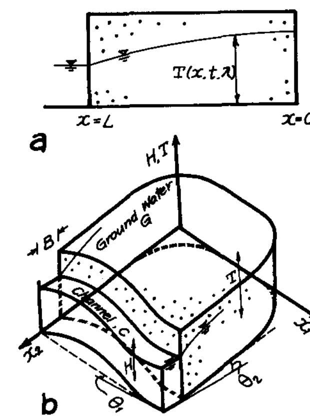
II−36　複合流域における低水の低減特性

名古屋大学工学部　正員　高木不折

1. まえがき：筆者は，先に地下水流出を不被圧地下水流出分および被圧流出分に分け，それらの力学的特性，流出過程における役割を検討するとともに，低減特性について考察し，さらに，比較的小さい100〜300 km^2 の流域では，流出状況のシミュレーションにまで応用しうることを明らかにしてきた[1]。しかし，流域が大きくなり，種々性質を異とする流域を含むようになると，また河水と地下水の相互干渉が大きな要素となると，諸量の値が場合によって異なり明瞭な特性を把えることが困難になる。本報は種々の流域の合成，あるいは河水との干渉によって，地下水流出の低減特性がどのように変化するか理論的に検討したものである。ここでは，長期間の流出低減時に主役を演じる不被圧地下水分のみを取上げる。



T, H：水深，k：透水係数
γ：間隙率，$f_i = k\sin\theta_i$
$r(t)$：地下水帯単位面積当り水供給強度
ρ：水の密度，g：重力の加速度

2. 基礎的考察：不被圧成分の場合には，水深の変化状態は適当な初期条件・境界条件の下で，（一次元的扱いをしている，a図）

$$T(x,t,\lambda_1) = \frac{1}{(\lambda_1 t+1)}\left\{-\frac{\lambda_1}{2\beta}x^2 + (h_0 - H_0)\frac{x}{L} + \frac{\lambda_1}{2\beta}x + H_0\right\} \quad \cdots\cdots \quad (1)$$

$$\lambda_1 = \frac{2\beta}{L^2}(H_0 - h_0) = K_1 \cdot \sqrt{Q_{u0}} \quad \cdots\cdots \quad (2)$$

と書かれる[2]。ここに x は地下水帯（$0 \leqq x \leqq L$）に沿った距離，$H_0 = T(0,0)$，$h_0 = T(L,0)$，$\beta = k/\gamma$，K：流域固有の定数，Q_{u0} 初期における地下水帯よりの全流出流量である。

一方，流域水の挙動については，すでに述べたように変分原理が成立して[3]，b図に示すモデルで，

$$\delta\left\{\iint_G \frac{\mathcal{L}_g}{\rho g}\,dx_i\,dt + \int_C \frac{\mathcal{L}_c}{\rho g}\,ds\,dt\right\} = \delta\left\{\frac{\partial}{\partial t}\int_G \frac{\mathcal{L}_g}{\rho g}\,dx_i\,dt + \frac{\partial}{\partial t}\int_C \frac{\mathcal{L}_c}{\rho g}\,ds\,dt\right\} = 0 \quad \cdots\cdots \quad (3)$$

が成立する。ここに

$$\frac{\mathcal{L}_g}{\rho g} = \gamma\frac{\partial T^*}{\partial t}T + \sum_i\left(kT^*\frac{\partial T^*}{\partial x_i} - f_i T^*\right)\frac{\partial T}{\partial x_i} - rT \quad \cdots\cdots (4), \qquad \frac{\mathcal{L}_c}{\rho g} = B\frac{\partial H^*}{\partial t}H - Q^*\frac{\partial H}{\partial s} \quad \cdots\cdots \quad (5)$$

であり，$\mathcal{L}_g$, $\mathcal{L}_c$ は local potential，Bは河川巾，Hは河水の水深，Qは河川を流れる流量である。*印は現実に起こる値を示し，T, H は T^*, H^* よりの仮想変位 $\delta T, \delta H$ を含めた $T = T^* + \delta T$ ……であって，変分にはこの T, H のみが関与するものとする。

さて，いまいくつかの流域が合成された場合，また河川をも含めた流域として考える場合にも低減状態が(1)式の形式で表わされるものと考えると，この $T(x,t,\lambda)$ を試験関数としたうえで，(3)式の複合流域に関する積分が定留となるように $\lambda = \lambda^*$ の値を決定することができる。このようにして求めた λ^* は複合流域に関する低減性を示す値となる。

3. 性質を異とする流域が合成された場合の低減特性：n ケの単独流域があり，それぞれでは(1)，(2)式の低減性があるとする。第S番目の単独流域の量を添字Sで示す。いま，この n ケの合成流域でも(1)式の $T = T(x,t,\lambda)$ の形式で低減性が表わされるものと仮定し，各単独流域での λ_1 の値を $\lambda_s = \lambda^* +$ $+\delta\lambda_s$ ($\delta\lambda_s \ll \lambda^*$) とすれば，$\mathcal{L}_{gs} = \frac{\partial}{\partial x_2}\left(\beta T_s^* \frac{\partial T_s^*}{\partial x_2} T\right)$[4] の関係により，(3)式の定留性を与える λ^* は

$$\frac{\partial}{\partial \lambda}\left\{ \frac{\partial}{\partial t}\int_{G} \frac{\mathcal{L}_g}{\rho g}\, dx_i\, dt \right\}_{\lambda=\lambda^*} = \frac{\partial}{\partial \lambda}\left\{ \sum \frac{\partial}{\partial t}\int_{G_s} \frac{\mathcal{L}_{gs}}{\rho g}\, dx_i\, dt \right\}_{\lambda=\lambda^*} = 0 \quad \cdots\cdots \quad (6)$$

