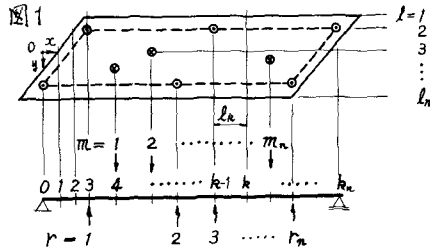


1 まえがき

斜げた橋の静力学的挙動については、今までに多くの研究が行われてきたが、そのほとんどは Wanslebent や Homberg の研究に見られるように、主げたが剛な斜の端横げたに支持された骨組を考え、応力法によって解析している。斜げた橋では、直げた橋と異なり荷重を偏心載荷しない場合でも、支点反力がけた軸に対して偏倚しているため、曲げとねじりが連成する。そこで、斜げたを曲げとねじりを同時に受ける変断面の直橋と見なし、Reduction法を用いて解析を試み、さらに、若干の実験を行い解析結果と比較検討する。また、スパン中央部の曲げモーメントが減少する傾向のある斜げたでは、特にねじりに強い箱げたを用いた場合、耐荷力の増大が予想される。そこで耐荷性状を調べるために破壊実験を行い、曲げとねじりが連成する棒として極限解析を行う。

2 弾性的挙動について

2.1. 解析方法 図1は任意に斜め支持された半径連続斜げた橋を示す。橋端の三角形の部分は細分割し、変断面棒と見なす。解析は箱げたを対象とし、ねじりに関して St.Venant のねじりモーメントのみを考慮する。記号その他は図中に示す通りとする。



$P_{k,k,m}$: 支持点から格点に作用する第 m 目の荷重 (P_k)

$R_{r,k}$: 支持点格点に作用する第 r 番目の支点反力

l_k : 格点間距離 (l)

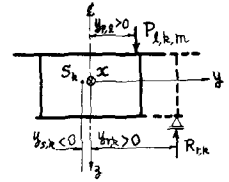
E : ヤング係数

I_k : 断面二次モーメント (I_c)

G : セル断弾性係数

J_k : ねじり抵抗

注: () 内は基準量



S_k : 各断面のせん断中心

$y_{0,k}$: 荷重の偏心距離

$y_{0,k}$: 断面の偏心距離

$y_{r,k}$: 反力の偏心距離

1) 無次元化 計算を簡単にし、

精度をよくするため、断面力、変形量は基準量を用いてつぎのように無次元化する。

たわみ; $w = w^* \cdot P_c l_c^3 / EI_c$,

ねじり角; $\theta = \theta^* \cdot P_c l_c^2 / EI_c$

断面回転角; $\varphi = \varphi^* \cdot P_c l_c^2 / EI_c$,

曲げモーメント; $M = M^* P_c l_c$

せん断力; $Q = Q^* P_c$, 支点反力; $R = R^* P_c$, ねじりモーメント; $T = T^* P_c l_c$

..... (1)

2) Field Transfer Matrix

第 k スパン左端の力学的諸量を

右端に伝達するいわゆる Field

transfer matrix は周知の通り式(2)で

表わされる。したがって

$$Y_k(l_k) = F_k Y_k(0) \quad \dots\dots (3)$$

$$F_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -l_k/l_c & \frac{1}{2} \cdot \frac{l_k^2}{l_c^2} \cdot \frac{I_c}{I_k} & 0 & \frac{1}{6} \cdot \frac{l_k^3}{l_c^3} \cdot \frac{I_c}{J_k} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{l_k}{l_c} \cdot \frac{EI_c}{GJ_k} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{l_k}{l_c} \cdot \frac{I_c}{I_k} & 0 & -\frac{1}{2} \cdot \frac{l_k^2}{l_c^2} \cdot \frac{I_c}{J_k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{l_k}{l_c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

3) Point Transfer Matrix

第 k スパン右端から第 $k+1$ スパン左端への

力学的諸量の伝達は Point transfer matrix で行うが、

力のつり合はすべて図1に示すけた中心軸上

で立て、したがって外力、反力およびせん断

$$P_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & y_{0,k}/l_c & P_{k,k,m}/P_c - R_{n,k}^* y_{r,k}/l_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & R_{k,k}/P_c - R_{n,k}^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

力の偏倚を考慮せねばならない。また、

$$Y_{k+1}(0) = P_k Y_k(l_k) \dots\dots\dots (5)$$

以上、式(2)、(4)では影響面を求めるために荷重は格点のみに作用するものとした。一般の荷重は式(2)のオ7列に容易に入れることができる。

4) 初期ベクトル 図1に示すように、格点0が剛支承であると $w_1^*(0) + \theta_1^*(0) \times y_{r,1}/l_c = 0$ なる条件式が成立するため左端の未知量は3個になり、初期ベクトルは式(6)で表わされる。

$$Y\phi_1 = \begin{bmatrix} \theta_1^*(0) & \phi_1^*(0) & Q_1^*(0) & 1 \\ -y_{r,0}/l_c & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_{r,0}/l_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots(6)$$

