

九州大学工学部 正員 檜 東一郎

" " 平野 栄夫

" 大学院 学生員 ○渡辺 訓南

1. 緒言

滑面水路流れにおいて固体粒子、あるいは砂礫を堆積せずに輸送する限界の流砂量については、石原¹⁾、岩垣²⁾、嶋³⁾、Pedroli³⁾ などによって詳細な実験が行なわれ、滑面水路流れにおける流砂量は移動床流れの流砂量よりも一般に大きいこと、また、その差異は粒径の大きい程、勾配の緩やかな程著しいことが実験的に示されている。しかしながら、掃流形式によって輸送される砂粒子の運動性や輸送機構についての理論的な取り扱いが困難であって、上述の実験結果を裏付ける理論的な説明は今のところ与えられていない現状である。そこで、我々は群をなして移動する砂粒と底面附近の流れとの干渉効果について新しいモデルを提案して、滑面水路における流砂量式を導き、既往の実験資料と比較して若干の考察を加えたものである。

2. 砂石衆の運動機構

滑面水路の流砂量については、群をなす移動粒子と水路床附近の流れとの干渉効果が著しく、水路床近く近傍の流れや粒子の移動速度などは単独粒子の場合とは異ってくることが予想される。この干渉効果について次のような簡単なモデルを設ける。

水路面上を単位面積あたり n 個の砂礫粒が移動しているときには、水路床に働く全抵抗 PU_*^2 は砂粒のうける抵抗 nF と乱れによる摩擦抵抗 PU_*^2 とに分けられるものとする。従って流れを便宜上 2 つの層に分け、近似的に掃流層 ($0 \leq y \leq d$) の流れは U_* に規定され、掃流層外側 ($d \leq y \leq h$) の流れは U_*' に規定されているものとする。この考えのもとに、河床における応力の平衡条件は

$$PU_*^2 = nF + PU_*'^2, \quad P: \text{水の密度}, \quad U_*: \text{摩擦速度} \quad (1)$$

ここで、抵抗 F は河床の動摩擦係数を μ' 、砂の密度を ρ_s として、 $F = \mu'(\rho_s - \rho)(\pi/6)d^3g$ 、また、移動粒子密度を P とすれば $n = P/(\pi/4)d^2$ と表わされるから、 s を砂の水中比重として

$$U_*^2 = (2/3)\mu'sgdP + U_*'^2 \quad (2)$$

流速分布は、上述の考え方から、滑面水路において次式を仮定する。

$$0 \leq y \leq d \quad \text{で} \quad \frac{U'}{U_*} = A_s + 5.75 \log_{10} \frac{U_* y}{\nu} \quad (3)$$

$d \leq y \leq h$ では従来の分布式

$$\frac{U}{U_*} = A_s + 5.75 \log_{10} \frac{U_* y}{\nu} \quad (4)$$

ここに、 A_s 、 A_s' は定数、 ν は水の動粘性係数である。流速分布を $y=d$ で接続させ、式 (2)、(3) から得られる関係式

$$U_*'/U_* = \sqrt{1 - (2/3)\mu'(sgd/U_*^2)P} \quad (5)$$

を用いると、 $y > d$ における流速分布は次式のようなになる。

$$\frac{u}{u_*} = (A'_s + 5.75 \log_{10} \frac{u_* d}{\nu}) \sqrt{1 - \frac{2}{3} \mu' \frac{sgd}{u_*^2} P} + 5.75 \log_{10} \frac{y}{d} \quad (6)$$

ここで、平均流速を V 、水深を h とすると、流速係数 φ は

$$\varphi = \frac{V}{u_*} = \frac{1}{h} \int_0^h \frac{u}{u_*} dy = \frac{1}{h} \frac{u_*}{u_*} \int_0^h (A'_s + \frac{1}{K} \log_{10} \frac{u_* y}{\nu}) dy + \frac{1}{h} \int_0^h (A + \frac{1}{K} \log_{10} \frac{y}{d}) dy$$

