II－133　　矩形水槽における浮遊物質の挙動について（Ｉ）

京都大学工学部　正員　高松武一郎
京都大学工学部　正員　内藤正明
京都大学工学部　学生員　○芝　定孝

1. まえがき

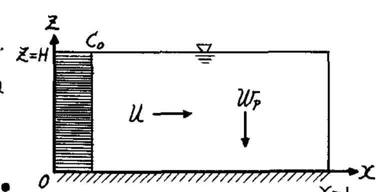
水需要の増大に関連して高度の水処理プラントが要求されてきており，現象論的にもより細い注意をはらった設計が要求される。そこでこの研究の目的は沈澱池の最適設計の基礎的資料を得べく，その重要な因子の１つであろうと思われる底に沈澱した浮遊物質の再浮上（まき上げ）の現象を考慮したモデルを拡散方程式によって確立し，矩形水槽を例にとり，その特性を理論的に考察しようとするものである。

2. 基礎方程式，境界条件，および解

沈澱物の再浮上の効果を表現するにはそれを基礎方程式中に含めるようなやり方[1]と基礎方程式には入れずにその境界条件に含めるようなやり方[2]とが考えられる。基礎方程式（拡散方程式）そのものは質量保存則に由来する為，本来，運動方程式によって論じられるべき流体の dynamic な効果による沈澱物の再浮上を直接基礎方程式中に含めることもなかなか困難である。従ってここでは便宜的に底面における境界条件中にパラメータ k を導入することにより沈澱物の再浮上を表わすことにする。定常状態の２次元拡散方程式を

$$u\frac{\partial C}{\partial x} - w_p\frac{\partial C}{\partial z} = E_x\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E_z\frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \qquad (1)$$

ここに，u = 池内平均流速，w_p = 粒子沈降速度，E_x, E_z = 拡散係数，C = 浮遊物質濃度で，u，w_p，E_x，E_z はすべて一定とする。座標軸を図－１の様に x 軸を流下方向に，z 軸を鉛直上方に，原点を入口底面にとる。境界条件は入口 $(x=0)$，出口 $(x=L)$，水底 $(z=0)$，および水面 $(z=H)$ において与えられるが，入口で濃度は断面一様とすると，



図－１

$$\left.\begin{aligned} &x=0 \text{ で } C=C_0, && x=L \text{ で } \frac{\partial C}{\partial x}=0 \\ &z=0 \text{ で } E_z\frac{\partial C}{\partial z}+k w_p C=0, && z=H \text{ で } E_z\frac{\partial C}{\partial z}+w_p C=0 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

ここに，k は沈澱物の再浮上を表わすパラメータで合田博士の境界条件[2]と同じ意味をもつ。すなわち $k=0$ では沈澱のみ，$k>0$ では沈澱物の再浮上が存在する。$\phi(x,z)=C(x,z)\exp\{-(\frac{u}{2E_x}x-\frac{w_p}{2E_z}z)\}$ なる変換を行い，(2)の境界条件のもとに(1)を解くと

$$\frac{C}{C_0}=2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\lambda_n\{2\cdot\exp(b_2h)\cdot(\lambda_n\sin\lambda_n h+b_1\cos\lambda_n h)-(b_2+b_1)\}\{\sqrt{\lambda_n^2+1}\cosh\{\sqrt{\lambda_n^2+1}(l-x)\}+a\sinh\{\sqrt{\lambda_n^2+1}(l-x)\}\}}{\{h(\lambda_n^2+b_1^2)(\lambda_n^2+b_2^2)+(\lambda_n^2-b_1b_2)(b_2-b_1)\}\{\sqrt{\lambda_n^2+1}\cosh(\sqrt{\lambda_n^2+1}\,l)+\sinh(\sqrt{\lambda_n^2+1}\,l)\}}$$

$$\times(\lambda_n\cos\lambda_n\zeta-b_1\sin\lambda_n\zeta)\cdot\exp(ax-b_2\zeta) \qquad (3)$$

ただし λ_n は $\tan\lambda h=\lambda(b_2-b_1)/(\lambda^2+b_1b_2)$ の正根であり，x および ζ はそれぞれ槽長および水深を

無次元化したもので、それぞれ次式で与えられる。

$$\chi=\frac{1}{2}\left(\frac{U^2/E_x+W_p^2/E_z}{E_x}\right)^{\frac{1}{2}},\qquad \zeta=\frac{1}{2}\left(\frac{U^2/E_x+W_p^2/E_z}{E_z}\right)^{\frac{1}{2}}$$