5) 中間の条件 格点kがオ7番目の剛支点であると、この点に未知反力 $R_{k,k}$ が生じる。これを求める条件は式(7)で示される。

$$w_k^*(0) + \theta_k^*(0) \times y_{r,k}/l_c = 0 \quad (r=1,2,\dots,r_n) \dots\dots\dots (7)$$

6) 末端条件 けた右端 k_n でけたが単純支持されているとすると、たわみ、モーメントおよびねじりモーメントのつり合より左端の3個の未知量 $\theta_1^*(0)$, $\phi_1^*(0)$ および $Q_1^*(0)$ を定める3個の条件式をうる。

$$w_{k_n}^*(l_{k_n}) + \theta_{k_n}^*(l_{k_n}) \times y_{r,k_n+1}/l_c = 0, \quad M_{k_n}^*(0) = 0, \quad T_{k_n}(l_{k_n}) - Q_{k_n}^*(0) \times y_{r,k_n+1}/l_c = 0 \dots\dots\dots (8)$$

未知数は r_n+3 個となり、それらは式(7)、(8)より容易に求める。任意断面の断面力、変形量は式(3)、(5)より容易に決定できる。これらの計算は大阪市大計算センター FACOM 270-30 を使用して行った。

2.2. 数値計算例

1) 単純けた橋(図2) スパン $l=105\text{m}$ 、斜角 45° の単純斜げた橋の数値計算結果を示す(実験結果は後述)。まず、けた端部の分割数を変えて反力 $R_0 \sim R_3$ 、けた中央のたわみ δ 、断面回転角 θ 、曲げモーメント M 、ねじりモーメント T およびせん断力について計算したものを表1に示す。(載荷位置は図2の印)。表1よりわかるようにねじりに関する諸量(反力、トルク、回転角)はたわみ、曲げモーメントに比べかなり分割数に影響されるがせん断力は無関係である。分割数は多いほど良いようであるが12分割程度が適当と思われる。

表1には Wansleben による値と比較してあるがかなりよい一致を示している。図3は反力、応力、たわみの影響面の代表的なものを示す。

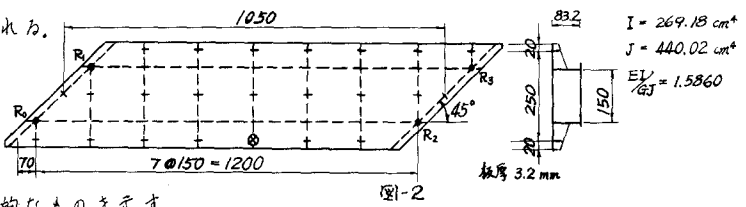


表1(a)

分割数	R_0	R_1	R_2	R_3
0	(83.3) 0.23220	(136.7) 0.14875	(103.8) 1.1011	(109.0) -0.48208
4	(83.3) 0.25446	(116.2) 0.12649	(101.7) 1.0789	(104.0) -0.45982
8	(97.5) 0.26535	(106.2) 0.11561	(100.6) 1.0680	(101.5) -0.44894
12	(100.0) 0.27214	(100.0) 0.10881	(100.0) 1.0612	(100.0) -0.44215
Wansleben による値	(101.8) 0.26735	(97.0) 0.11217	(99.7) 1.0646	(99.2) -0.44530

表1(b)

分割数	$\delta (\times 10^{-3})$	$\theta (\times 10^{-3})$	M	$T (\times 10^3)$	Q
0	0.28836	0.09999	0.20626	-0.06259	0.38095
4	0.29118	0.12250	0.20960	-0.09598	0.38095
8	0.29256	0.13736	0.21123	-0.11231	0.38095
12	0.29342	0.14860	0.21225	-0.12249	0.38095
Wansleben による値	(96.8) 0.30290	(90.8) 0.13498	(100.2) 0.21175	(104.2) -0.11752	(100.0) 0.38095

()内は分割数12を100としたときの値、()は Wansleben に5値との比

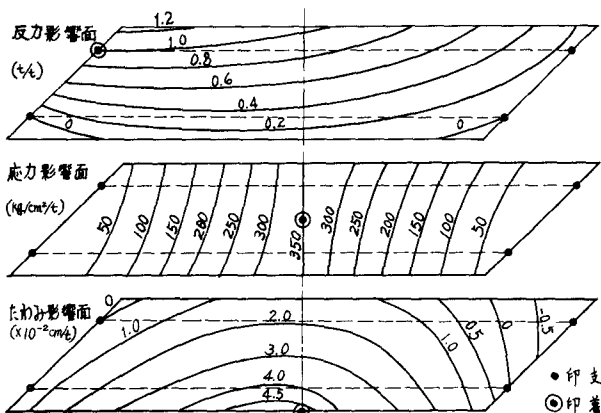


図-3

2) 連続けた橋 図4に示すけたについて支点反力, 中間支点付近の断面力分布を調べる。表2は片側径間中央に集中荷重(図4の荷重B)が載荷したときの各支点の反力を示す。この場合と本理論とWanslebenによる値はよく一致している。図5は断面力の分布図を示す。この図から中央支点上の曲げモーメント図は斜支持の場合、直げたのように S_p に近うす、むしろ緩和される傾向にあることがわかる。

