II-22　感潮湖沼の水面変動と流れ

室蘭工業大学　正会員　境　隆雄
仝　上　仝　上　○近藤俶郎
仝　上　仝　上　寺島拓郎

1. まえがき：　流域面積が小さい海岸湖沼の水理は，河川などによる陸地からの流入の影響が小さいから主として潮汐によって支配される。従って湖面水位および湖口の流れを解析的に求める場合には，通常では潮汐だけを考慮しても事足りる。しかしながら，そのような海岸湖沼であっても洪水とか人工的に大規模な給排水をするときには，水位および湖口流にかなり大きな影響を及ぼすはずである。そしてこのような現象を調べることは湖岸地域の防災，湖水の交流，湖口水路の航行および水深維持の面で必要である。本文は洪水の流入がある場合を対象として，この問題を単純化して湖水位と湖口流速を求める理論を導びき，一例について数値解法と比較したものである。

2. 考え方と基礎となる式：　図-1のような表面積Sの海岸湖沼が長さl，幅員B，水深hの広幅員の長方形水路で海と結ばれているとする。この水路内の流速uと平均水面から鉛直上向きに測った水位ηは次の不定流の連続，運動の方程式を水路両端における境界条件を用いて解くことで求められる。

$$\eta_t + [u(h+\eta)]_x = 0 \quad \cdots\cdots(1)$$

$$u_t + u u_x = -g\eta_x - n^2 g u|u|/h^{4/3} \quad \cdots\cdots(2)$$

ここでg：重力の加速度，n：Manningの流速公式における粗度係数

またサフィックスt，xは偏微分を示す。

境界条件の一つとして水路の海側の端($x=0$)における水位が外海の潮位に等しいものとして与えられるとする。また湖沼の平均水深が水路水深hよりもかなり大きいとすれば，湖面はいたるところ等水位とみなすことができる。そうすれば湖側の端($x=l$)において流量の連続の条件によって次の関係がある。

$$A_c u(l,t) = S\eta_t(l,t) - Q_R \quad \cdots\cdots(3)$$

ここで $A_c = Bh$ とする。

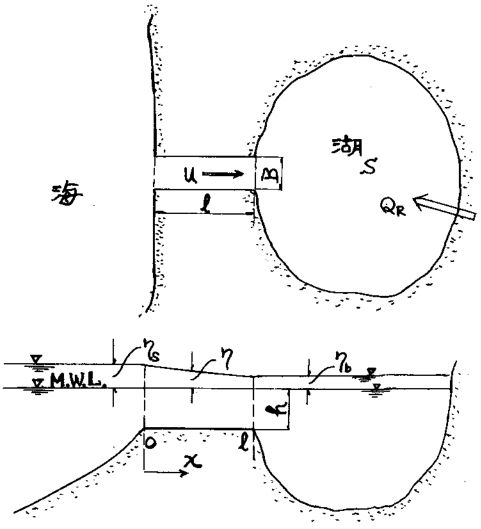


図-1

これらの境界条件を用いて，(1)，(2)の方程式を解けばu，ηが求まるがこれらは非線形なのでこのままでは解析的な解が得られない。そのため影響の小さい項を無視し摩擦抵抗項を線形化することが必要である。最も一般的なものは下式のようである。

$$\eta_t + u_x h = 0 \quad \cdots\cdots(4)$$

$$u_t + g\eta_x + k u = 0 \quad \cdots\cdots(5)$$

潮汐だけの場合（$Q_R = 0$），それが単振動であるときには(4),(5)式を解いて u, η が求められている[1),2),3)]。その場合の外海潮汐 η_s および k は次のようになる。

$$\eta_s = a\cos(\sigma t - \alpha) \qquad \cdots\cdots (6)$$

$$k = \frac{8}{3\pi}\cdot\frac{n^2 g\, U_{max}}{h^{4/3}} \qquad \cdots\cdots (7)$$

ここで，a：外海潮汐の振幅，$\sigma = 2\pi/T$，T：潮汐の周期，α：位相。

しかし，その場合の u, η を求める式もかなり複雑なので，より簡略な解を得るために次のような単純化を行なう。いずれも(2)あるいは(5)の運動方程式についてである。

