II-153　　需要増に対する弾力的給水管理について

京都大学工学部　正会員　工博　末石冨太郎
京都大学工学部　正会員　工修○住友　恒

1. はじめに

都市給水施設には給水能に限界があるのが一般的で，需要が異常に増大するときなど，いかなる時点にも100％需要を満たしうるとは限らない。したがって需要が増大しはじめるとその増大が給水能限度内でおさまるかそれ以上に達するかなど十分予測し，適切な対策が必要となる。需要増が給水能を越えると予想しうる場合に需要通り給水していたのでは給水能を越えた時点からは手の打ちようがなく，基本的には需要が増加しはじめた段階から徐々に対策を開始しはじめる必要がある。たとえば，対策としては給水を押えつつ給水能を増大しうるよう配水池貯水量の増大をはかるとか，浄水施設の整備対策などによる能力増などある。つまり，ある時点の需要に対する給水をある程度犠牲にしてろ過池の洗浄を行なって来るべき需要増に見えるなどである。このように，直接需要に応じて給水するというのではなく，次の段階の給水をも考慮して常に給水余裕を保有しつつ給水することをここでは弾力的な給水と呼び，その合理的な管理法について技術的に考察してみたい。

2. 既存施設における給水管理

既存施設では上記対策をいかに行なってきたかあるいはそういった能力を給水施設が保有するのか否かを調べる資料は必らずしも十分ではない。ただ都道府県別給水規模での潜在需要に対する給水実績を調査したところ[1)]，図-1に示す結果をえた。平均的には公称能力の75～80％で給水し，需要が増大してくれば公称能力限度内でも需要通りには給水せず，これを下まわった給水を行なう反面，能力限度以上の需要に対しても給水をつづけうる実績があるものと解釈しうる。すなわち図-1より，既存施設にも給水能力限度（公称）を越えて弾力的に給水しうる能力が潜在することがわかる。また逆に能力限度内でも必らずしも需要通りに給水せず弾力的に給水されてきたともいえよう。

3. 弾力的な給水管理法の考察

そこで，需要増が施設能力以上にもおよぶものと予測しうる場合などいくつかの場合を想定していかに弾力的に給水管理すべきか合理性を追求しながら若干考察を加える。

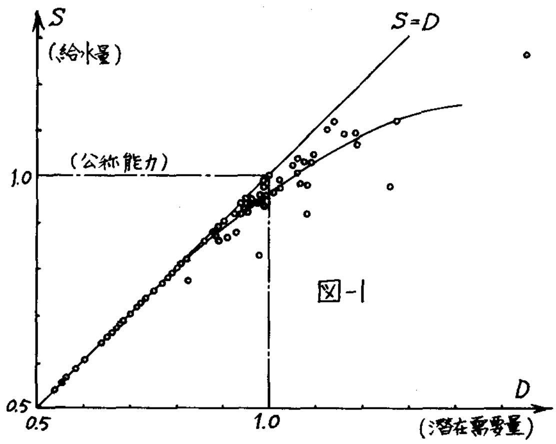

図-1

3-1. 給水管理基準の設定

給水が円滑かつ合理的に行なわれているか否かを判断する基準をまず明確にする必要がある。第一に，需要量に対しいかなる量の水を給水しているかが重要で，従来この点から給水状況の良否が判断されることが多かった。しかし弾力的に給水をコントロールする場合，重視されるべきは次の時点の需

要に対しいかに給水しうる能力を保有しているかである。 現在十分給水していても次の時点で全く給水がストップするようでは給水管理が十分とはいえない。 いま需要（あるいは潜在需要）量をD，給水量をS，時間をtと表わせば，次の時点への潜在需要増（dD/dt）に対し，いかに給水増しうるか（dS/dt）が重要である。 あるいはその評価を（dS/dD）$_{t=t}$ としても表わしうる。したがって給水管理状況の一つの判定基準として，給水量（S），現状不足水量（D−S），次の時点への保有対策（dS/dD）による次のfによって評価しうるものと考えるのも一つの方法であろう。

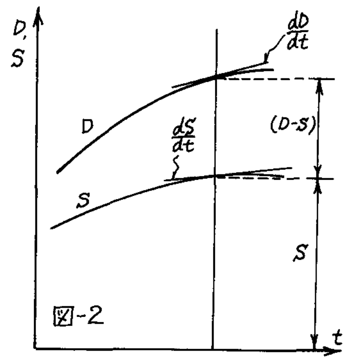

図-2

$$f = -k_1(D-S) + k_2 \cdot S + k_3 \cdot (dS/dD) \qquad \text{———}(1)$$

ここで，k_1，k_2，k_3 は係数。 なお，給水能の弾力性は次式で表現され[2]，（dS/dD）を考慮した給水が弾力的給水に通ずる。

$$\zeta = \frac{\Delta S}{S} \Big/ \frac{\Delta D}{D} \cong \frac{D}{S} \cdot \frac{dS}{dD} \qquad \text{———}(2)$$

