

東京大学工学部

正員

○玉井 信行

東京大学大学院

学生員

林 博一

序 — 密度差を有する水平噴流の研究は、河口から流出する流れ、火力発電所の冷却水の放流などに関連して研究が進められている。本文は、著者の一人が本年の水理講演会において発表した考え¹⁾を三次元の問題へ適用した場合の結果と、二次元水路における流速、密度分布の測定の結果について述べたものである。

I. 三次元の温水放流問題

1-1 基礎式の誘導

考えている流れの状態を図-1に模式的に示す。基本の式は密度変化を無視した近似的な連続式¹⁾、および連続式並びに運動量方程式である。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = \epsilon_f \frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \epsilon_H \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (3)$$

ここに、 u, v, w はそれぞれ x, y, z 方向の速度成分；

ϵ_f は質量の拡散係数； ϵ_H は渦動拡散係数である。

式(1)~(3)を積分するに当たっては、混合の過程は摩擦応力の影響を殆んど受けない、と考え平均流に関しては各断面内で相似性が成立するものと考ええる。即ち、

$$u(x, y, z) = U(x) \cdot g\left(\frac{y}{B}\right) \cdot f\left(\frac{z}{h}\right) \quad (4)$$

$$\frac{\rho_w - \rho(x, y, z)}{\rho_w - \rho_m(x)} = \bar{g}\left(\frac{y}{B}\right) \cdot m\left(\frac{z}{h}\right) \quad (5)$$

ここに、 U ： x 軸上の流速； B ：水表面における噴流の半巾； h ： (x, y) 点における噴流域の厚さ；

ρ_w ：静止下層流体の密度； ρ_m ： x 軸上の密度； $g, f, \bar{g}, m$ ：分布関数である。更に、本文においては水平方向 (y 方向) の拡散のみを考慮し解の状態を考察しようとしている。

流れは x - z 面に関して対称であるから噴流域の半断面に関して積分し、周囲の流体塊から噴流中への連行量は噴流断面内の平均流速に比例すると考えると次式を得る。

$$y \frac{d}{dx} (UHB) = EU S \quad (6)$$

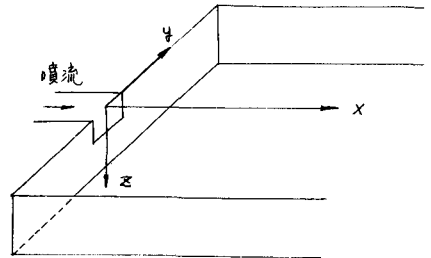


図-1 流れの模式図

こゝに $h = H(x) \bar{h}(\frac{y}{B})$; $\gamma = \int_0^1 \bar{h}(\xi) d\xi$; $\xi = y/B$; H : x - z 平面における噴流域の厚さ; E : 連行係数; $S = \int_0^B \sqrt{dh^2 + dy^2}$ (噴流域の境界の長さ) である。

式 (4), (3) を積分する際には次の 2 つの仮定を置く。

① $\epsilon_p = \epsilon_H (= \kappa B U)$

② 拡散係数の水深方向の変化は無視し、水面での値で代表させ得るものとする。

式 (2), (3) を噴流の半断面に関して積分し、式 (6) を利用して整理すると式 (7), (8) と得る。

$$\frac{dP_m}{dx} = \frac{P_w - P_m}{B} \left(\frac{ES}{\gamma H} - \frac{K}{\omega \delta} \right) \quad (7)$$

$$\frac{dU}{dx} = \frac{-P_w \frac{\tau \varphi}{\gamma} E U S + U H \left[K' \frac{d\bar{g}(\xi)}{d\xi} + K \frac{\theta \psi}{\omega \delta} (P_w - P_m) \right]}{H B [\rho_w \tau \varphi - \theta \psi (P_w - P_m)]} \quad (8)$$

式 (7), (8) と式 (6) に代入すると dH/dx 次のように求まる。

$$\frac{dH}{dx} = \frac{ES}{\gamma B} - \frac{H}{B} \frac{dB}{dx} + \frac{P_w \tau \varphi ES - \gamma H [K' P_w + K \theta \psi (P_w - P_m)] / \omega \delta}{\gamma B [\rho_w \tau \varphi - \theta \psi (P_w - P_m)]} \quad (9)$$

こゝに、 $K = \kappa \frac{d\bar{g}(\xi)}{d\xi}$; $K' = \kappa \frac{d^2 \bar{g}(\xi)}{d\xi^2}$; $\eta = z/h$; $\delta = \int_0^1 \eta f d\eta$; $\omega = \int_0^1 g \bar{g} \bar{h} d\xi$; $\tau = \int_0^1 f^2 d\eta$; $\varphi = \int_0^1 \bar{g}^2 \bar{h} d\xi$; $\theta = \int_0^1 \eta f^2 d\eta$; $\psi = \int_0^1 \bar{g}^2 \bar{g} \bar{h} d\xi$ 。

