I-171　　吊橋架設時の応力計算法

三菱重工業ＫＫ　正員　松井友二　正員　○大坂憲司
三菱重工業ＫＫ　正員　山本正雄　　　　梶原和子

1. まえがき　設計の目的に合った吊橋の形状と自重応力状態を実現するためには、架設時の変形と応力の精密な解析が必要である。しかしながら架設時の変形と応力は、完成形の形状と応力および架設の順序方法によって決るのであって、一架設段階を独立に取り出して解析することはできない。したがってタワーの建設から始って床版打設に至るまでの間一貫した流れをもって解析できる計算法の開発が必要になってくる。こう考えてくると吊橋の架設時の応力計算法は、各種の形状の構造に自由に適用でき、しかも架設各段階間の関連性を容易に取り入れられることが望ましいことになる。

このような要求に合う最も理想的な計算法の一つとして、いわゆる変位法が考えられる。一般に変位法は、計算コストが高くつくのが欠点と考えられているようであるが、実際には構造物の形状的および物理的な特性を考慮することで変位法のもつ柔軟さを失うことなく計算時間を著しく短縮できるので、むしろ最も計算コストの安い方法であるといえる。ここでは計算技術的な解析については、これ以上言及しないが、上述の理由から本文では、変位法を基礎にその発展形としての吊橋架設時の応力計算法の考え方について述べてみたい。

2. 理論的考察　架設は時間の流れに沿って構造物が組み立てられていく過程と考えられるのであるが、これを力学的な面から考察すると釣合状態にある構造物に、部材を追加したり部材結合条件または支持条件が変るなどの形状の変化また重量や温度などの荷重の変化が生じて、構造物が異った釣合状態に移っていく過程と見ることができる。ここで形状を変えるということは、構造物に一種の強制変位を与えることであると解釈すれば、これは外部から力を加えることに等価になる。したがってある架設段階を次の段階に進めるということは力学的には釣合方程式の荷重項を変えることに等しく結局、任意形状の構造物に任意の外力が作用した場合の変形が求められれば架設時の応力計算は可能であると考えられる。以下これの解析法についての概略を述べるが、架設段階の吊橋は非常に大きな変形が伴うので当然有限変形の考慮が必要になってくる。

構造物を構成している部材の結合点には付番 i が、また部材には付番 k がつけられているとして記述を進める。部材固有の直交座標と構造物全体に共通する直交座標との座標回転関係を表わすマトリックスとして $\mathbb{R}_{ik}$、k 部材座標の3軸方向の i 端力と3軸回りのモーメントをベクトル $\bar{f}_{ik}$, $\bar{m}_{ik}$、さらに共通座標の3軸方向と回りに作用する i 点の外力とモーメントを $\bar{F}_i$, $\bar{M}_i$ で表わせば、平衡状態にある構造物の i 結合点の釣合式は

$$\sum_k \mathbb{R}_{ik}\cdot\bar{f}_{ik}+\bar{F}=\bar{0}\,,\qquad \sum_k \mathbb{R}_{ik}\cdot\bar{m}_{ik}+\bar{M}_i=\bar{0} \text{ ------------------------ } (1)$$

と書ける。ここに $\sum_k$ は i 点に結合される全ての部材について総和することを表わし、$\mathbb{R}_{ik}$, $\bar{f}_{ik}$, $\bar{m}_{ik}$ は k 部材の i 点に関するマトリックスまたはベクトルである。つぎに平衡状態にある構造物に外力 $\bar{F}_i'$, $\bar{M}_i'$ が加えられたとき構造物が微少な変位を伴って別の平衡状態に達したとすれば、高次の微少項を省略して(1)式は

$$\left.\begin{array}{l}\sum_k \mathbb{R}_{ik}\bar{f}_{ik} + \sum_k \mathbb{R}_{ik}\cdot\delta\bar{f}_{ik} + \sum_k \delta\mathbb{R}_{ik}\cdot\bar{f}_{ik} + \bar{F}_i + \bar{F}'_i = \bar{0} \\ \sum_k \mathbb{R}_{ik}\bar{m}_{ik} + \sum_k \mathbb{R}_{ik}\cdot\delta\bar{m}_{ik} + \sum_k \delta\mathbb{R}_{ik}\cdot\bar{m}_{ik} + \bar{M}_i + \bar{M}'_i = \bar{0}\end{array}\right\} \quad \text{------------------------} (2)$$

