

II-85 浮遊砂運動のシミュレーション

建設省土木研究所

正

土屋昭彦

星畑□□

学主員

仲道喜一

非定常時の浮遊砂の運動機構と層分化モデルによって追跡する試みは A. A. Kalinske⁽¹⁾ により実施されてきているが、当時の数値計算技術の限界のもとにいくつかの問題点が残されている。ここでは、

(1) カリンスクの層分化モデルの修正

(2) 河床からの浮遊砂量の供給のモデル化

の二つを通して、浮遊砂運動のシミュレーションを試みた。さらにその層分モデルを検証するために E. A. Einstein⁽²⁾ の Wash load の実験結果および当所における実験結果と比較した。

1. 層分化モデル

浮遊砂の輸送現象と最も簡単な

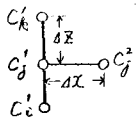
$$U \frac{\partial C}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + W_0 \frac{\partial C}{\partial z} \quad \left(\begin{array}{l} U: \text{流れ方向の流速, } C: \text{任意位置の濃度} \\ \varepsilon: \text{渦動拡散係数, } x, z: \text{流れおよび深さ方向} \end{array} \right) \quad (1)$$

について考える。本式は、二次元の

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \varepsilon \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) + W_0 \frac{\partial C}{\partial z} \quad (2)$$

より、 $\partial C / \partial t$ と上流から定常な流入があり、任意点の水理量も変化しない範囲で考えるものとして無視し、 $\partial^2 C / \partial x^2$ と $\partial^2 C / \partial z^2$ に比して小さいものとして無視したものである。

この(1)式について、カリンスクは図-1の mesh にもとづいて層分化を行い、計算を実施している



。すなわち

$$U \frac{C_j^i - C_j^{i-1}}{\Delta x} = \varepsilon \frac{C_k^i - 2C_j^i + C_c^i}{\Delta z^2} + W_0 \frac{C_k^i - C_j^i}{\Delta z} \quad (3)$$

図-1 差分メッシュ

これをより、

$$C_j^i = C_j^{i-1} + M [(C_k^i - 2C_j^i + C_c^i) + K (C_k^i - C_j^i)] \quad (4)$$

$$\text{すなわち } M = \Delta x \varepsilon / U \Delta z^2, \quad K = \Delta z W_0 / \varepsilon$$

カリンスクは、(4)式の演算に際し、 $\Delta x = U \Delta z^2 / \varepsilon$ ととり、さらに $C_j^i = 0.5 (C_k^i + C_c^i)$ の仮定のもとに数値計算を実施している。このため實際上、拡散項が消えてしまうこととなる。

次に、図-1の mesh 構成による河床の濃度の計算は実施できないため、その値は仮定されなければならぬとして、実際上は平衡時の河床濃度 C_0 を与えているようである。

カリンスクの数値計算には、上記二つの問題点があるが、拡散の問題については放物型の不安定性の問題から $M < 1/2$ とすればよいであろう。河床濃度の問題については、浮遊砂の河床、水降する量は、河床濃度 C_0 と水降速度 W_0 と考えられるが、河床濃度と常に C_0 と仮定すれば上流、浮遊砂がもたらげられなくなる。このため河床濃度と逐時変化するようなモデルの導入が必要となり、また、河床

および水面の拡散係数 $\frac{2^2}{\omega^2}$ といかに近似するかということが問題となる。

二二では、カリンズ7と同様に^{およびU}水深方向に一変として以下のような差分モデルを構成した。

(1) 河床からの浮遊砂の浮上を考慮、その水深方向の濃度分布を $C_s(x)$ とする。

(2) 中間葉については、 $M < 1/6$ として(4)式の演算を実施する。

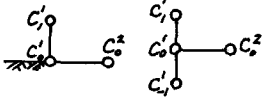


図-2

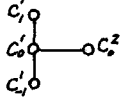


図-3

(3) 河床については、図-2のような mesh が構成されるが、図-3の Δz と河床の下に隔壁の底面を考慮してやり、この C_b を C_s^j とする。

(4) 水面については、そのすぐ下の濃度勾配が保たれるものとする。

以上の考えより、各葉の濃度は以下の通り求められる。

中間葉 $C_j^* = C_b^j (M + Mk) + C_s^j (1 - 2M - Mk) + C_{sj}^* M + C_{sj}$ (5)

