

山梨大学工学部
水資源開発公団

荻原 能男
増田 久彦

今回は流出渦（空気吸込渦）の形状に主眼をおき理論実験の両面よりまとめた。形状の測定は写真により光学的な歪み誤差の修正をほどこした77個の実験資料より理論式の未知項を決定して実験式を作成したものである。また空気吸込渦の発生条件についても示すことが出来た。

1. 理論 図-1に示す円筒座標系による軸対称の自由流下の渦の基礎方程式は表-1のようになる。ここに ρ は流体密度、 μ は圧

表 - 1	
$u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{v^2}{r}$	(1)
$u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{uv}{r}$	(2)
$u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -g$	(3)
$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{u}{r}$	(4)

力、 g は重力の加速度である。

これらの式より特性方程式を導くと表-2のようになり、式(5)は $z-r$ 面における流線の方程式、式(6)はエネルギー方程式、式(7)は循環 $\Gamma = 2\pi r = \text{Const}$ を意味し、これらは同

表 - 2	
$u dz - w dr = 0$	(5)
$u du + w dw + g dz + \frac{1}{\rho} dp - \frac{v^2}{r} dr = 0$	(6)
$d(vr) = 0$	(7)

時に成立しなければならないことを考慮して流出渦の水面形方程式を導くと次式になる。

$$h = h_0 - \frac{1}{r^2} \left(\frac{\Gamma^2}{8\pi^2 g} - \frac{u^2 + w^2}{2g} r^2 \right) \quad (8)$$

h は水深、 h_0 は $r \rightarrow \infty$ のときの水深でかぶり水深と呼ぶ、また $r \rightarrow \infty$ のとき $h \rightarrow h_0$ 、 $u = Q/(2\pi r h_0)$ 、 $w = 0$ となることより、循環 Γ は $\Gamma = Q/h_0$ となる。一方管入口($r \rightarrow r_0$)においては $u = 0$ 、 $w = C_1 Q/(\frac{1}{4}\pi D^2)$ 、(C_1 は流速係数)となるので、

$$Q^2 = (8\pi^2 g D^4 r_0^2 h_0^3) / (D^4 - 64 C_1^2 h_0^2 r_0^2) \quad (9)$$

となって、渦発生条件として式(9)の分母が正である条件より

$$h_0 < D^2 / (8 C_1 r_0) \quad (10) \text{ がえられる。}$$

2. 実験 実験装置は図-2に示すとおり116cm角の正方形断面で深さ89.5cmのガラス張り水槽より流出管($D = 5.0\text{cm}$ より9.0cmまで5種類)により鉛直下方に取水するとき発生する流出渦を観測する、また流出管末端に有孔キャップ(孔径3.5cmより7.0cmまで8種類)をつけて流量調節が出来るようにになっている

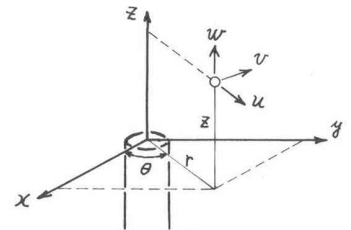


図-1 座標系

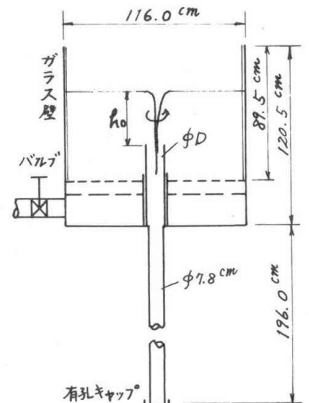
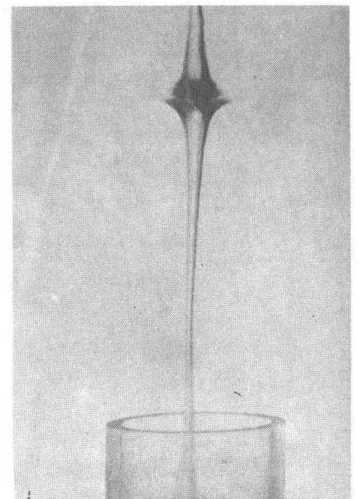


図-2 実験装置



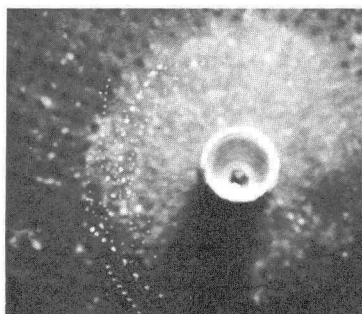


写真-2. 紙片の動き (巻光 4回/秒)