と表わせる。(2)式に(1)式を代入すると

$$\left.\begin{array}{l}\sum_k \mathbb{R}_{ik}\cdot\delta\bar{f}_{ik} + \sum_k \delta\mathbb{R}_{ik}\cdot\bar{f}_{ik} + \bar{F}'_i = \bar{0} \\ \sum_k \mathbb{R}_{ik}\cdot\delta\bar{m}_{ik} + \sum_k \delta\mathbb{R}_{ik}\cdot\bar{m}_{ik} + \bar{M}'_i = \bar{0}\end{array}\right\} \quad \text{------------------------} (3)$$

となる。(3)式を構造物全体の部材結合点についてまとめマトリックス表示すれば

$$\mathbb{F}\bar{u} + \mathbb{G}\bar{u} + \bar{P}' = \bar{0} \quad \text{------------------------------------} (4)$$

となる。$\mathbb{F}$は部材力を無視したときの構造物の剛さマトリックス、$\mathbb{G}$は変位によって生ずる部材力の共通座標軸方向成分の変化量を表わす付加剛性マトリックス[1]である。$\bar{u}$は変位、$\bar{P}'$は加えられた外力の3軸方向または回りの成分をまとめてベクトル表示させている。一般に$\mathbb{R}_{ik}, \bar{f}_{ik}$は変位$\bar{u}$の関数である。したがって変位$\bar{u}$によって修正された$\mathbb{R}_{ik}, \bar{f}_{ik}$をそれぞれ$\mathbb{R}^*_{ik}, \bar{f}^*_{ik}$とすると変位$\bar{u}$が微少ならば、$\sum_k \mathbb{R}^*_{ik}\bar{f}^*_{ik} + \bar{F}_i + \bar{F}'_i = \bar{0}$, $\sum_k \mathbb{R}^*_{ik}\bar{m}^*_{ik} + \bar{M}_i + \bar{M}'_i = \bar{0}$ なる(1)式の関係を満足するが、大きな変形が生ずる場合には成り立たない。この不平衡量を$\bar{F}^*_i, \bar{M}^*_i$として

$$\bar{F}^*_i = \sum_k \mathbb{R}^*_{ik}\bar{f}^*_{ik} + \bar{F}_i + \bar{F}', \quad \bar{M}^*_i = \sum_k \mathbb{R}^*_{ik}\bar{m}^*_{ik} + \bar{M}_i + \bar{M}'_i \quad \text{------------------------} (5)$$

と表わす。$\bar{u}$による修正された$\mathbb{F}$, $\mathbb{G}$を$\mathbb{F}^*$, $\mathbb{G}^*$で表わし、$\bar{F}^*_i, \bar{M}^*_i$を$\bar{P}^*$でまとめて

$$\mathbb{F}^*\bar{u} + \mathbb{G}^*\bar{u} + \bar{P}^* = \bar{0} \quad \text{------------------------------------} (6)$$

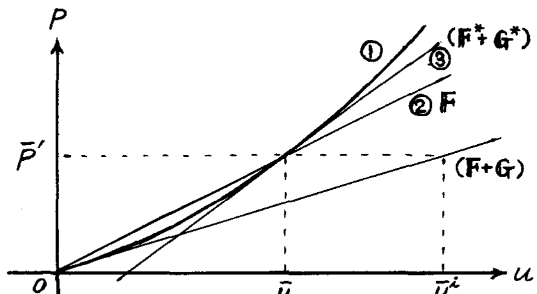
とすると、(6)式より得られる$\bar{u}$は(4)式で求めた変位$\bar{u}$の修正量である。したがって(5), (6)を反復することによって逐次、高次の修正変位$\bar{u}$を求めることができる。すなわち反復が進むにしたがって

$\bar{P}^* \longrightarrow \bar{0}$、すなわち $\bar{u} \longrightarrow \bar{0}$ となる。

いまn回目の修正変位ベクトルを$\bar{u}^{(n)}$とすると

$\bar{u} = \nu\bar{u}^{(1)} + \bar{u}^{(2)} + \bar{u}^{(3)} + \cdots\cdots$ ただし $0<\nu<1$