河床 $C_b^j = C_s^j (M + Mk) + C_{sj}^* (1 - M - Mk) + C_{so}$ (6)

水面 $C_{TN-1}^* = C_{TN-1}^* \times (C_{TN-1}^* / C_{TN-2}^*)$ (7)

表-1 差分式の係数表

位置	C_{j-1}	C_j	C_{j+1}	横方向係数	斜方向係数	C_{sj}
0(河床)		$1 - M - Mk$	$M + Mk$	1	$1 - Mk$	1
1	M	$1 - 2M - Mk$	"	1	1	1
2	"	"	"	1	1	(注)
J	M	$1 - 2M - Mk$	$M + Mk$	1	1	1
...	...	...	...	...	...	...
JN-2	"	"	"	1	1	1
JN-1	M	$1 - 2M - Mk$	$M + Mk$	1	$1 - M + C_{TN-1}^* / C_{TN-2}^*$	$M + Mk$
JN(水面)	C_{TN-1}^* / C_{TN-2}^*			C_{TN-1}^* / C_{TN-2}^*		

以上の差分式を考察すると、第一の通りである。第一によると横方向の係数は差分式そのものを示し、斜め方向の値は各ステップでの各層の変化を示す。即ち河床では Mk ずつ減少し中間葉ではバランスしている。河床の減少濃度 Mk は水流量 Q_{w0} に対応するものがあり等価なものと考えられる。水面については上記仮定をもうける。

他の位置よりも影響が小さいと考えられるため計算上を考慮するものとする。さて、計算に与える差分式による平衡状態とカリンズ7式の平衡状態と比較してみよう。中間葉において、 C_{sj} が0の部分について平衡時を考えると、(5)式において C_s^j と等しいから、 $C_j^* = C_s^j$ として変形すると

$$C_j^* = [(1+k) C_b^j + C_s^j] / (2+k) \quad (8)$$

一方カリンズ7の濃度分布式に従うと、

$$C_b^j = e^{-\frac{Q_{w0}}{Q_{w0} + Q_{w1}}} C_{b0}, C_s^j = e^{+k} C_b^j, C_b^k = e^{+k} C_s^j = e^{-2k} C_s^j \quad (9)$$

さて、 C_b^j の係数を(8)式と等しいとおき、 C_b^k の係数を α とすると

$$C_b^j = (e^{+k} C_b^j) = C_b^j / (2+k) + \alpha C_b^k \quad (10)$$

表-2

K	α	β
0.1	0.523	0.524
0.2	0.542	0.546
0.3	0.557	0.566
0.4	0.564	0.584

(10)式に(9)式を代入して α を求めると、 $\alpha = e^{+k} - e^{-2k} / (2+k)$ (11)

この α が(8)式の C_b^k の係数 $(\beta = (1+k) / (2+k))$ と等しければ以上の差分式によって平衡状態が表現できると考えられるが、 k の変化に伴う数値の差は第一の通りである。

これより、 k が小さい場合 (U_b/w_0 が大、 Δz が小) は妥当な計算が実行できるが、 k が大きくなるほど β が大きくなる。従って、計算に与える k を小さくする

ような Δz を採用しなければならぬ。

最後に浮遊砂の運動過程として以上のような差分モデルをとり、以下(5)、(6)式の C_{sj} 、 C_{so} とし

て導入した河床からの浮遊砂の浮上について考える。

これは浮遊砂の連続の式である(1)式に、運動方程式を導入したことになるが考えられるが、この関係についてはなお不明であり、今後実験的に検討しなければならない。

いま河床からの浮上量を単位面積、単位時間当り g_s とする、この g_s は平衡時の河床濃度 C_{s0} と関係すると、

$$g_s = C_{s0} w_0 \quad (12)$$

となる。さて、1層分之間 $\Delta z = \Delta x / u$ 、 $\Delta x \times$ 単位巾について浮上する砂量は、 $g_s \times \Delta x^2 / u$ と書われる。