1-2 分布函数形と定数の決定

鉛直方向の分布は文献 1) で述べたものを踏襲する。即ち

速度分布 $f(\eta) = \exp(-\eta^2)$, 密度分布 $m(\eta) = 1 - \exp[-3(1-\eta)]$

水平方向の分布形としては、林・首藤・吉田²⁾の発表しているところを簡略化し、次式で近似させるものとする。

$$\bar{g}(\xi) = \bar{g}(\xi) = \exp(-3.5 \xi^2)$$

噴流域の厚さの水平方向分布に就いては詳細は不明であるが、Jen, Wiegel, Mobarek³⁾の観測結果を参照し、第 1 次近似として直線分布を考へる。

$$\bar{h}(\xi) = 1 - \xi$$

従って定数値は次のように決定される。

$$\delta = 0.474, \gamma = 0.500, \varphi = \omega = 0.263, \tau = 0.443, \psi = 0.226, \theta = 0.377$$

1-3 計算結果と考察

計算は、式 (7), (8), (9) を差分近似式で表わし、噴流中に軸上での Richardson 数に対応する連行係数 E の値を Ellison, Turner の実験結果⁴⁾から求め、次の格子点上の物理量を計算させた。差分の間隔は $\Delta x = \Delta x / B_0$ (B_0 は放出口の中) の値を 0.2 とした。

拡散係数を定める際に参考にしたのは自由噴流の場合の Albertson 等の実験結果と文献 2) である。⁵⁾ 前述のように噴流軸に垂直な断面内での変化は現在の段階では無視し、平均的な値に着目するものとする。こゝの値を得る。

自由噴流 (3次元) $\kappa \approx 1 \times 10^{-2}$, 温噴流 $\kappa \approx 8 \times 10^{-2}$

結果の比較を図-3に示すが、実験結果は林・首藤等が文献 2) で掲げたものである。計算による予想結果の大勢は文献 2) で求められたものとよく似ており、流速の減少率は実験結果をうまく表わしてい

ない。従って、本論文で用いられた方程式の組合わせではまだ現象を十分表わしていないことが判る。拡散係数に関して言えば、自由噴流の場合に比し非常に大きな実験結果を用いても速度の減少率は大局的には余り変化しないことがわかる。

II. 二次元水路における流速及び密度の測定

2-1 装置及び実験方法

速度及び密度分布の実体を知るために、二次元水路に塩水と貯え、淡水を噴出させて実験を行なった。水路は長さ 300 cm, 高さ 30 cm, 巾 10 cm のもので、高さが小さいので長時間の観測は不可能で、塩水の補給タンクを用いて約 15 分間は淡塩両水面の境界を一定の深さの地点に保ち得る。

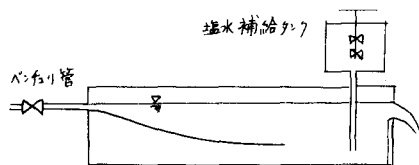


図-2 実験装置 概要

流速の測定は、水素気泡の動きを写真撮影して行なった。用いた白金線は径 30 μ のものであるが、上層と下層とは電導度が大きく異なるので同時観測は不可能であった。塩水を着色しておくことで、上層には乱れの影響が及ばない core と乱流拡散域の 2 つの部分が存在することが観測されるが、分布は拡散領域の中でのみ考える。密度の測定は、白金線を埋込んだプローブで電気抵抗の変化を読み行なった。

2-2 実験結果及び考察

図-4 に測定された速度分布を示す。深さは拡散領域の厚さ h と除し無次元化し、速度は拡散領域における最大流速で除し無次元化してある。これを見ると文献 1) の仮定及び本論文でも用いた速度の鉛直分布 $f(\eta) = \exp(-2\eta^2)$ は実状をかなりよく表わしているものと考えられる。

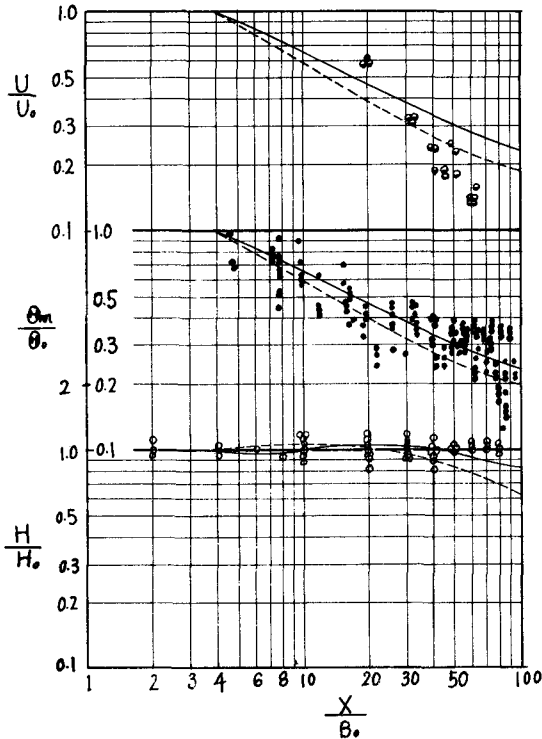
観測された密度分布の例を図-5 に掲げる。ここに、 ρ_w は下層の塩水密度であり、 ρ_s は拡散領域上面における密度である。図中の実線が仮定された曲線 $(\rho - \rho_s) / (\rho_w - \rho_s) = \exp[-3(1-\eta)]$ (但し $\eta=0$ において $\rho = \rho_s$ となるよう補正してある) を示す。仮定された分布函数は実験値の分布の傾向をよく示しているが、冪数の絶対値は多少小さい目であると言えよう。