ここで、 A は式 (6) の A'_s 項を置換表示したものである。上式の積分を計算して常用対数に直し、掃流力の無次元表示式を用いれば

$$\varphi = (A'_s + 5.75 \log_{10} \frac{u_* d}{\nu} - 2.5 \frac{d}{h}) \sqrt{1 - \frac{2}{3} \mu' \frac{P}{\psi}} - 2.5 (1 - \frac{d}{h}) + 5.75 \log_{10} \frac{h}{d} \quad (7)$$

従って、 P と ψ との関係は次式で表わされる。

$$P = \frac{3}{2\mu'} \psi \left[1 - \left\{ \frac{\varphi - 5.75 \log_{10} (h/d) + 2.5 (1 - d/h)}{A'_s + 5.75 \log_{10} (u_* d/\nu) - 2.5 d/h} \right\}^2 \right] \quad (8)$$

いま、砂粒の移動速度を u_B とすると、単位時間、単位幅 b の流量 Q_B は次式で与えられる。

$$Q_B = n \cdot u_B \cdot (\pi/6) d^3 \quad (9)$$

移動速度としては、著者ら⁵⁾の導いた球が1個の場合の移動速度式において、球に働く揚力、およびマグナス効果を無視すれば簡単に $u_B/u_* = 1 - \sqrt{(4/3)(\mu'/C_D)(sgd/u_*^2)}$ と表わせる。従って、

$$\frac{Q_B}{u_* d} = \frac{2}{3} P \varphi' \left(1 - \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\mu'}{C_D} \frac{sgd}{u_*^2}} \right), \quad \text{ここに} \quad \varphi' = \frac{u}{u_*} = \frac{u}{u_*} \frac{u_*}{u_*} = \frac{u_*}{u_*} (A'_s + 5.75 \log_{10} \frac{u_* d}{\nu})$$

さらに変形すると

$$\frac{Q_B}{u_* d} = \frac{2}{3} P \sqrt{1 - \frac{2}{3} \mu' \frac{P}{\psi}} \left\{ A'_s + 5.75 \log_{10} \left(\frac{u_* d}{\nu} \sqrt{1 - \frac{2}{3} \mu' \frac{P}{\psi}} \right) \right\} \left\{ 1 - \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\mu'}{C_D} \frac{1}{\psi \varphi^2}} \right\} \quad (10)$$

を得る。ここに、 $\psi = u_*^2 / sgd$ 、 C_D は球の抵抗係数である。従って、 h と u_* には φ がわかれば式 (5)、(8) より移動粒子密度 P が求まり、式 (10) によって流量 Q_B を計算することができる。

なお、流速係数 φ は摩擦損失係数 f とすると $\varphi = \sqrt{8/f}$ で表わされるが、Pedroli は摩擦損失係数の式として Colebrook の式

$$\frac{1}{f} = -2 \log_{10} R_s \left(\frac{1}{2} \frac{k_s}{d} + \frac{18.7}{\sqrt{f} \cdot 4 d u_* / \nu} \right) \frac{1}{7.4} \quad (11)$$

を用い、相対粗度 k_s に対して次の実験式を提案している。

$$\frac{k_s}{d} = 0.444 \sqrt{\frac{r R_s I}{r_s d}} ; \left(\frac{r R_s I}{r_s d} \geq 0.02 \right), \quad \frac{k_s}{d} = 3.3 \left(\frac{r R_s I}{r_s d} \right) ; \left(0 < \frac{r R_s I}{r_s d} < 0.02 \right)$$

ここに、 R_s : 径深、 r および r_s : 水および砂の単位重量、 I : 損失水頭勾配である。

3. 計算結果と実測値との比較

水路床の砂粒で構成されている移動床水路においては、流砂量の強度 $Q_B / u_* d$ は掃流力の無次元表示式 $\psi = u_*^2 / sgd$ の関数として表示され、Brown 公式、Einstein 公式、佐藤吉川・芦田公式などがよく知られている。既往の実験資料より ψ と $Q_B / u_* d$ を求めてプロットすると図-1 のようになる。使用した資料の諸元は表-1 に示す。しかし滑面水路においては式 (8)、(10) において $u_* d / \nu = \sqrt{\psi} \cdot \sqrt{sgd} / \nu$ 、 $d/h = \psi \cdot 5/I$

