

名古屋工業大学

正員 細井正延

名古屋工業大学大学院

学生員 山口皓三

名古屋工業大学大学院

学生員 伊藤親直

1. はしがき 水路や河川の水路幅縮小部あるいは、水制、防波堤などの構造物近傍の流れの性を明らかにするためには、断面縮小部の上流側に形成される死水域の形状を知ることが必要である。本論文においては、有限幅水路が種々の角度の縮小部をもつ場合に、Froude 数の比較的小さい流れに対して、層流境界層のはく離理論を用い、また実験を行、てはく離点の位置について検討した。

2. 理論的考察 側壁に沿う流速の減少状態を、ポテンシャル流と考えると等角写像法を用いて求め、次に層流境界層内の流速分布より求めはく離条件を用いて、はく離点位置の方程式を導いた。

図-1

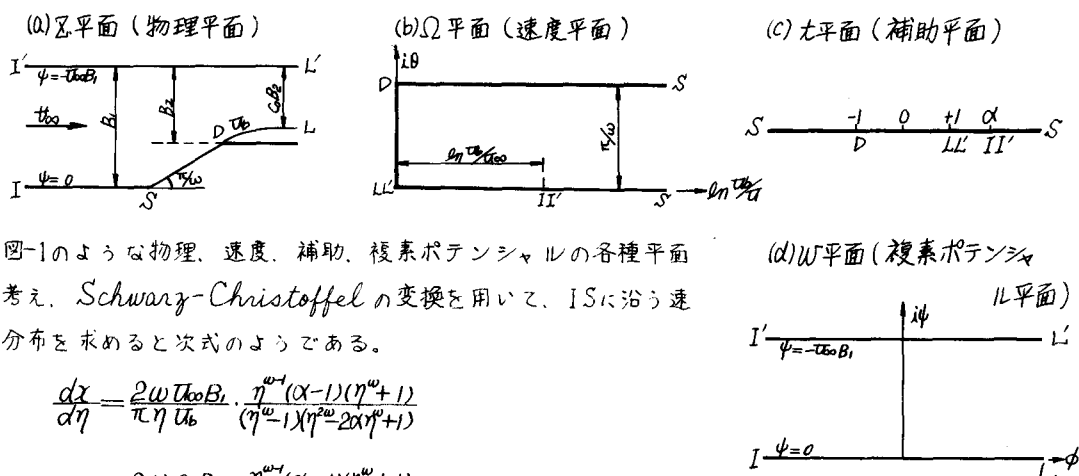


図-1のような物理、速度、補助、複素ポテンシャルの各種平面を考え、Schwarz-Christoffel の変換を用いて、IS に沿う速度分布を求めると次式のようなのである。

$$\frac{dx}{d\eta} = \frac{2\omega U_0 B_1}{\pi \eta U_b} \cdot \frac{\eta^{\omega-1}(\alpha-1)(\eta^\omega+1)}{(\eta^\omega-1)(\eta^{2\omega}-2\alpha\eta^\omega+1)}$$

$$= \frac{2\omega C_0 B_2}{\pi} \cdot \frac{\eta^{\omega-1}(\alpha-1)(\eta^\omega+1)}{(\eta^\omega-1)(\eta^{2\omega}-2\alpha\eta^\omega+1)} \quad (1)$$

ここに、 C_0 : 収縮係数、 U_0 : 上流部の平均流速、 U_b : 自由流線上の流速

この式(1)と $\chi=0$ ぞ $\eta=0$ の条件より積分すると χ は式(2)のような形で表わされる。

$$\chi = \frac{2\omega C_0 B_2}{\pi} \cdot R(\eta, \alpha) \quad (2)$$

ここに、 $\eta = U/U_b = aU/U_0$, $\alpha = (a^{2\omega}+1)/2a^\omega$

$a = U_0/U_b = C_0 B_2/B_1 = C_0 \beta_*$, β_* : 水路幅縮小比

式(2)から $\eta (=aU/U_0)$ と χ との関係が求められる。ここにおいて、収縮係数 C_0 の値は式(1)を導いたのとはほとんど同じ方法で求めることができるが、結果だけ記すと次のようである。

$$a^{1/2} = \sqrt{b} - \sqrt{b-1} \quad (3)$$

$$(\sqrt{b}-\sqrt{b-1})^{1/2} \frac{\pi(1-\beta_*)\operatorname{cosec} \frac{\pi}{2}\omega}{\int_0^1 \frac{(\sqrt{b-1}t+\sqrt{b(t-1)})^{2\omega}}{\sqrt{b}t} dt} \text{----- (4)}$$

$$a=C_0\beta_* \text{----- (5)}$$

$\beta_*=B_2/B_1$ 及び ω の値を与えれば、式(4)を満足する η の値が数値積分によ、て求めることができ、さらに式(3)より a がわかり、式(5)より C_0 が算出できる。ここで注目すべきことは C_0 が U_{∞} と関係しないことである。