(i) u_t を無視する。[3)]

(ii) η_x を水路全体について一定とする。[4)] すなわち水路えの流入の損失を無視できる場合には η_x は次のようにあらわすことができる。

$$\eta_x = (\eta_b - \eta_s)/l \qquad \cdots\cdots (8)$$

ただし η_b は湖の水位であり，かつ $\eta_b = \eta(l, t)$ である。

上述の(i),(ii)の条件はそれぞれ独立したものである。この中(ii)の条件を受け入れるならば(5)式より u は水路全体について等しい値を示すことになり，(4)式は連続の式として無意味になり，その場合は(3)式が連続の式となる。

3. 線形抵抗を用いた理論解： Q_R を考慮した場合のこの問題に対する従来の研究は，Kreeke[5)]が上記の(i),(ii)の両条件のもとで Q_R が正弦曲線的に変化する場合についての解を得ている。

いま，(ii)の条件のみで(5)式における u_t を無視しないで解くことを考えることとする。その場合の運動，連続の式は，

$$\frac{du}{dt} + g(\eta_b - \eta_s)\cdot\frac{1}{l} + ku = 0 \qquad \cdots\cdots (9)$$

$$\frac{d\eta_b}{dt} = \frac{A_c}{S}u + \frac{Q_R}{S} \qquad \cdots\cdots (10)$$

これら両式より u および η_b に関する微分方程式は次のようになる。

$$\frac{d^2u}{dt^2} + k\frac{du}{dt} + \left(\frac{A_c g}{lS}\right)u + \frac{g}{l}\left(\frac{Q_R}{S} - \frac{d\eta_s}{dt}\right) = 0 \qquad \cdots\cdots (11)$$

$$\frac{d^2\eta_b}{dt^2} + k\frac{d\eta_b}{dt} + \left(\frac{A_c g}{lS}\right)\eta_b - \left[\frac{1}{S}\cdot\frac{dQ_R}{dt} + \frac{kA_cQ_R}{S} + \frac{A_c g}{lS}\cdot\eta_s\right] = 0 \qquad \cdots\cdots (12)$$

上式は線形非同次の微分方程式であり，その解は Q_R および η_s によって定められる。Q_R は一般に簡易に解析的な表現をするのは困難な性質のものであるが，ここでは洪水を対象としていることから次のような単純な表現をしたものを用いる。

$$Q_R = Q_0 + Q_f\, rt\, e^{(1-rt)} \qquad \cdots\cdots (13)$$

ただし，$r = (1/T_f)$，T_f：洪水出水開始から最大出水までの時間

この Q_R ならびに(6)式の η_s を(12)式に代入して，求められた η_b, u は下式のとおりである。

$$\eta_b = A_1\cos(\sigma t - \alpha) + A_2\sin(\sigma t - \alpha) + B_0 + (B_1 + B_2 rt)e^{(1-rt)} + C_1 e^{m_1 t} + C_2 e^{m_2 t} \qquad \cdots (14)$$

$$u = \frac{S}{A_c}\left[-\sigma\{A_1\sin(\sigma t - \alpha) - A_2\cos(\sigma t - \alpha)\} + r\{B_2(1 - rt) - B_1\}e^{(1-rt)} + C_1 m_1 e^{m_1 t} + C_2 m_2 e^{m_2 t} - \frac{Q_R}{S}\right] \qquad \cdots (15)$$

ここで

$A_1 = ajk(jk-\sigma^2)/[(jk-\sigma^2)^2+k^2\sigma^2]$, $A_2 = a\sigma jk^2/[(jk-\sigma^2)^2+k^2\sigma^2]$

$B_0 = klQ_0/A_cg$, $B_1 = Q_f r[jk-(r-k)^2]/(r^2-kr+jk)^2 S$

$B_2 = Q_f(k-r)/(r^2-kr+jk)S$, $m_1 = (-k+\sqrt{k^2-4jk})/2$, $m_2 = -(k+\sqrt{k^2-4jk})/2$

$j = A_cg/lSk$, C_1, C_2 は初期条件によって定まる常数.

