

九州大学工学部 正員 椿 東一郎
 “ “ 平野 宗夫
 建設技術研究所 “ 〇右田 真

1. 緒言

貯水池内の堆砂による段丘前面の流れや砂堆前面の流れは段落部の流れとして取り扱うことが出来る。本文は、段落部における流れの特性を拘束された流れの場合における噴流と類似の現象であると考え、運動量の式を適用して段落部における流れの特性を解析しようとしたものである。また、流れに浮流砂が混在している場合、浮流砂の一部は段落部の渦領域にとらえられて堆積し、段丘や砂堆の進行速度に影響を与えるので、段落部における浮流砂のまきこみ量についても若干の実験を行ったので以下に報告する。

2. 実験装置と方法

実験に用いた水路は幅 60 cm で右図に示すように、下流端に微伏堰を設置し、この堰で水位を調節して段上の水深 h_0 と段落の高さ D との比 D/h_0 を自由に変えられるようになっている。はく離領域の長さ l は底面にはりつけた糸のなび

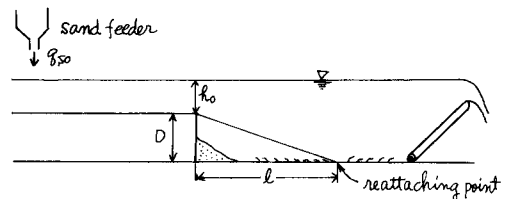


図-1 実験装置説明図

き方と色素注入により reattaching point を見つけて測定した。また、上流端の sand feeder より一定量の石炭粉(比重 1.38、 $d_{50} = 0.6 \text{ mm}$)を供給し、渦領域の中に沈み込んだ石炭粉をサイフォンで採取して測定し、摩擦速度 u_{*} は Preston tube により測定した。

3. はく離領域の性状

3.1 解析のモデル

図-2 に示すような流れのモデルを考える。図にははく離領域の長さ l が potential core の長さ l_p より大きい $l > l_p$ の場合だけが示されているが $l < l_p$ の場合も取扱いに本質的な差はないので、

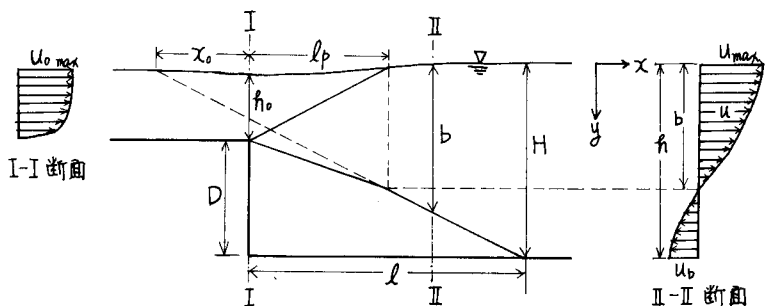


図-2 Flow Model 図

以下には $l \geq l_p$ の場合だけが示すことにする。流速分布は噴流域に対しては相似性を仮定して次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} \text{噴流域 } (0 \leq y \leq b) \quad \frac{u}{u_{\max}} &= f_1(\eta), \quad \eta = 1 - \frac{y}{b} \\ \text{逆流域 } (b \leq y \leq h) \quad \frac{u}{u_b} &= f_2(\eta, \xi), \quad \eta = \frac{y-b}{h-b}, \quad \xi = \frac{x}{h_0} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

3.2 基礎式

自由噴流においては噴流域で運動量が保存されるが、図-2のように境界で拘束される流れにおいては噴流域と逆流域の境界に抵抗力を生じ、噴流域内で運動量が保存されない。図-2の断面I, II間で連続の式と運動量の式を適用すると、次の2式が得られる。

$$\frac{U_{\max}}{U_0} \frac{b}{h_0} C_1 - \frac{U_b}{U_0} \frac{h-b}{h_0} D_1 = 1 \quad \dots\dots (2)$$

$$\left(\frac{U_{\max}}{U_0}\right)^2 \frac{b}{h_0} C_2 + \left(\frac{U_b}{U_0}\right)^2 \frac{h-b}{h_0} D_2 = \beta_0 + \frac{1}{2F_0^2} \left\{ \left(1 + \frac{D}{h_0}\right)^2 - \left(\frac{h}{h_0}\right)^2 \right\} \quad \dots\dots (3)$$