給水施設は一般に平均給水量 S_a 程度は十分需要通り給水しうるよう設計されていると考えることができるので，ここでは需要が増大し，S_a を越えたもののみを取り上げ，給水能としての公称能力 $\bar{S}$ 以上にも達する需要増を問題にする。 DとSとの関係を図−3のように表わせば，45°線が需要通り給水しうる場合で，$S_a = D_a$ 点を越える場合が検討対象である。 弾力的給水管理法としては需要増に対し図中にも示すような種々の給水法があろう。 いずれにしても総体的にいかに需要を満たすかが問題である。

3−2. 一定基準給水管理

いかなる場合にも次の時点への弾力的給水対策を保有し，需要と給水のバランスを一定に保ちつつ給水管理する一つの方法として，式(1)のf値を一定値 f_0 に保ちうるよう給水する方法もある。 $\bar{S}$ あるいは S_{max}（給水能限界）を特に考慮する必要がない場合など有効で，この場合次の微分方程式よりSとDの関係を設定しうる。つまり，Dの増大に対し次の式(5)のような関係で給水してゆく。

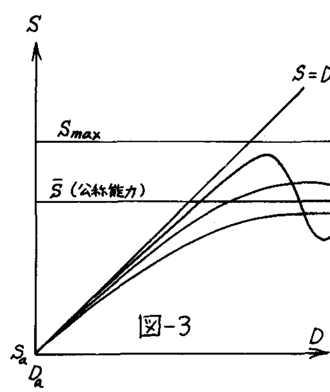

図-3

$$\frac{dS}{dD} + \frac{k_2}{k_3} \cdot S - \frac{k_1}{k_3} \cdot (D-S) - \frac{f_0}{k_3} = 0 \qquad \text{———}(3)$$

ただし，$D = D_a$ における条件より， $f_0 = +(k_2 S_a + k_3)$ ———(4)

上式より求めうるSとDの関係については境界条件の選定により種々の型をとりうるが，$S \leq S_{max}$，$D \geq D_a$ に対する一つの解として次式をえる。 一例を図−4に示す。

$$S = S_a \cdot e^{-k(D-D_a)} + \frac{1}{k}\left\{ k_0\left(D - D_0 \cdot e^{-k(D-D_a)}\right) - k_0\left(1 - e^{-k(D-D_a)}\right) + F\left(1 - e^{-k(D-D_a)}\right) \right\} \text{——}(5)$$

ただし， $k = \frac{k_1 + k_2}{k_3}$ ， $k_0 = \frac{k_1}{k_3}$ ， $F = \frac{f_0}{k_3}$

ただし，式(5)でのDは$D_a=1.0$としたときの相対値で，算定結果を元にもどし表示したのが図-4である。以下同様に算定，表示を行なう。

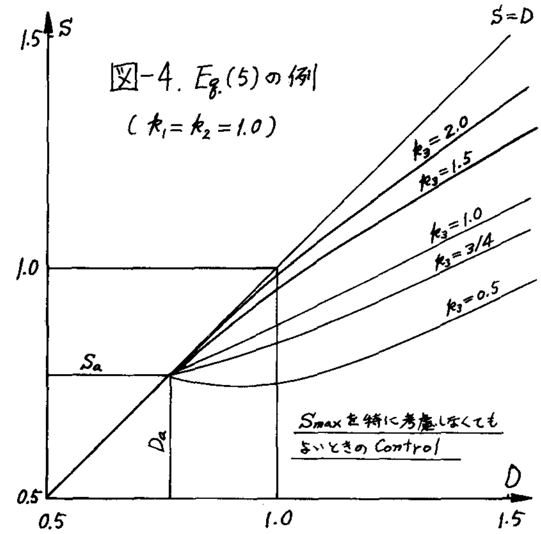

図-4. Eq.(5)の例 ($k_1=k_2=1.0$)

3-3. 弾力的給水管理における合理性

潜在需要が大巾に増大する場合で，給水能がS_{max}に達した後もさらに増大すると予測される場合は3-2.では必らずしも十分な管理とはいえない。この場合は需要増の開始時点で需要増最高量D_{max}を十分見込んで給水管理を始める必要がある。

3-3-1. その1

各需要段階における式(1)の基準値を総合的に考察し，次式が最大になるよう管理してゆくのも一つの合理的な方法といえよう。

$$M=\int^{D} f\cdot dD=\int^{D}\left[-k_1(D-S)+k_2\cdot S+k_3\cdot\left(\frac{dS}{dD}\right)\right]dD \longrightarrow max. \qquad (6)$$

ここでk_3値を$\left(\frac{dS}{dD}\right)$に比例する値と仮定すれば次式をえる。なお，$k_1$，$k_2$は3-2.と同様一定値とする。

$$k_3=k_{00}-k_{30}\cdot\left(\frac{dS}{dD}\right) \qquad (7)$$

式(7)のもとに式(6)の条件は変分問題として解くことができ[3]，Eulerの必要条件より次式をえる。

$$\frac{\partial f}{\partial S}-\frac{d}{dD}\frac{\partial f}{\partial S'}=k_4+2k_{30}\cdot\left(\frac{d^2S}{dD^2}\right)=0 \quad ,ただし，\ k_4=k_1+k_2 \qquad (8)$$