(14) (15)で表わされる η_b, u はかなり冗長である。そこで前節の(i),(ii)の両条件のもとで u, η_b を求めることとする。その場合は(12)式は次のように書き直される。

$$k\frac{d\eta_b}{dt} + j\eta_b - \left[j\eta_s + k\frac{A_cQ_R}{S}\right] = 0 \quad \cdots\cdots(16)$$

この式を前出の η_s, Q_R について解くと η_b は次のように得られる。

$$\eta_b = a\frac{j}{\sqrt{j^2+\sigma^2}}\cdot\cos(\sigma t-\alpha-\beta) - \frac{Q_f r e^{(1-rt)}}{S\cdot(r-j)^2}\left[(r-j)t+1\right] + \frac{Q_0}{jS} + C_3e^{-jt} \quad \cdots(17)$$

ここで $\beta = \tan^{-1}(\sigma/j) = \tan^{-1}(\sigma kSl/A_cg)$, C_3 は初期条件による常数

またuは上の η_b を下式に代入することで求まる。

$$u = g(\eta_s - \eta_b)/kl \quad \cdots\cdots\cdots(18)$$

なお, (17)式は $r=j$ の場合に適用されるものであり, $r=j$ のときには右辺の第二項が異なってくるから同式は次のようになる。

$$\eta_b = a\frac{r}{\sqrt{r^2+\sigma^2}}\cdot\cos(\sigma t-\alpha-\beta) - \frac{Q_f r e}{S}\frac{t^2}{2} + \frac{Q_0}{rS} + C_3e^{-rt} \quad \cdots\cdots(19)$$

5. 計算例

(17), (18)の簡略理論式を用いて, 近く着工される予定のオホーツク海沿岸の能取湖の新湖口水路について計算してみた。現状の湖口水路は春夏季のみ開口し, 秋には漂砂により閉塞する過程を繰返している。同湖の表面積は 58.5 (km²), 流域面積は 130 (km²) であってその比は比較的小さい。以下の計算に用いた数値は次の通りである。

$\sigma = 2\pi/T_t = 2\pi/24^{hr}50^{min}$, $a = 0.5$ (m)

$h = 4.0$ (m), $B = 150$ (m), $l = 600$ (m), $n = 0.025$

Q_R は次のように推定した。

$Q_0 = 0$, $Q_f = 500$ (m³/sec), $T_f = 2.0^{hr}$

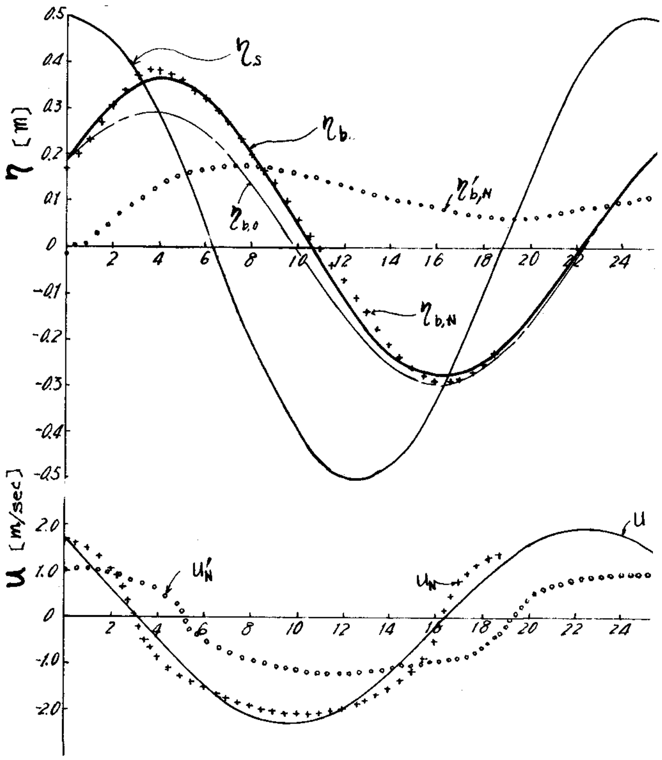
このような Q_R をとるなら, 湖水位の初期値 $\eta_b(0)$ は潮汐だけで定まる値をとっているはずであるから, その定常状態をとるならば(17)式の η_b は次のようにおける。

$$\eta_b = a\cdot\frac{j}{\sqrt{j^2+\sigma^2}}\cdot\cos(\sigma t-\alpha-\beta) - \frac{Q_f r e}{S(r-j)^2}\left[\{(r-j)t+1\}e^{-rt} - e^{-jt}\right] \quad \cdots(20)$$