ここに、 U_0 : 断面Iにおける平均流速、 β_0 : 断面Iにおける運動量の補正係数、 $F_0 = U_0^2 / gh_0$ 。

$C_1 = \int_0^1 f_1(\eta) d\eta$, $C_2 = \int_0^1 f_1^2(\eta) d\eta$, $D_1 = \int_0^1 f_2(\xi, \eta) d\eta$, $D_2 = \int_0^1 f_2^2(\xi, \eta) d\eta$ で、その他の記号は図-2に示されているとおりである。

3.3 はく離領域の長さ l

reattaching point ($x=l$) においては $b=H=h$ であるから、式(2),(3)より $U_{\max}/U_0$ を消去して、

$$\frac{H}{h_0} = \sqrt{h_*^2 + 2F_0^2\beta_0 - 2F_0^2\beta_1 / (h_* + \Delta h/h_0)} \quad \dots\dots (4)$$

ここに、 $h_* = 1 + D/h_0$, β_1 : 噴流域の運動量補正係数で $\beta_1 = C_2/C_1^2$, $\Delta h = H - (h_0 + D)$

噴流においては $db/dx = \text{const.}$ と考えられるから、 l/h_0 と H/h_0 の間には直線関係が予想される。そこで、式(3)より求めた H/h_0 と l/h_0 の関係値をプロットすると図-3のようになり、描点はほぼ直線状となつている。図より、次式の係数 α と x_0/h_0

$$\frac{l}{h_0} = \alpha \left\{ \sqrt{h_*^2 + 2F_0^2\beta_0 - 2F_0^2\beta_1 / (h_* + \Delta h/h_0)} - \frac{x_0}{h_0} \right\} \quad \dots\dots (5)$$

を求めると、 $\alpha = 7.3$, $x_0/h_0 = 1.0$ となる。

$F_0 \rightarrow 0$ の場合は簡単に

$$\frac{l}{h_0} = \alpha \left(h_* - \frac{x_0}{h_0} \right) \quad \dots\dots (6)$$

すなわち、式(5)において $l=x$, $H=b$ と書きかえろと噴流幅 b に関して次式がえられる。

$$\frac{b}{h_0} = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{x}{h_0} + \frac{x_0}{h_0} \right) \quad \dots\dots (7)$$

3.4 表面流速の速減

表面流速の測定結果は図-4に示されている。それによると、 $D/h_0=1$ の場合は石原¹⁾ 及び清水路²⁾ における実験結果と一致したが、 D/h_0 の値により速減特性が異なり、 D/h_0 が小さい程速減が早く始まる傾向を有している。すなわち、速減の状態も自由噴流とは異なるようである。

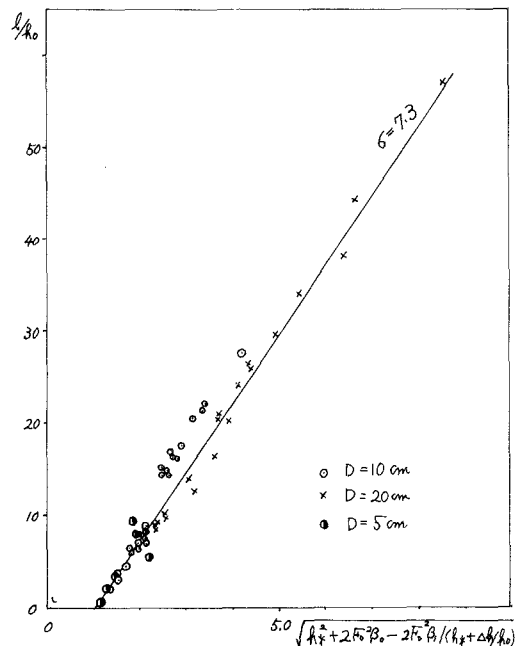


図-3 はく離領域の長さ

式(2),(3)より U_b を消去すると次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_{max}}{U_{0max}} &= \frac{\beta_2}{r_0 C_1} \frac{1}{\chi} + \frac{1}{r_0} \frac{\sqrt{\beta_0' \chi - \beta_2 \beta_1'}}{C_2 \xi_b} \frac{1}{\chi} \sqrt{\chi - \xi_b \beta_2 / \beta_1} \\ \chi &= h_x - \xi_b (1 - \beta_2 / \beta_1) + \Delta h / h_0, \quad \beta_0' = \beta_0 + \frac{h_x \Delta h}{F_0^2 h_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots (8)$$

ここに、 U_{0max} : 断面 I における表面流速, $r_0 = U_{0max} / U_0 = 1 + 2.5 / \varphi$, $\varphi = V / U_*$