次に上記の結果を用いて IS に沿う流れが壁面からいく離する位置を、藤本の方法を用いて求めることにする。境界層の運動量方程式は式(6)のように表わされる。

$$\frac{d\vartheta^2}{dx} + \frac{5\vartheta^2}{U} \frac{dU}{dx} = \frac{0.4144\nu}{U} \text{----- (6)}$$

これを解くと次式のようなになる。

$$\frac{\vartheta^2}{U} = U^5 \left(\frac{\vartheta^2}{U} \right)_{x=x_0} + 0.4144 U^{-5} \int_{x_0}^x U^4 dx \text{----- (7)}$$

ここに、 ϑ は運動量厚、 ν は動粘性係数、 x_0 はこの解法を使い始める位置、ただし C.G.S 単位を用いるものとする。式(7)にいく離点 $x=x_0$ の条件式(8)を代入すれば式(9)のようなになる。

$$\lambda_{\theta_s} = \left(\frac{\vartheta^2}{U} \frac{dU}{dx} \right)_{x=x_0} = -0.0888 \text{----- (8)}$$

$$\left(\frac{\vartheta^2}{U} \right)_{x=x_0} = U^5(x_0) \left\{ -\frac{0.0888}{\left(\frac{dU}{dx} \right)_{x=x_0}} - U^4(x_0) - 0.4144 \int_{x_0}^{x_s} U^4 dx \right\} \text{--- (9)}$$

(C.G.S 単位)

ここで x_0 を与えれば x_s は求まるはずであるが、 $\frac{\vartheta^2}{U}$ は境界層の厚さ δ などの函数であるために、 $\left(\frac{\vartheta^2}{U} \right)_{x=x_0}$ の値は容易に求まらない。そこで本研究においては x_0 を、後述するように $U/U_{\infty}=0.95$ のときの x 座標、すなわち式(2)において $x_0 = \frac{2\omega C_0 B_2}{\pi} R(\eta, \alpha)_{\eta=0.95\alpha}$ の点に固定し、いくつかの実験値を用いて $\left(\frac{\vartheta^2}{U} \right)_{x=x_0}$ の値を求めて、ある特性を見いだした。さらにその特性を一般的な場合に適用し、式(9)からいく離点を算定しようというものである。

3. 実験的考察 実験に使用した水路は、幅 $B_1=70$ cm、長さ 10 m の長方形断面で、水路床勾配は $1/1000$ である。いく離領域の境界としては Separation Boundary を測定した。縮小部断面の水路幅は 35, 45, 55 cm すなわち $\beta_*=0.500, 0.643, 0.786$ の 3 種類である。また側壁の接続角度 $\frac{\pi}{2}\omega$ は、 $\omega=2, 3, 4, 5, 6$ に対して $\frac{\pi}{2}\omega=90^\circ, 60^\circ, 45^\circ, 36^\circ, 30^\circ$ の 5 種類と、Froude 数は 0.10, 0.40 の 2 種類である。いく離領域の実験結果は図-2 のようである。

この図から、 ω が大きくなるに従っていく離点の位置は O 点に近づき、さらに Froude 数 < 0.4 の範囲では Froude 数によるいく離点の位置の変化はほとんどないことがわかる。式(7)からいく離点の位置 x_s に実験値を用いて $U/U_{\infty}=0.95$ に対応する $\left(\frac{\vartheta^2}{U} \right)_{x=x_0}$ の値を求めると、 $B_2=35, 45, 55$ cm, $\omega=2, 3, 4, 5, 6$ に対してはほぼ $-11 < \left(\frac{\vartheta^2}{U} \right)_{x=x_0} < -70$ の範囲にあった。したがって $U/U_{\infty}=0.95$ で $\left(\frac{\vartheta^2}{U} \right)_{x=x_0}=-70$ とし、 B_2, ω のすべての場合についていく離点の位置 x_s を計算し、これらの値と実験値とを比較する