浮上砂の濃度分布を $C_s(z)$ とすると、1層分之間の浮上砂総量は

$$\Delta x \int_0^h C_s(z) dz$$

となり、浮上量とのバランスから

$$\Delta x \int_0^h C_s(z) dz = g_s \Delta x^2 / u \quad (13)$$

(13)式に(12)式を代入すると、

$$\int_0^h C_s(z) dz = C_{s0} \Delta x w_0 / u \quad (14)$$

図-4 浮上モデル と表される。この $C_s(z)$ は実験的に検討されるべきものであるが、今回は図-4のような図数形を想定して本層分モデルによる浮上過程を検討した。図-4の場合、 C_{s0} と C_{s0} は

$$C_{s0} = \frac{1}{2} \frac{u}{w_0} \cdot \frac{UP \cdot \Delta x}{\Delta x} \cdot C_{s0} \quad (15)$$

となる。 Δx を $M < 1/6$ より $M = 0.1$ とおき、 $z = \pi u^2 / 15$ と

すると、 $C_{s0} = \frac{UP \cdot h}{2 \Delta x} \cdot \frac{u^*}{w_0} \cdot C_{s0}$ (16)

これより C_{s0} が求まると $C_{s0} \cdot UP$ を算定することが出来る。

2. 沈降過程に於ける本モデルの適用

河床からの浮上がなく、沈降のみの場合について(4)、

(5)式において $C_{sj} = 0$ 、 $C_{s0} = 0$ とし初期条件を与えること

によって計算を実施することになる。

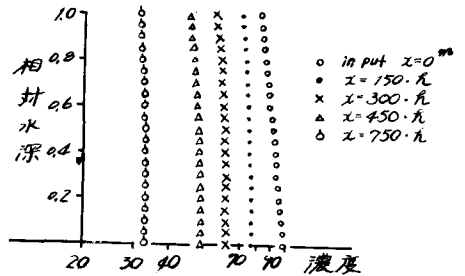


図-5 沈降過程の計算結果 ($U^*/w_0 = 75.9$)

本問題に於ける適用の可能性を検討するためのアインシュタイン

の砂利河床上の Wash load の沈降実験および土木研究所において実施した滑面河床上の沈降実験結果と比較した。アインシュタインは、流水路において河床に $3.8\text{mm} \sim 15.2\text{mm}$ の砂利を置き、 $3.8\text{mm} \sim 22\text{mm}$ の Wash load をおいて浮遊砂濃度が半減する時間と求め、理論的な考察を加えて半減期 T とした

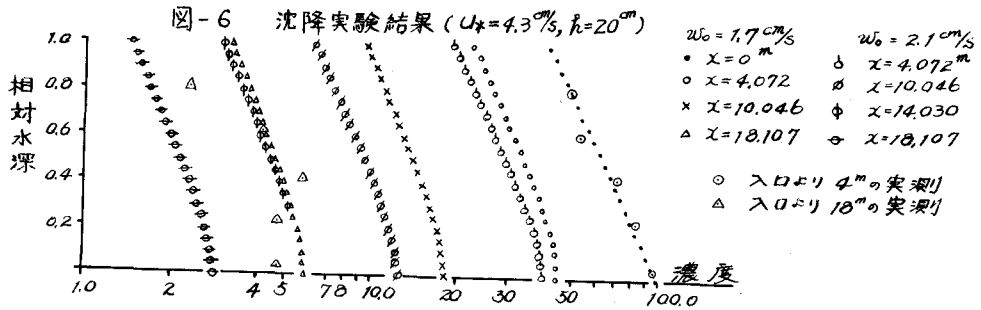
$$T = 0.692 PR / w_0 \quad (P \text{ は濃度分布に因する補正係数}) \quad (17)$$

を得た。本実験範囲のうち最も U^*/w_0 が大きい方に属する $U^*/w_0 = 75.9$ に対する実験結果は図-5の通りで、両者の比較は表-3の通りである。この両者の一致は非常に良好である。次に U^*/w_0 が 30 等の値について計算を実施し、両者を比較してみれば表の通り、 U^*/w_0 が小さくなるにつれて濃度分布の影響が著わらなくなる。河床付近の C の分布はほぼ全田の沈降槽に対する $z/w_0 = 0$ に近い値を示している。