本実験を行なうにあたっては、東京大学河川研究室 広沢氏に種々御協力頂いた。記して謝意を表める。

参考文献

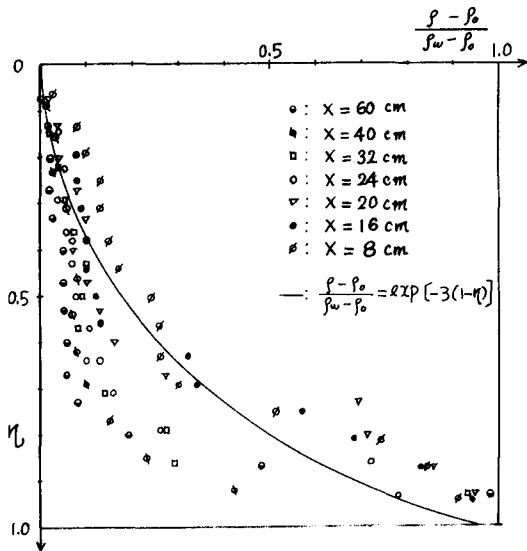
- 1) 玉井, 「密度差を有する二次元水平噴流」 第 13 回水理講演会, 1969 年 2 月。
- 2) 林, 塩藤, 吉田, 「火力 または原子力発電所より放出される温噴流の湾内拡散」 第 13 回水理講演会 1969 年 2 月。
- 3) Jen, Wiegel, & Mobarek, "Surface Discharge of Horizontal Warm-Water Jet," Jour. Power Div., Proc. ASCE, Vol. 92, No. PD2, April, 1966.
- 4) Ellison & Turner, "Turbulent Entrainment in Stratified Flows," J. Fluid Mech., Vol. 6, Pt. 3, Oct., 1959.
- 5) Albertson, Dai, Jensen, & Rouse, "Diffusion of Submerged Jets," Trans. ASCE, Vol. 115, 1950.

$$N_F = 2.64$$



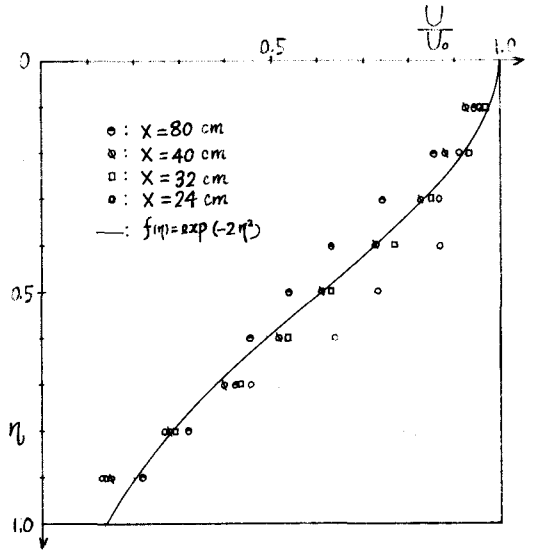
—— 自由噴流より拡散係数決定
 ---- 林・首藤の実験より拡散係数決定

Fig. 3 三次元の計算結果 U/U_0 , θ_m/θ_0 , H/H_0 .



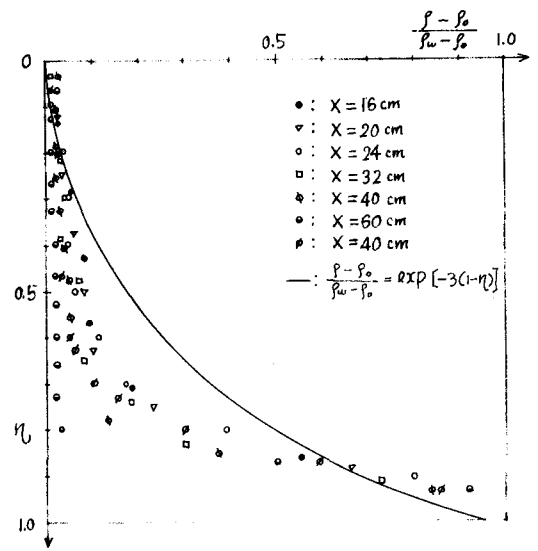
5-a.

$$Q = 476 \text{ cm}^3/\text{sec}, \rho_w = 1.0059 \text{ g/cm}^3, N_F = 2.5$$



$$\text{流量 } Q = 460 \text{ cm}^3/\text{sec}, N_F = 3.36$$

Fig. 4 密度差を有する二次元水平噴流の速度分布



5-b

$$Q = 454 \text{ cm}^3/\text{sec}, \rho_w = 1.0063 \text{ g/cm}^3, N_F = 2.3$$

Fig. 5 密度差を有する二次元水平噴流の密度分布