であるから、 μ は ψ の他に $\sqrt{g\beta^3/\mu}$ と ψ/I がパラメーターとして入ってくる。式(8),(10)を用いて計算した μ と実測値とを比較したものが図-2である。なお、流速係数 ψ は式(11),(12)を用い、さらに $A'_s=5.5$ 、 $\mu'=0.3$ 、 $C_D=1.0$ として計算した。

表-1 資料一覧表

	試料	水中比重	粒 径 d	勾 配 I
石原ら	砂	1.65	0.13, 0.0885, 0.052, 0.028, 0.019	0.002, 0.005, 0.01, 0.0333
嶋ら	砂	1.65	0.2395, 0.0838, 0.0536	0.02, 0.01, 0.005, 0.0025
Pedroli	砂	1.70	1.11, 0.89, 0.85, 0.52, 0.26	0.00104, 0.005, 0.0075, 0.01
早田	スケール	4.49	0.7, 0.23, 0.046	0.0025, 0.0333

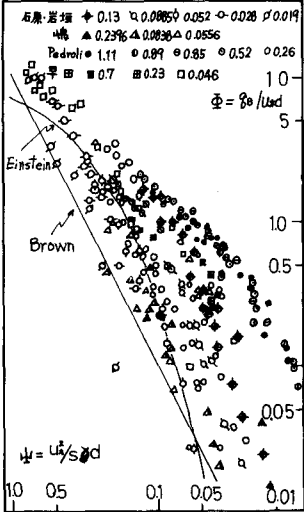


図-1 μ と β_0 の関係

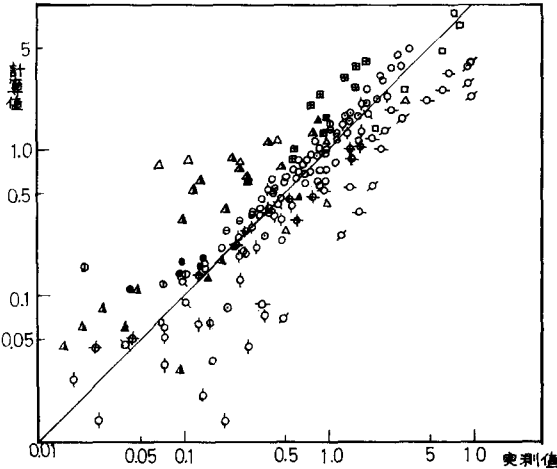


図-2 実測値と計算値との比較

計算結果は図-2に示すように、実測値と計算値とは図の左下方の教養を除けばかなり一致している。図-2にあらわれているばらつきに影響を与えるパラメーターとしては、相対粗度 β_0 、動摩擦係数 μ 、抵抗係数 C_D があげられるが、限界掃流力の近くでは、式(10)から明らかのように、この μ と C_D の誤差の影響が重って強く効いてくる。図の左下の部分で特にばらつきが大きくなっているのは、このためであると思われる。動摩擦係数については式(8),(10)から明らかのように、 $\beta_0/(\mu d)$ は動摩擦係数 μ に直接逆比例しているから、実測値と計算値との関係を図上で平行移動させる作用を持つ。例えば、石原らの場合についてみてみると、実測値に比して計算値の方が全体的にやや小さくなっており、ここで計算に用いた $\mu=0.3$ が実際にはもっと小さい値であることを予想される。相対粗度 β_0 はPedroliの実験式を用いて計算したが、これを石原らの場合に用いるのは問題があるし、相対粗度がばらつきを与える影響度もよくわからないので以下に検討してみた。図-3はPedroliの実験式で計算した相対粗度 β_0 を基準として、