土木研究所においては、滑面 24mm 水路の上流端で浮遊砂を攪はんしながら補給し、流水方向 3m 所において濃度分布を求める実験を行った。上流端から 6m の採水濃度分布と与えて計算結果と比較

表-3

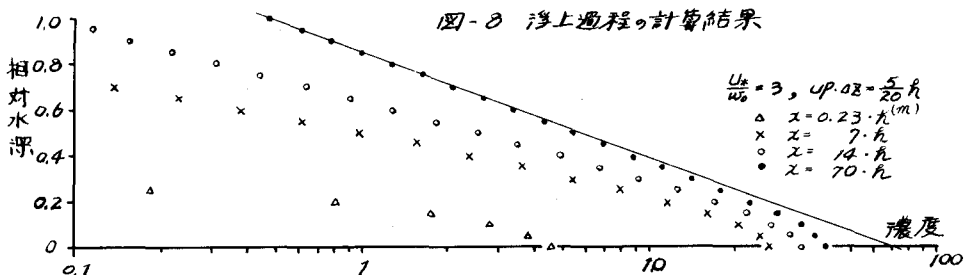
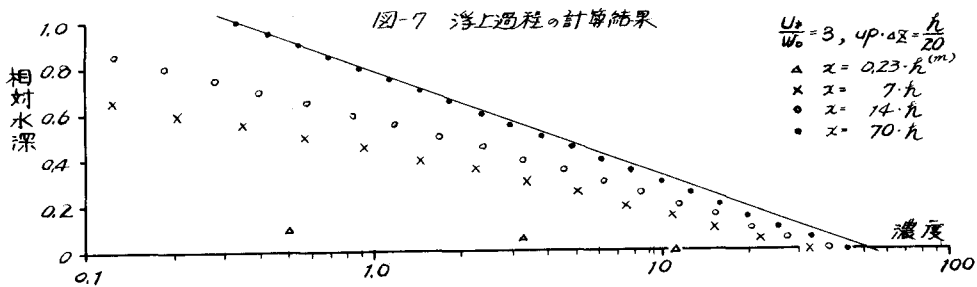
U^*/w_0	$T \cdot U / \Delta x$	
	Einstein (77)	今回の計算
75.9	13300	13600
50	7590	8800
30	4160	5050
10	1020	1350



すると、図-6 の通りである。本実験の水流量は水路巾 $= 0.6 \text{ m}$ 、水深 $= 20 \text{ cm}$ 、 $Q = 50 \text{ l/s}$ 、 $U_* = 4.3 \text{ cm/s}$ 、河床勾配 $1/500$ で下流端で虹上げを行、その通りである。補助物粒径は $0.088 \text{ mm} \sim 0.42 \text{ mm}$ 、平均 0.22 mm 、 20 m 地裏の採水物の平均粒径は 0.16 mm であり、計算は $w_0 = 1.6 \text{ cm/s}$ と 2.1 cm/s の両者にのいて実施した。今後、粒度分佈を考慮した計算方法の開発が必要であるが、本モデルによ、ても沈降過程の計算は十分な精度で実施しうものと考えられる。

3. 浮上過程に関する本モデルの適用

浮遊物の浮上過程については、現在実験と実施中であるが、図-4 の浮上濃度の値と浮上過程と検討した。ここでは $U_* / w_0 = 3$ について、浮上の傾斜と $U_* \cdot \Delta x = \frac{h}{20}$ および $\frac{5h}{20}$ について計算してみた。計算結果は図-7、8 の通りである。初期の河床付近の濃度変化が特に大きく、粒径によりそれと除々に全水深に伝播していく様子がわかる。平衡時の濃度分佈形としく、浮上開始時から下流 $x = 70 \text{ h}$ の地裏の濃度と等し、カリー・ス7 の濃度分佈 (実線) と比較しては水深の上側の濃度はほぼ一致し、下側の値がわかれてくる。このずれは、浮上の傾斜が大きい程大きくなる。今後実験結果と比較しながらモデルの改善を試みていきたい。



【参考文献】

- (1) Kalinske, A. A: Trans. A.G.U. (1940)
- (2) Einstein, H. A: Proc. ASCE, HY 5 (1968)