$S=S_a$にて$D=D_a$，$D=D_{max}$で$S=S_{max}$とすれば式(8)より次の関係をえる。一例を図-5に示す。

$$S=\frac{k_4}{4k_{30}}\cdot D^2+\left\{\frac{S_{max}-S_a}{D_{max}-D_a}+\frac{k_4}{4k_{30}}(D_{max}+D_a)\right\}\cdot D+\frac{S_a\cdot D_{max}-D_a\cdot S_{max}}{D_{max}-D_a}-\frac{k_4}{4k_{30}}\cdot D_a\cdot D_{max}. \qquad (9)$$

ただし，

$$\frac{2k_{30}}{k_4}\cdot\frac{S_{max}-S_a}{D_{max}-D_a}+\frac{D_{max}+D_a}{2}\geq D_{max}$$

のとき。

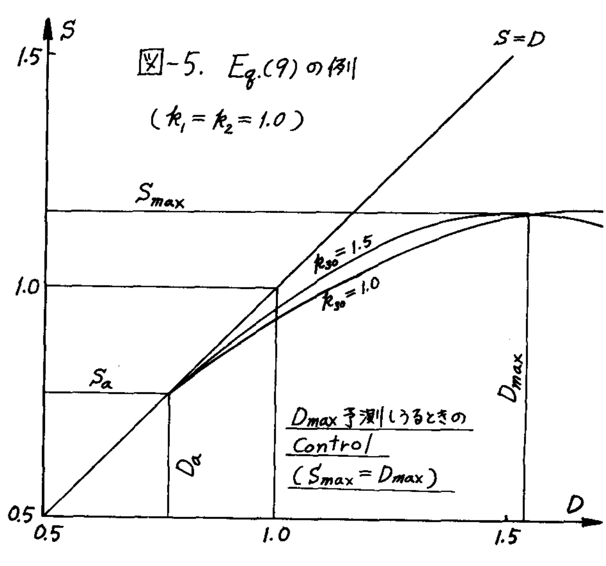

図-5. Eq.(9)の例 ($k_1=k_2=1.0$)

3-3-2. その2

式(6)の最大化に当って, k_1, k_2, k_3 の取り扱いをさらに厳密にして; 式(7)に加えて次式の条件を考えれば式(11)をえる。

$$k_2 = k_0' + k_{20}\cdot S \qquad \text{———} (10)$$

$$S = \frac{1}{\alpha}\left\{A\cdot e^{\sqrt{\alpha}\cdot D} + B\cdot e^{-\sqrt{\alpha}\cdot D} - \beta\right\} \qquad \text{———} (11)$$

ただし, A, B は境界条件によってきまる定数。

$$\alpha = \frac{-k_{20}}{k_{30}}, \quad \beta = -\frac{(k_1 + k_0')}{2k_{30}}$$

式(11)から条件に応じてSとDの関係を明示しうる。一例として図-6を示す。

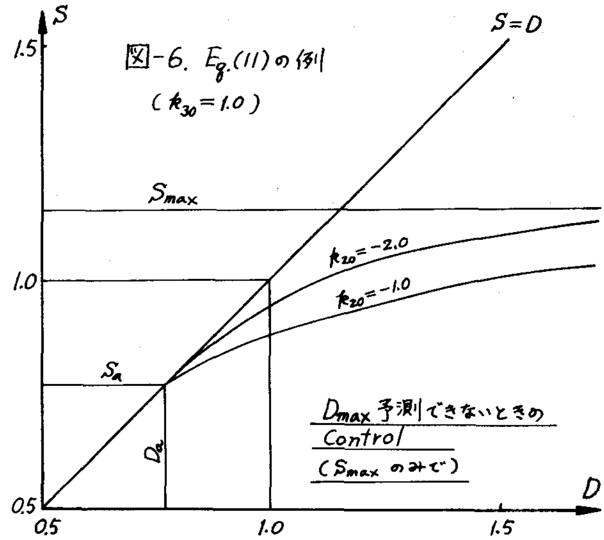

図-6. Eq.(11)の例
($k_{30}=1.0$)

4. おわりに

以上, 需要増に対しいかに弾力的に給水管理するべきかについて基本的な考え方を一例として述べてきた。すでに既存施設に図-1にも示すような弾力的給水管理の可能性を認めうるので今後さらに本文に示すような合理性の追求が不可欠となろう。特に, コンピューターが給水管理に活用されるに至った今日, 需要増を事前に正確に予測して, 本文に示すように常に動的な対策を考慮しつつ適正な給水管理を徹底してゆくべきであろう。本文がコンピューター活用分野を広げてゆく上にも役立てば幸である。具体的にはさらに研究を深めてゆく予定である。

参考文献

1). 日本水道協会, 水道統計, 第49号 (昭和41年度)

2). 末石冨太郎, 住友 恒, 弾力性概念による需要水量と浄水場設計の分析について, 第5回衛生工学研究討論会講演論文集 (土木学会), 1969.

3). たとえば, 松田正一, 外, ORのための基礎数学, 丸善.