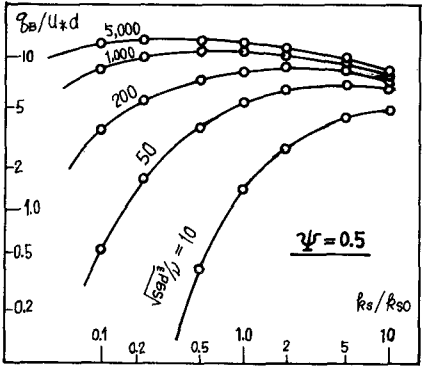


図-3 相対粗度の影響

相対粗度 k_s は k_{so} の 0.1 ~ 10 倍とし、 k 場合の流砂量の変化を $\sqrt{s}gd^3/\nu$ をパラメーターとして描いた計算曲線である。これより粒径の小さいところでは、その影響はかなり大きい、粒径が大きくなると、あまり影響を及ぼさないことがわかる。Pedroli の実験砂は $\sqrt{s}gd^3/\nu$ が 540 ~ 470 と大きい値なので相対粗度の影響はほとんどみられないが、石原らの場合は $\sqrt{s}gd^3/\nu$ が 10.5 ~ 188 の範囲であるために相対粗度はばらつきを与える大きな要素となっている。

図-4 は、5 個の ψ (0.5, 0.2, 0.1, 0.05, 0.02) の各について $\sqrt{s}gd^3/\nu$ を 10 ~ 5,000 と変化させて、式(10)で計算した曲線である。なお、 k_s は式(12)で計算し、勾配 I をパラメーターとしている。図から明らかのように、粒径が大きい程、また勾配の緩やかな程、流砂量は大きくなっており、前述した石原らの実験結果を理論的に裏付けしている。さらに、粒径の大きい範囲では勾配の影響はほとんどなくなり、粒径の影響も顕著でなく、従って、その範囲では、流砂量の強度 $\psi = g_B/u_*d$ と掃流力の無次元表示 ψ とは一義の関係にあり、 ψ を与えれば g_B/u_*d を決めることができる。

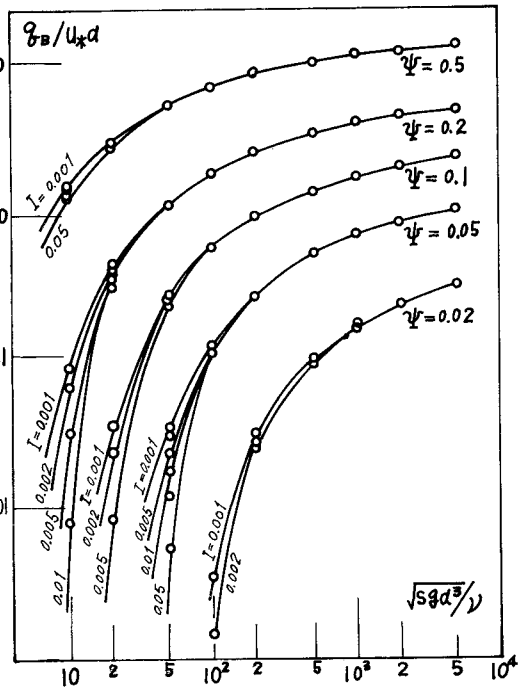


図-4 粒径と勾配の影響

あとがき

滑面水路を群をなして移動する砂礫がある場合について簡単なモデルを設け、掃流層における流速分布を式(3)のように仮定し、移動粒子密度 P の式(9)、流砂量の式(10)を導き、実験結果と比較してかなりの一致がみられた。さらに、粒径、勾配、動摩擦係数、相対粗度が流砂量に及ぼす影響を検討して実験結果を理論的に裏付けることも試みた。なお、流速分布式(3)の妥当性、移動砂礫相互の干渉、流砂の存在による相対粗度の変化などに向題が残されており、今後、これらの問題を逐次研究していくつもりである。

最後に、本研究に協力していた大阪府土木部の栗林邦夫氏に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 石原・岩垣・米石: On the effect bed-load movement in thin flow, Pro. 3rd Japan National Congress for Applied Mechanics 1953, 265 ~ 269 (1954)
- 2) 堀・早川: 掃流砂の運動機構と流砂量、第10回水理講演会講演集(昭41.2)
- 3) Pedroli: 滑面水路の土砂輸送、スイス連邦水経済局報—ベルン 1963 (についての) ート Vol. 50 (1965) 土木学会誌付 文献抄録
- 4) 早 田: 流砂量に関する実験的研究、九州大学学士卒業論文(昭42.3)
- 5) 椿・平野: 滑面水路における砂礫の移動速度について、第23回年次学術講演会講演概要(昭43)