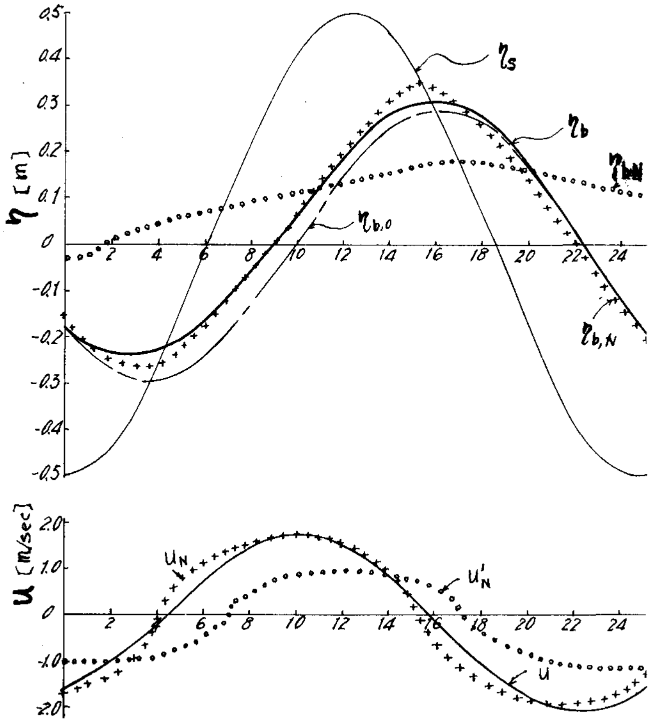
図-2, 3は $\alpha = 0$, π の2種類の位相について η_b と u を計算した結果をグラフであらわしたものである。η_b と一緒に η_s, また潮汐だけで起る $\eta_b = \eta_{b,0}$ をいずれも曲線で示してある。そして理論値を検証する目的で数値解法によって求めた値を·+++·であらわしてある。数値解法は(9)式における ku の項を本来の姿の $n^2g|u|u/h^{4/3}$ で置き換え, それと(10)式から u および η_b に関

する微分方程式を差分化して逐次計算する方法を用いた[5]。この例ではいずれの場合も水路えの流入損失水頭を考慮している。理論解では k の選択はきわめて重要であるが，Q_R が不定流の場合にはその選択に関しては不明な点が多い。この例では数値解法で計算した U_{max} を用いて(7)式により計算した k を使用している。η_b について理論値と数値解法を比較すると前者の振幅が若干小さいが全体としては良く合っている。k 値について更に検討を加えるならばこの理論式によってもかなりの精度で η_b, u を求めることができると察せられる。洪水の η_b に及ぼす効果は $\alpha = 0$ のときには約 10 cm 高潮位を，$\alpha = \pi$ のときには約 5 cm 低潮位を上昇させることがわかる。なお，……oooo は現状の湖口水路についての数値解法による計算結果を示している。現状では洪水流入の影響がきわめてけん著であるが潮汐の流入が小さいので湖水位は計画水路の場合よりもかなり低い状態に留まっている。

本研究はその一部を昭和43年度科学研究費補助金（一般研究）によっていることを付記する。



図−2. η_b と u ($\alpha = 0$)



図−3. η_b と u ($\alpha = \pi$)

1) 樋口明生：境水道の水位変化に関する模型実験について，第6回海岸工学講演集，1959年11月
2) 同上：同上(2)，第8回同上，1961年9月
3) 近藤俶郎：湖口水路における潮汐の線形解 土木学会道支部論文集（昭43年度），1969年2月
4) Baines, W. Douglas: Tidal Currents in Constricted Inlets, Proc. 6th Conf. on Coastal Engrg., 1957
5) Kreeke, Jacobus van de: Water-Level Fluctuations and Flow in Tidal Inlets, Jr. of Waterways and Harbor Division, Proc. of ASCE, WW4 November, 1967