が求める変位ベクトルである。$\bar{u}^{(1)}$に補正係数νを乗じてあるのは、吊橋の力と変位の関係が一般に右図①のような曲線となるため外力$\bar{P}'$に対する真の変位$\bar{u}$に対して大きすぎる変位$\bar{u}'$を与えるためである。以上述べた解析法を明確にするため右図を用いて説明すると従来の解法[2]は②で表わされる剛さマトリックス$\mathbb{F}$を求め、$\bar{u}$を$\mathbb{F}$と$\bar{P}'$の関係から求めていたが、本文で述べている解法は③で表わされる剛さマトリックス$\mathbb{F}^*+\mathbb{G}^*$と$\bar{u}$を同時に求めようとするものである。この解法は③が次の架設段階での(4)式の剛さマトリックスを表わすという架設計算にとって非常に都合の良い面をもっている。



以上で各架設段階間の計算は可能になったのであるが、どのような形状と応力状態から出発すれば目的とする状態の計算値が得られるのかはまだ未解決であった。結局、架設計算に与えられる条件は完成時の形状と応力および架設の順序であるから、完成形状から出発して実際の架設とは逆の順序に計算することが問題を最も簡明に解決する方法である。

3. 解析例、計算に用いた諸元は次の通りである。

i) 支間 $178^m + 712^m + 178^m$

ii) 巾員 歩道 2@0.75^m

車道 2@11.5^m

iii) 補剛トラス高 9^m

iv) 主 塔 高 134.3^m

V) 荷 重（全橋当り）

(A) 補剛トラス 前死荷重 6.425 t/m

後死荷重 11.373 t/m

(B) ケーブル 4.974 t/m

断面性状

(A) ケーブル $A = 0.530\ m^2$ $E = 2.0 \times 10^7\ t/m^2$

(B) 吊 材 $A = 0.0098\ m^2$ $E = 1.4 \times 10^7\ t/m^2$

(C) 補剛トラス

中央径間 $A = 0.176\ m^2$ $I = 3.5\ m^4$

