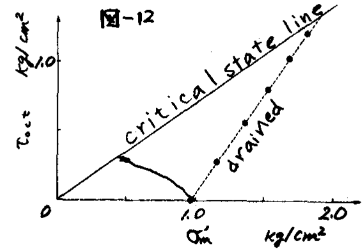


図-12



8. 実験による験証

以上の議論がどの程度実験と一致するかを調べるため，L.L.=69.2% P.L.=32.5%，≦2μ 25%，比重2.64の粘土を用いて実験を行なったのが図-10から図-13に示してある。図-13は非排水試験と排水試験でτ_{oct}/σ'_mが等しい点を点線で結んだもので，理論では，すべての点線は正規圧密曲線に平行にならねばならない。せん断はやさはきわめて遅く，1つの実験で1～2ヶ月かけてせん断し，断面補正は対数ひずみを用いて行なった。

図-13