上式に式(6)を入れ、本実験での値 $\beta_0 = 1.03$, $r_0 = 1.13$, $\sigma = 7.3$ と、Tollmien の自由噴流に対する流速分布より求めた β_1 を用い、 $\beta_1 / \beta_2 = 1.3$ として計算すると、図-4 に示すような線になり、計算値と実験値はかなりよく合っている。

$h_x \rightarrow \infty$ (すなわち自由噴流) のとき、式(8)は

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_{max}}{U_{0max}} &= \frac{1}{r_0} \sqrt{\frac{\beta_0}{C_2 \xi_b}} = K_0 \sqrt{\frac{2 h_0}{\chi + \chi_0}} \\ K_0 &= \frac{1}{r_0} \sqrt{\frac{\beta_0 \sigma}{2 C_2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots (9)$$

となり、周知の自由噴流の式となる。 σ , β_0 , r_0 に前記の値を用い、 C_2 として Tollmien の流速分布式より求めた $C_2 = 0.286$ 、および Schlichting の流速分布式より求めた $C_2 = 0.416$ を用いて K_0

を計算すると、それぞれ $K_0 = 3.21$ (Tollmien)、および $K_0 = 2.61$ (Schlichting) となり、Albertson の実験値 $K_0 = 2.28$ よりやや大きな値が得られる。

また、 $\xi_b \rightarrow h_x + \Delta h / h_0$ (すなわち reattaching point の極く近傍) のとき

$$\frac{U_{max}}{U_{0max}} = \frac{1}{r_0 C_1 \xi_b} = \frac{\sigma}{r_0 C_1} \frac{h_0}{\chi + \chi_0} \dots\dots (10)$$

となり、reattaching point の近くでは、表面流速は距離に逆比例するようになる。

3.5 Potential core の長さ

potential core の領域では $U_{max} = U_{0max}$ であるから、式(2),(3)より次式が得られる。

$$\xi_b = \frac{1}{r_0^2 C_1 (\beta_1 - \beta_2)} \left[\frac{1}{2} (\beta_0' + r_0^2 C_2 h_x) - r_0 \beta_2 C_1 - \sqrt{\left\{ \frac{1}{2} (\beta_0' + r_0^2 C_2 h_x) - r_0 \beta_2 C_1 \right\}^2 - r_0^2 C_1 (\beta_1 - \beta_2) (\beta_0' h_x - \beta_2)} \right] \dots\dots (11)$$

また、式(7)において $\chi = l_p$ とおくと

$$\frac{l_p}{h_0} = \sigma \left(\xi_b - \frac{\chi_0}{\sigma h_0} \right) \dots\dots (12)$$

となる。式(12)に式(11)を代入すると l_p / h_0 が得られる。 r_0 , β_0 , β_1 / β_2 , σ 等に前記の値を用い、 C_1 , C_2 を Tollmien の流速分布式より求めて、式(11),(12)より $l_p / 2 h_0$ を計算すると図-5 のようになる。それによると、 D / h_0 が小さいと $l_p / 2 h_0$ も小さく、 D / h_0 が增大するにつれて $l_p / 2 h_0$ も増えているが

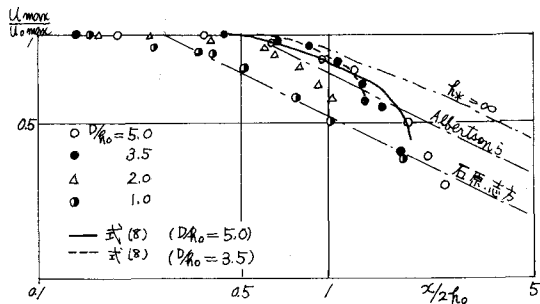


図-4 表面流速の減速

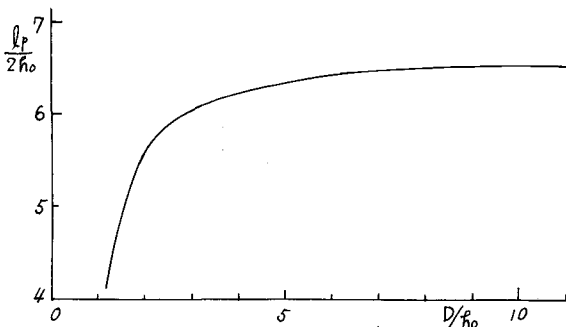


図-5 $l_p / 2 h_0$ と D / h_0 の関係

これは図-4の表面流速の逆減開始位置の傾向をよく示している。

次に、式(11)において $h_* \rightarrow \infty$ (自由噴流) とすると $S_b = 1/\sigma_0^2 C_2$ となり、 $S_b \rightarrow h_*$ ($l \rightarrow l_p$) とすると $S_b = 1/\sigma_0 C_1$ となるので、 $\sigma_0 = 1.13$, $\sigma = 7.3$, $x_0/\sigma h_0 = 1.0$ として $l_p/2h_0$ を求めると次のようになる。

