

京都大学工学部 正 員 岩佐義朗

京都大学大学院 学生員 ○武内 等

1 まえがき 一般に、多孔体の幾何学的構造は非常に複雑で、これを数式で表現するのは容易でなく、単純なモデルに置き変えられることが多い。しかし、多孔体の構造の複雑さはそれ自体が浸透流を特性づける重要な要素であり、モデルにおいてもその特性が保存されなければならない。そこで多孔体を確率変数により表わすと、複雑な空隙構造は統計的にはある規則性をもつと解釈できる。

本研究は、多孔体の水理特性が Darcy's law の成り立つ領域にあるとき、透水係数と空隙特性との関係を見出し、空隙構造の観察により透水係数を求めることを試み、さらに、乱数モデルによる空隙構造のシミュレーションを行う。すなわち、これらの考察に基づき、多孔体を構成する粒子の粒度分布および空隙率からその透水係数を予測しようとするものである。

2 空隙構造と透水係数 多孔体が異方性のあるとき、透水係数の主軸方向に座標軸を選ぶと、Darcy's law は次式で表わされる。ただし、 V : 速度ベクトル、 h : ピエゾ水頭および $\bar{K}$: 透水係数テンソルである。

$$V = -\bar{K} \text{grad } h, \quad \bar{K} = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

$\bar{K}$ を空隙構造との関連において求めるため、つぎの仮定をおく。

(i) 多孔体の空隙構造は、図-1 に示すように、その構成粒子により特徴づけられる任意の直径と方向をもつ中空円筒の樹枝状結合体である。各単位円筒は半径 a_i で、座標軸となす角は $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ であるとする。(図-2)

(ii) 各円筒状流路を通る流れは、Hagen-Poiseuille の法則に従う。

例えば (i) 式における k_x を求めるには、上の仮定を考慮し、軸方向に対し各単位円筒を流れる流量の合計が、Darcy's law によって表わされる流量と等しくなることを用いればよい。したがって、円筒の径と角度の取り方は独立であるとし、後者の生起確率を P で表わすと次式をうる¹⁾。A は断面積を示す (cf. (4) 式)。

$$\bar{K} = \frac{\pi P g}{8 \mu A} \sum a_i^4 \begin{bmatrix} \sum \cos \alpha_j P(\alpha_j), & 0, & 0 \\ 0, & \sum \cos \beta_j P(\beta_j), & 0 \\ 0, & 0, & \sum \cos \gamma_j P(\gamma_j) \end{bmatrix}, \quad \sum P(\alpha_j) = \sum P(\beta_j) = \sum P(\gamma_j) = 1 \quad (2)$$

以後、多孔体が等方等質とすると $k_x = k_y = k_z = K$ および $P(\alpha) = P(\beta) = P(\gamma) = P(\theta)$ となり、中空円筒が任意に選ばれた軸となす角を θ とすると、 $\sum \cos \theta P(\theta) = \int_0^\pi \cos \theta \sin \theta d\theta = \frac{1}{2}$ となり、つぎの K をうる。

$$K = \pi P g \sum a_i^4 / 16 \mu A \quad (3)$$

つぎに、 a_i を多孔体の切断面から求めるとき、図-3 のような断面では、長径 a_i^* の楕円であるが、計算の便宜上、円と仮定すると $a_i = a_i^* \cos \theta$ となるから、空隙率を入るとすれば次式をうる。

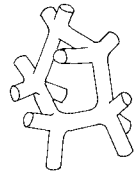


図-1

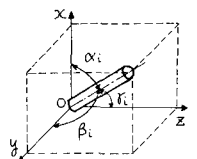


図-2

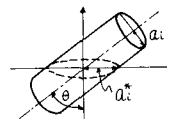


図-3

$$K = \frac{pg\lambda}{40\pi} \frac{\sum a_i^{*4}}{\sum a_i^{*2}}, \sum \pi a_i^{*2} / \lambda = A \quad (4)$$

a_i^* は以下の方法により求められる。

図-4Aで浸透層の断面を横切る直線 l の空隙部および粒子部 g_i を順次求め

つぎに、B図に示すようにこの直線の粒子部の中央を折り三角形を作る。このとき粒子は円と仮定し断面全体では、与えられた入が保たれるようにし、三角形内の空隙面積と等面積の円の半径を $\bar{d}$ とすればよい。つぎに、この考えに基づき $\bar{d}$ のシミュレーションを行なう。