と表-1 のようになる。なおそれぞれの場合について側壁に沿う流速分布を式(2)を用いて求めると図-3 のようである。

図-2

○ Fr_{roude} 数 = 0.10 ● Fr_{roude} 数 = 0.40

(a) $B_2 = 35 \text{ cm}$

(b) $B_2 = 45 \text{ cm}$

(c) $B_2 = 55 \text{ cm}$

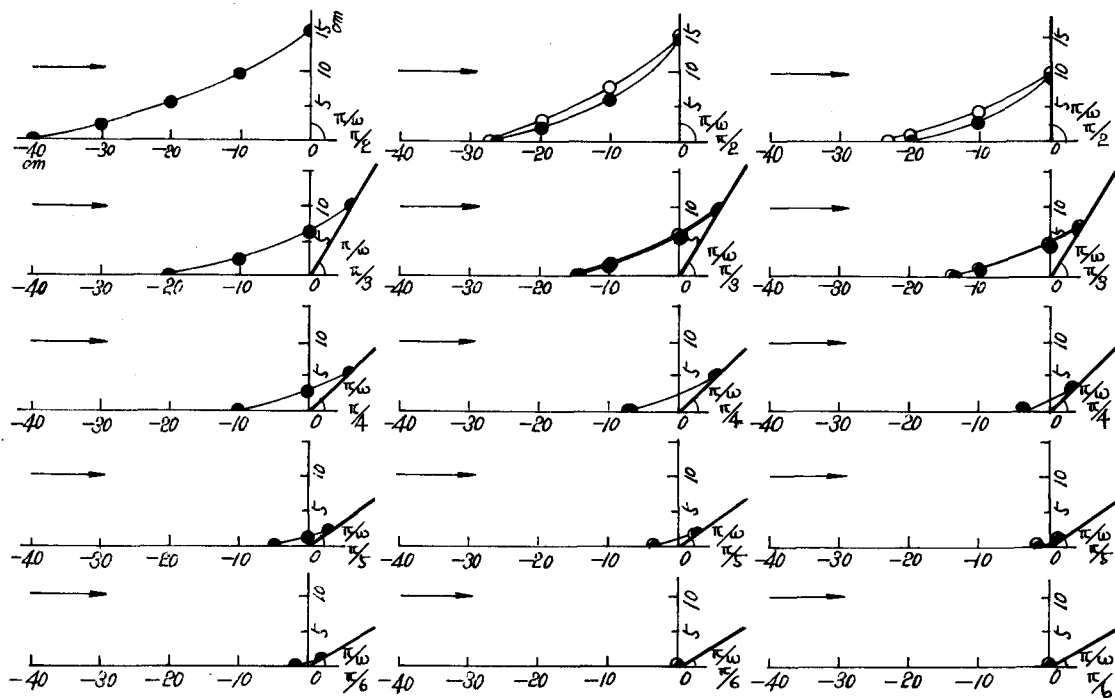


図-3.

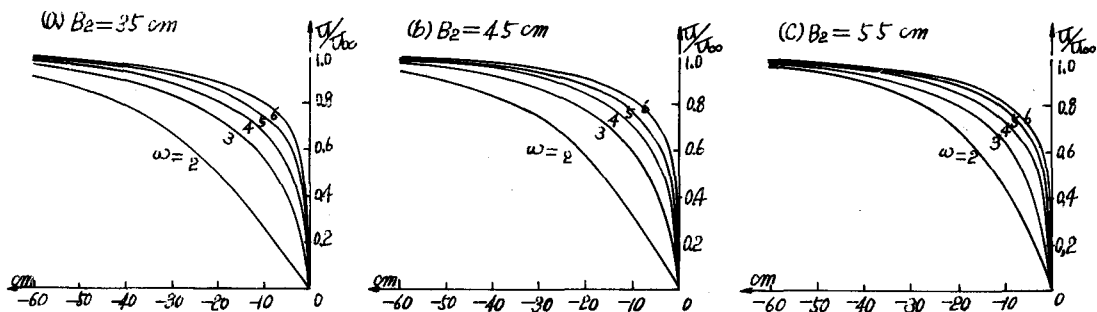


表-1

ω		2			3			4			5			6		
B_2 cm		35	45	55	35	45	55	35	45	55	35	45	55	35	45	55
実験値	$Fr = 0.10$	-40	-28	-24		-16	-13		-7	-4		-4	-2		0	0
	$Fr = 0.40$	-40	-27	-20	-20	-15	-12	-10	-7	-4	-5	-4	-2	-2	0	0
計算値	$\frac{u}{u_0} = 0.95 \left(\frac{x}{L} = \frac{30}{50} \right)$	-44.0	-35.5	-22.9	-26.0	-22.5	-14.9	-13.5	-8.8	-5.1	-6.7	-3.5	0	-2.3	0	0

以上の考察においては、境界条件として $X = X_0$ における $\frac{U^2}{V}$ の値を理論的に与えることはできなかったが、実用的に、Froude数が小さい場合には $\frac{U^2}{V} = 10$ として、種々の β^* , W , U_{∞} の状態に対しては、離点の位置を計算によっていなり正確に求めることができる。今後はさらに、Froude数の大きい場合、側壁の粗度を変えた場合、また死水領域の形状について検討するつもりである。

参考文献：

- リ 石原藤次郎、志方俊之：開水路急縮部の水理学的性状に関する研究 土木学会論文集、昭42.2.