から求められる。

$$\lambda^* = \frac{\sum_s \left[(h_{os}^2 - H_{os}^2)(h_{os} - H_{os}) \frac{\gamma_s l_s}{L_s} \right]}{\sum_s (h_{os}^2 + H_{os}^2) \frac{\gamma_s}{2\beta_s} \cdot L_s l_s} + Order(\delta\lambda_s),$$ （ここに l_s は流域の巾） ⋯ (7)

この分子第 s 項を分母第 s 項で単独に除した値は，第 s 番目単独流域に関する λ_s の値に近似的に等しくなる。もし $\delta\lambda_s$ が小であれば，すなわち各単独流域の性質があまり大きくかわらなければ，λ^* は各単独流域での λ_s の値の加重平均，あるいは線型結合として表わされ，合成流域に関する(2)式の K は，

$$K \fallingdotseq \left[\sum p_s \cdot K_s \cdot \sqrt{q_s} \Big/ \sum p_s \right], \qquad p_s \fallingdotseq \left(\frac{\gamma_s}{k_s}\right)^2 L_s^2 \left(\frac{H_{os}}{h_{os}} + 1\right) \cdot q_s$$

と書かれる。ここで q_s は初期時の合成流域からの流出流量 Q_{uo} において，各単独流域からの流出流量 $Q_{uo \cdot s}$ の占める割合 $q_s = {Q_{uo s}}/{Q_{uo}}$ である。この式から判断すると，合成流域についても K が一定となるのは，q_s がほぼ一定であるか，あるいは若干変化をしたとしても数多くの単独流域の合成によって平均化の過程で q_s の変化の影響が薄れる場合である。これら以外の場合では合成流域からの流出の低減がたとえ(1)式の形式で表現されても K の値は場合場合で異なることになる。

4. 低減特性に及ぼす河水の効果 ： 上と同様の議論を河水と地下水の合成流域について適用する。河水の水深を $H = \Psi(L,t) = {h_o}/{(\lambda t+1)}$ とし，河水の運動方程式として $Q(H^*) = CH^{*2}$ を仮定すると

$$\frac{\partial}{\partial \lambda}\left\{ \frac{\partial}{\partial t}\int \frac{\mathcal{L}_g}{\rho g}\, dx_i\, dt + \frac{\partial}{\partial t}\int \frac{\mathcal{L}_c}{\rho g}\, ds\, dt \right\}_{\lambda=\lambda^*} = 0 \quad \cdots\cdots \quad (8)$$

となる λ^* が，したがって，(2)式の K が，

$$K = \left(\sum \left(p_s' K_s \cdot \sqrt{q_s}\right) - \frac{1}{\sqrt{C}} \right) \Big/ \left(\sum \left(p_s' + \frac{2 L_s B_s q_s}{k_s \left(\frac{H_{os}}{h_{os}} - 1\right)} \right) \right), \quad p_s' = \frac{L_s^2}{\beta_s}\left(\frac{H_{os}^2}{h_{os}^2} + 1\right) q_s \quad \cdots \quad (9)$$

と求められる。

この場合にも河水（河水と地下水の干渉）の効果は分母分子の第 2 項にあらわれており，K の値が減少して低減が緩慢となることがわかる。(9)式は単独流域が直列的に合成された場合を想定しているが，並列的な場合，あるいはより複雑な場合もほとんど同じ形式で与えられ，分子第 2 項が若干変わるだけである。一般には，*effluent* 状態では K は減少して低減が緩慢となり，*influent* 状態の場合には諸量の関係で K は増加する場合も減少する場合も起こりうることになる。

5. あとがき ： 以上，いくつかの流域が合成される場合，および河水と地下水が相互に干渉する場合の低水の低減特性について述べた。ここでは不被圧成分の低減性を考えるために試験関数として(1)式を用いたが，他の形式の低減曲線を試験関数として採用することも可能であることを付記しておく。このような方法を実際の河川流域に適用するにあたっては，なお解決すべき事柄が少なくない。とくに，実際の限られた可測量と上の結果との関係をどのように把えるかというのが当面する問題であろう。これらについては現在検討を進めている。

---

1). F. Takagi : *An Analysis of Runoff Models, The 13th Congress of I.A.H.R, Kyoto, Sept. 1969.*

2). 高木不折： 低水(流出)の低減特性に関する研究，土木学会論文集 第128号，昭和41年4月，

3). 高木不折： 流域水の挙動に関する一考察，第23回土木学会年次学術講演会講演概要，昭和43年10月，

4). 変分に関する *Euler-Lagrange* の方程式，すなわち $\Psi(x,t,\lambda)$ の満す式と(4)式よりこの式が導かれる。