

徳島大学工学部 正員 ○ 三井 宏

同上

学生員 筒井 茂明

複雑な法線形状をもつ臨海工業用地護岸や港湾施設を計画・設計するのに必要となる周辺の波高分布を求めるために、平面水槽における模型実験がよく行なわれている。良好な実験結果を得るために、このような模型においては、入射波と各法線からの反射波とが重なり、水面変動が定常状態に達してから測定を開始する手法が従来から用いられている。法線形状が複雑な場合には、入射波による散乱波のほかに反射波による散乱波が発生する場合があり、これらの散乱波も定常状態に達していることが必要であるから、このような模型実験においては、波高分布の測定開始時刻の判断が重要な問題となってくる。平面波としての散乱波の振幅は、幾何光学的な入射波と反射波と異なり、発生点からの距離の平方根に反比例して減衰するので、ある程度遠方の地点では散乱波の影響が弱くなる。このように、測定地点における散乱波の影響程度は散乱波の振幅から推定され、散乱波がその地点に到達するのに要する時間は散乱波の波長から推定される。ここでは、典型的な散乱波の2例、すなわち、半無限防波堤および、波長にくらべて非常に小さい開口幅をもつ防波堤における散乱波の相相を示す。

一般に、平面波の解は次式に示すように、幾何光学的な項 $\mathcal{G}$ と散乱項 $\mathcal{X}$ の合計と考えることができる。

$$f = \mathcal{G} + \mathcal{X} \quad (1)$$

図-1に示すような半無限防波堤に $e^{ikr \cos(\theta - \alpha)}$ の入射波、すなわち、振幅1、入射角度 α 、波数 k の波が入射する場合には、各領域における $\mathcal{X}$ はつぎのようになる。

反射領域 ($0 < \theta < \pi - \alpha$)

$$\mathcal{X} = -f_i(-1\sigma) e^{ikr \cos(\theta - \alpha)} - f_i(-1\sigma') e^{ikr \cos(\theta + \alpha)} \quad (2)$$

入射領域 ($\pi - \alpha < \theta < \pi + \alpha$)

$$\mathcal{X} = -f_i(-1\sigma) e^{ikr \cos(\theta - \alpha)} + f_i(-1\sigma') e^{ikr \cos(\theta + \alpha)} \quad (3)$$

回折領域 ($\pi + \alpha < \theta < 2\pi$)

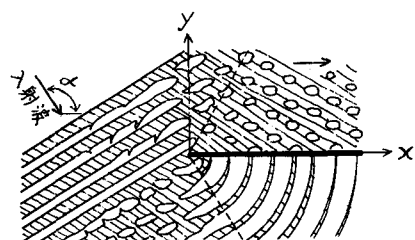
$$\mathcal{X} = f_i(-1\sigma) e^{ikr \cos(\theta - \alpha)} + f_i(-1\sigma') e^{ikr \cos(\theta + \alpha)} \quad (4)$$

ここに、

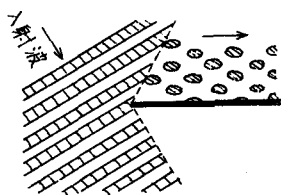
$$f_i(-1\sigma) = 0.5 - 0.5(1+i) \int_0^{|\sigma|} e^{-i\frac{\pi}{2} u^2} du$$

$$\sigma = 2\sqrt{\frac{kr}{\pi}} \cos \frac{1}{2}(\theta - \alpha)$$

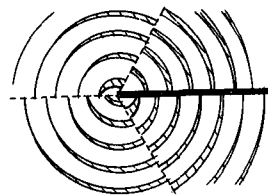
$$\sigma' = 2\sqrt{\frac{kr}{\pi}} \cos \frac{1}{2}(\theta + \alpha)$$