3 乱数モデルによる $\bar{d}$ のシミュレーション
浸透層は球形粒子からなるものとする。直径 l の円に直線が交わる時、円により切り取られる線分の期待値は $l/4$ であることを考慮し、球の直径を d とすれば、 g_i の期待値 $\bar{g}_i$ は $(\pi/4)d$ で与えられる。直線 l 上にある粒子の数を n とすれば、 l の長さの期待値は(5)式で求められる。図-6のフローチャートにより、乱数を用いて n 個の g_i を線分 l 上に配置し、 l から上に述べた三角形を組み、図-5で示されるような粒度分布をもつ浸透層における $\bar{d}$ の分布が求められる。ここで、(6)式により、一様乱数 R_d, R_i から g_i が求められる。

$$l = (\pi/4)^2 n \bar{d} / (1 - \lambda) \quad (5)$$

$$g_i = d \sqrt{2R_d - R_d^2} / \sqrt{2R_i - R_i^2} \quad (6)$$

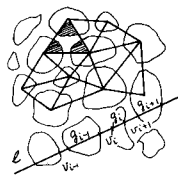


図-4 A

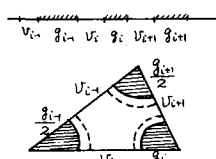


図-4 B

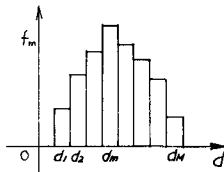
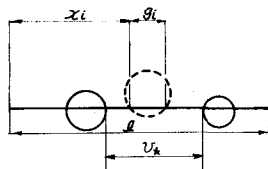
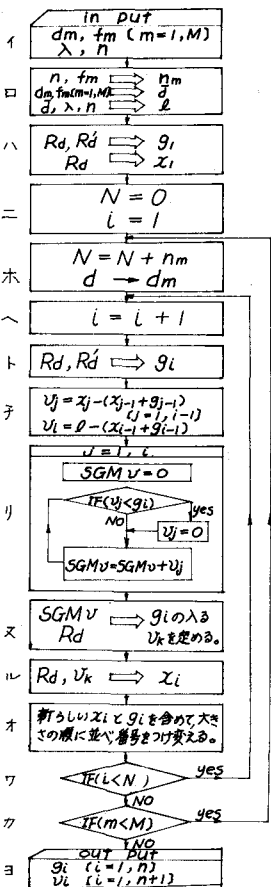


図-5

フローチャート



g_i : 直線に切り取れる i 番目の粒子部
 U_i : i 番目の空隙長
 x_i : i 番目の粒子の位置

M : 粒径の種類の数
 n : 計算で求める粒子の数
 n_m : n 個のうち f_m に相当する粒子の数
 dm : 分布中の m 番目の粒子の粒径
 $\bar{d}$: 平均粒径
 d : (6)式における粒径
 f_m : 分布中の m 番目の粒子の頻度
 λ : 空隙率
 l : (5)式による直線の長さ
 R_d : 0~1の一様乱数
(R_d は R_d とは異なる値を意味する)
 $SGMV$: g_i の入る空隙だけを
選り寄せ集めた値
→: 計算順序
⇒: 左の値を用いて、右の値を求める

図-6

4 あとがき 表-1は水(約20℃)による定水

位試験から求めた透水係数およびシミュレーション

($n=500$)による $\bar{d}$ を(4)式に用いた透水係数を示し、両者は良く一致していることがわかる。これらの値は、ほぼ均一な粒径の球形粒子の下での値であるが、今後は粒度分布をもつものについても検討を行なうつもりである。(表中の*はM. Muskat²⁾および**はF. Harleman³⁾による透水係数の値を示す。)

実験	$\bar{d}$	λ	K_1 (実験)	K_2 (simul.)	K_2/K_1
1	0.13	0.37	0.0171 ^{ms}	0.0122 ^{ms}	0.713
2	0.13	0.38	0.0174	0.0127	0.730
3	0.13	0.40	0.0198	0.0158	0.798
4	0.20	0.36	0.0298	0.0244	0.819
5	0.20	0.38	0.0331	0.0313	0.946
6	0.20	0.40	0.0381	0.0370	0.971
7	1.40	0.37	0.871	1.38	1.58
8	0.11	0.40	0.0089	0.0108	1.21
9	0.20	0.40	0.0253*	0.0358	1.41
10	0.36	0.40	0.0633**	0.119	1.88
11	0.92	0.40	0.471	0.775	1.65
12	2.00	0.40	3.34**	2.93	0.877

表-1

参考文献 1) 岩佐, 武内, 児玉「多孔性媒体の空隙構造と透水係数について」昭和44年関西学術研究会, 2) M. Muskat, "The flow of homogeneous fluids through porous media" 1946 3) F. Harleman, "Dispersion-Permeability correlation in porous media" Proc. A.S.C.E., Vol. 89, Hy 2, March, 1963.