無次元数 a、b_1，b_2，l，h は、簡単の為に $E_x=E_z=E$ (homogeneous) と仮定すれば、

$$a=\frac{U}{(U^2+W_p^2)^{\frac{1}{2}}},\quad b_1=2\left(k-\frac{1}{2}\right)\frac{W_p}{(U^2+W_p^2)^{\frac{1}{2}}},\quad b_2=\frac{W_p}{(U^2+W_p^2)^{\frac{1}{2}}},\quad l=\frac{L}{2E}(U^2+W_p^2)^{\frac{1}{2}},\quad h=\frac{H}{2E}(U^2+W_p^2)^{\frac{1}{2}}$$

で与えられる。

3．濃度分布の計算例と検討

基礎方程式(1)の解(3)による矩形水槽内の濃度分布の計算例を図－2，〜図－5に示す。底面における境界条件中のパラメータが $k>0$ の場合、沈澱物の再浮上を示すことは図－2、図－3から推察されよう。また流水などにおける浮遊物質の拡散では通常流下方向の拡散項 $\left(E_x\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}\right)$ は省略され放物型すなわち熱伝導型 $(x\to t)$ が用いられることが多い。しかし(1)式では流下方向の拡散項は省略しないで、残すことにより、入口の他に出口の境界条件をも含めることが可能となり，矩形水槽における浮遊物質の挙動という意味を明確にしえたものと思う。この出口における境界条件の影響は図－4，図－5においては明瞭ではないが、図－2，図－3においてうかがうことができる。パラメータ k のもつ物理的意味を確めるべく k と出口断面平均濃度 C_{EA} との関係を図－6，図－7に求めた。これらによれば、$k>0$ で底面の浮遊物質が再浮上し、しかも k の増加とともに濃度が増大していく様子がわかる。$k<0$ の場合は沈澱池と直接関係はないが物理的には沈澱物の底面からの吸収を意味する。すなわち $k<0$ では k の絶対値の増加とともに出口断面平均濃度 C_{EA} は減少している。なお、現在、濃度分布式(3)の妥当性を実験的に検証し，更にパラメータ k の値を推定すべく実験を進めている。

図-2 鉛直濃度分布 ($k>0$)

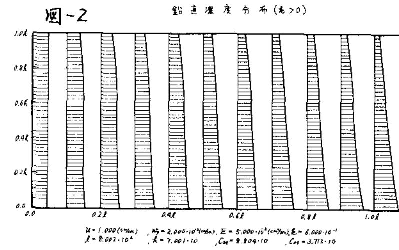


図-3 水平濃度分布 ($k>0$)

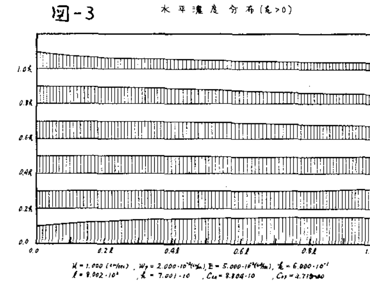


図-4 鉛直濃度分布 ($k>0$)

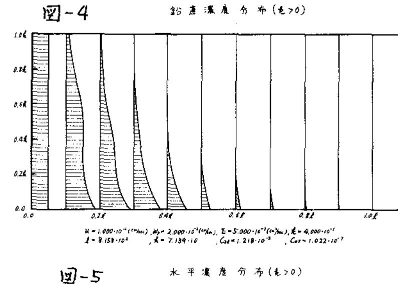


図-5 水平濃度分布 ($k>0$)

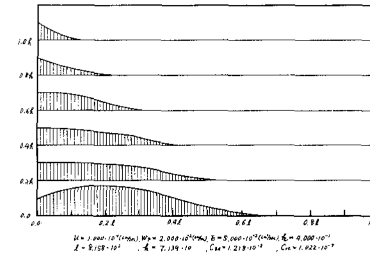


図-6 $C_{EA}\sim k$

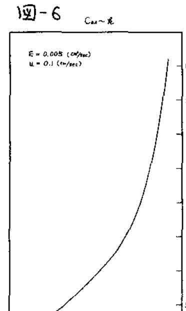
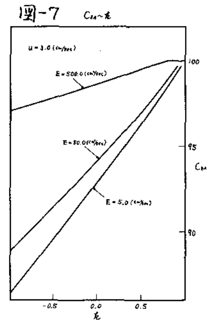


図-7 $C_{EA}\sim k$



参考文献

1) 高松武一郎、内藤正明：矩形沈澱池効率におよぼす均一流体混合の影響，土木学会論文集，第139号，昭42.3

2) 合田　健：上水浄化における水理学上の基礎的諸問題，京都大学学位論文，昭31，3