側径間 $A = 0.09\ m^2$ $I = 1.8\ m^4$

側面図

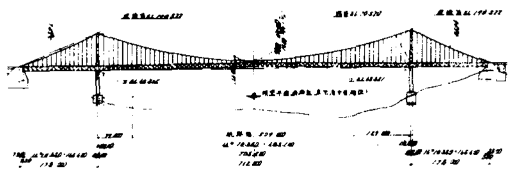


図. 1

i) 補剛トラスを，主塔より側径間 1．中央径間 2．の比率で，剛結合架設した場合

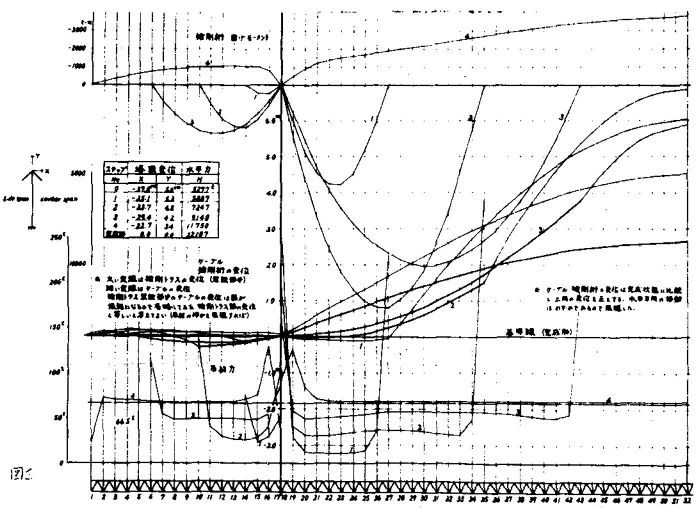


図. 2

ii) i) と同じ比率で，ピン結合架設した場合

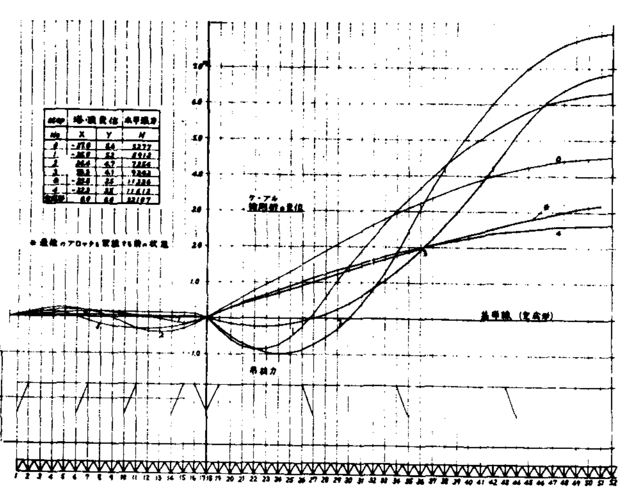


図. 3

iii）i）と同じ比率で，側径間に3箇，中央径間に7箇のピンを入れて，架設した場合

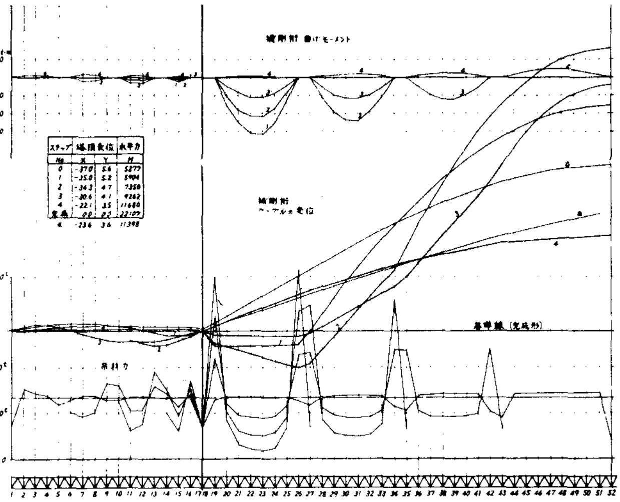


図.4.

iv）補剛トラスを剛結合した後，床板を10ブロックに分割して打設した場合

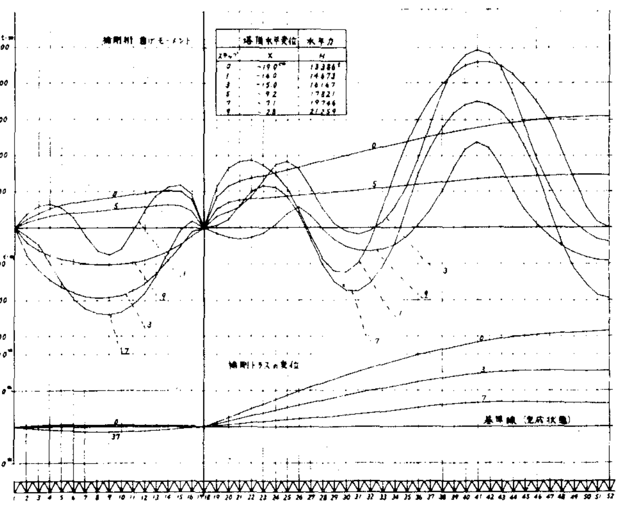


図.5.

4．あとがき　本文中の繰返し計算の収束性は極めて良好で計算コストを安くすることができた。これによって多量の計算が可能になり最適な架設方法を見出すとか、架設時に生ずる力学上の問題の迅速な解決に有力な一手段を得ることができた。さらに架設時の横荷重解析など立体的な解析への適用できるので耐風に関する問題にも利用できる。また活荷重解析は完成時の吊橋を架設時の一段階とみなすことで解決できる。プログラムとしては完成時の形状と断面力および架設順序をInputすることによって各架設段階での変形量と断面力が全て自動的に求められる。汎用的な利用が可能であるから吊橋に限らず他の構造物の架設応力解析に適用して有効であると思う。

参考文献 (1) 大坂，"吊橋解析"，日本鋼構造協会講習会テキスト"コンピューター使用によるマトリックス構造解析" 昭和43年11月
(2) 藤野，大坂，"有限変位理論による構造解析"，第21回年次学術講演会 講演概要 I-48
(3) 大坂，松井，山本，"COMPUTERを使用した吊橋架設時の変形計算" 昭和44年度関西支部学術講演会 I-51