$$h_* \rightarrow \infty \text{ の場合 } \frac{l_p}{2h_0} = \begin{cases} 6.6 & (\text{Tollmien の } C_2 = 0.283 \text{ を用いた場合}) \\ 3.4 & (\text{Schlichting の } C_2 = 0.416 \text{ "}) \end{cases}$$

(Albertson らの実験では $l_p/2h_0 = 5.2$)

$$S_b \rightarrow h_* \text{ の場合 } \frac{l_p}{2h_0} = \begin{cases} 4.1 & (\text{Tollmien の } C_1 = 0.416 \text{ を用いた場合}) \\ 2.2 & (\text{Schlichting の } C_1 = 0.550 \text{ "}) \end{cases}$$

4. 浮流砂のまきこみ

渦領域に沈みこむ浮流砂の量 g_{sf} は、 $y=b$ における浮流砂濃度を C_0 、上向き流速成分を v とすると

$$g_{sf} = \int_0^l \left\{ (w_0 - v) - E_s \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_{y=b} \right\} dx \quad \dots\dots (14)$$

ここに、 E_s : 砂粒の拡散係数である。実験結果によると、同一水理条件においては、供給浮流砂量 g_{s0} を変化させても渦領域に沈みこむ量の割合 g_{sf}/g_{s0} は殆んど変化しない。従って、同一水理条件のもとでは濃度 C_0 は g_{s0} に比例すると考えられるから、次の関係が予想される。

$$C_0 = C_0 f_1(x/h_0), \quad (\partial C / \partial y)_{y=b} = C_0 f_2(x/h_0) = C_0 f_3(x/h_0) \quad \dots\dots (15)$$

ここに、 C_0 は段落下における浮流砂の底面濃度で、濃度分布として Lane-Kalinske の式を用いると

$$C_0 = \frac{g_{s0}}{P \varphi}, \quad P = \int_0^l \left[1 + 2.5 \frac{u_*}{v} (1 + \log \eta) \right] e^{-15 \frac{w_0}{u_*} \eta} d\eta \quad \dots\dots (16)$$

また、 w_0 の u_{max} の u_0 , E_s の bu_{max} の bu_0 で、かつ、 u_0 の u_* であるから、式(14)に式(15)、(16)を代入すると、

$$\frac{g_{sf}}{g_{s0}} = \frac{1}{P \varphi} \frac{w_0}{u_*} \frac{l}{h_0} \left[\int_0^1 f_1 \left(\frac{\xi}{h_0} \right) d\xi - K \frac{u_*}{w_0} \int_0^1 f_3 \left(\frac{\xi}{h_0} \right) d\xi \right] \quad \dots\dots (17)$$

となる。K は定数である。従って、 g_{sf}/g_{s0} は w_0/u_* , φ および l/h_0 の関数であると考えられる。

図-6 は実験結果をプロットしたものである。それによると、 g_{sf}/g_{s0} は w_0/u_* が同じ値の場合 l/h_0 の増加とともに漸増しているが、変化の割合は小さく、主として w_0/u_* に規定されることかわかる。

5. まとめ

以上を要約すると次のようである。

1) 段落下部の流れを噴流と類似の現象と考え、はく離領域の長さ l を求める式、表面流速逆減の式および potential core の長さを求める式を導いた。

2) 段落下の渦領域に沈みこまれる浮流砂量の割合について実験を行った。

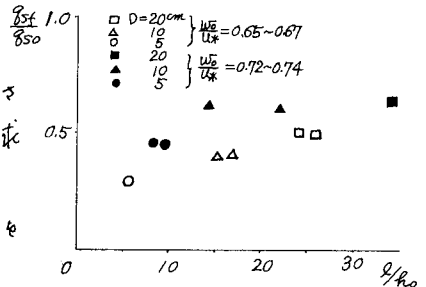


図-6 g_{sf}/g_{s0} と l/h_0

参考文献

- 1) 石原志方：雨水路急流部の水理学的性状に関する研究、土木学会論文集 第120号 1966
- 2) Albertson ら： Diffusion of submerged jet. Trans. A.S.C.E. Vol 115, 1948