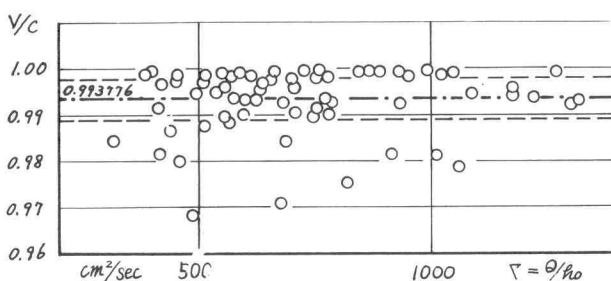


図-3 循環 Γ と無次元量 V/C の関係

。循環 Γ の測定は写真-2に示すとおり水面に小紙片を浮かべ、マルチストロボで照射して紙片の動きより求めた。

3. 解析 理論式(8)の右辺の $(u^2 + w^2)r/(2g)$ と V 、 $\Gamma^2/(8\pi^2 g)$ を C とおくと、 V が未知項になる。実験資料より Γ と V/C の関係を求めると図-3のようになる。渦の半径は時間的に一定でなく一種の振動現象を呈しているの、写真によるデーターは統計的に処理するのが良く77個の資料より

$$V/C = 0.993776 \pm 0.000519 \text{ ----- (11)}$$

なる結果がえられる。この V/C は速度項と循環項の比であって空気吸込渦においてはほぼ一定の無次元量になることがわかる。またこの結果より渦の形状を示すと図-4のようになり、実線の間に入る確率が $1/2$ であることを示す。渦の半径 r はあまり小さくなると吸着するので吸込渦は形成されなくなる。その境界の半径を $r_0 = 0.1 \text{ cm}$ 、流速補正係数 $C_1 = 3$ として吸込渦の発生限界を示したのが図-5であって実験結果とほぼ一致している。またマルチストロボによる Γ の測定値は $\Gamma = Q/h_0$ よりやや小さい値を示している。

4. まとめ 渦の形状の算定式は

$$\left. \begin{aligned} h &= h_0 - (1 - V/C) \cdot C / r^2 \\ V/C &= 0.993776 \pm 0.000519 \\ C &= \Gamma^2 / (8\pi^2 g), \quad \Gamma = Q/h_0 \end{aligned} \right\} \text{----- (12)}$$

で計算するのが良い。この実験の範囲は、流量 $Q = 4200 \sim 14000 \text{ cm}^3/\text{sec}$ 、 $h_0 = 5.2 \sim 12.5 \text{ cm}$ 、 $D = 5.03 \sim 9.05 \text{ cm}$ であった。本研究は昭和44年度文部省科学研究費の補助を受けて行った。ここに厚く謝意を表します。

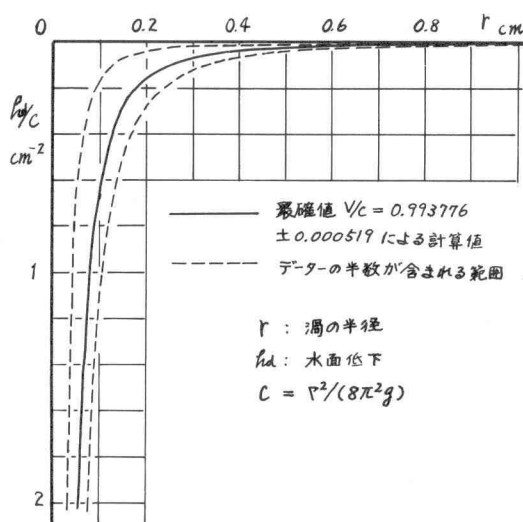


図-4 流出渦の形状 (計算値)

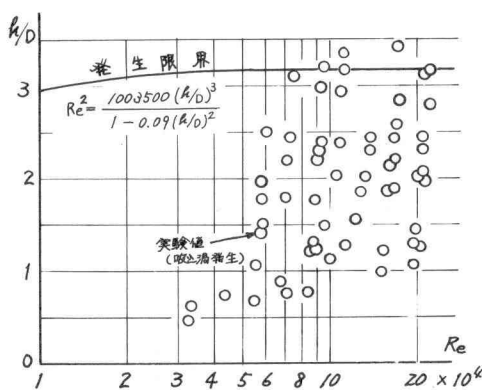


図-5 空気吸込渦発生範囲 $D = 8.0 \text{ cm}$