(a) 海面状態



(b) 幾何光学的な波



(c) 散乱波

図-1 半無限防波堤付近の海面状態

である。x軸に關して線対称の地奥の散乱波を比較するため、 $t = \text{const}$ 、 $\theta = \theta_1$ 、 $\theta = 2\pi - \theta_1$ を(3)式およびそれぞれ(2)および(4)式に代入すると、x軸に關して線対称な地奥の χ の値が求まり、これはそれぞれ絶対値が等しく正負の符号が逆であるという結果が得られる。このことは、散乱波の振幅は等しく、その位相は π だけずれていることを示す。

つぎに、各領域の境界線付近の位相を調べるため、(2)および(3)式にそれぞれ $\theta = \pi - \alpha$ 、(3)および(4)式にそれぞれ $\theta = \pi + \alpha$ を代入すると、いずれも

$$\chi = \chi' \pm 0.5 e^{-ikr} \quad (5)$$

の形の式となる。ここに χ' は $\sqrt{r}$ に比例する関数で、複号は境界線を越えると正負が逆になることを示す。 r が大きい地奥では(5)式の第1項の値は小さくなり、第2項の影響により、位相がほぼ π だけずれていることになる。図-1(c)に散乱波の位相を示す。図中の斜線部分の幅は振幅を示す。

(2)式に $\theta = 0$ を代入し、 r が大きいとして漸近展開すると次式のようになる。

$$\chi \doteq -\frac{1}{2\sqrt{kx} \cos \frac{\alpha}{2}} e^{-i(9kx \cos \frac{\alpha}{2} - kx \cos \alpha + \frac{\pi}{4})} \quad (6)$$

したがって、 $\theta = 0$ の壁面に沿う x が大きい地奥の散乱波の振幅は $(2\sqrt{kx} \cos \frac{\alpha}{2})^{-1}$ となり、散乱波の波長 L_1 と入射波の波長 L との関係は

$$\frac{L_1}{L} = \frac{1}{2/\pi - (1 - 2/\pi) \cos \alpha} \quad (7)$$

となる。(2)式により原奥付近の L_1/L の値を計算した結果によれば、いずれの α に対しても $L_1/L \doteq 1$ であるが、十分遠方では(7)式により、 $\alpha = \pi/4$ 、 $\pi/2$ 、 $3\pi/4$ の場合にそれぞれ $L_1/L = 2.63$ 、 1.57 、 1.12 となる。

図-2に示すように、波長 L にくらべて小さい開口幅 B をもつ防波堤に $e^{ikr \cos(\theta - \alpha)}$ の波が入射する場合には、散乱波はつぎのLambの解により示される。

$$\chi = -\chi' \doteq \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} \frac{e^{-i(kr + \pi/4)}}{\ln(kB/8) + \gamma + i\pi/2} \quad (8)$$

ここに、 χ は反射領域($y > 0$)、 χ' は回折領域($y < 0$)における散乱波で、 γ はEulerの定数0.5772である。(8)式によれば、半無限防波堤の場合と同様に、 $y > 0$ の領域と $y < 0$ の領域とはx軸に關して線対称であり、位相は π だけずれていることがわかる。半無限防波堤の場合と異なるのはつぎの点である。すなわち、(8)式には α や θ は含まれていないことから、散乱波は入射角に無関係で、しかも、図-2に示すように、散乱波の等波高線(B と t の関数)および等位相線は原奥を中心とする円弧になり、散乱波の波長は入射波の波長 L に等しいことがわかる。

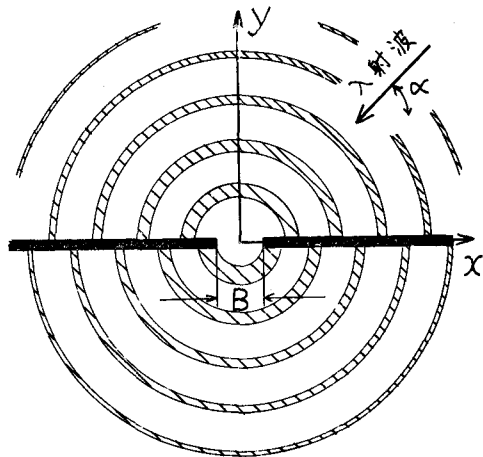


図-2 防波堤開口部付近の散乱波