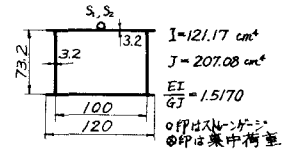
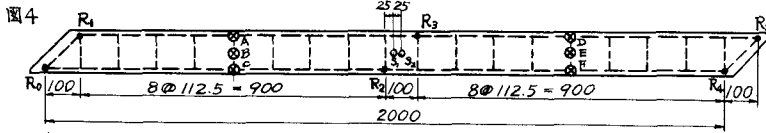


表2 (ton)

支 点	R_0	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
本理論値①	-0.131	0.550	0.826	-0.164	-0.194	0.113
Wansleben 値②	-0.127	0.547	0.857	-0.166	-0.200	0.120
①② (%)	103	101	96	99	97	94

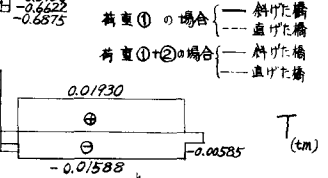
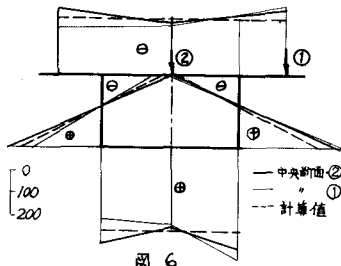
モーメント図は斜支持の場合、直げたのように S_p に近うす、むしろ緩和される傾向にあることがわかる。

2.3. 実験結果

図2, 4に示した単純および連続斜げた橋の模型について静的実験を行った。各点のたわみ, ひずみ, 反力を測定した。支点に生じる負反力はフレームを設け, 支点とフレームの間にジャッキを取付けあらかじめプレストレスを与えた。測定結果の一部を示せば以下のようなものである。

1) 単純けた橋 図6はスパン中央断面の応力分布,

図7はたわみを示す。応力は多少測点によってばらつきがあるが、たわみは非常によい一致を示している。反力については反力の大きいところではかなりよい結果(本理論による値の70~80%)が得られた。



2) 連続けた橋 中間支点近傍の

断面に着目して実験を行った。その結果を表3に示す。載荷点直下の断面のたわみを表4に示す。応力, たわみいずれも実測値と理論値とはよく一致していると思われる。

表3

荷重	2点載荷 A+F	2点載荷 B+E	2点載荷 C+D	1点載荷 A	1点載荷 B	1点載荷 C
S_1	347	392	462	228	203	173
計算値	412	442	471	272	239	206
実計	84	89	98	84	85	84
S_2	378	404	431	208	215	196
計算値	412	442	471	236	221	206
実計	92	91	92	88	97	95

表4 ($\times 10^{-2} \text{ cm/t}$)

荷重	2点載荷			1点載荷		
	A+F	B+E	C+D	A	B	C
実験値	4.1	4.1	4.9	5.9	5.0	6.2
計算値	3.8	3.8	4.8	5.5	5.1	5.7
実/計	93%	93	98	93	100	92

3. 耐荷力

斜角の大きさが耐荷力に及ぼす影響を調べるために図8に示す4種の単純けたと2種の等2径間連続けたについて破壊実験を行った。荷重として、単純けたはすべてスパン中央集中荷重, 連続けたについては両スパン中央集中荷重を載荷した。

3.1. 理論的考察 簡単のため図9に示すような端横けたを剛とした系を考へ崩壊荷重を求める。

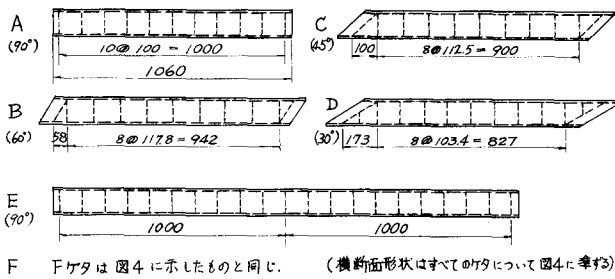


図 8

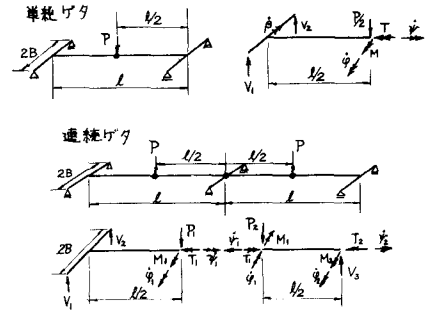


図 9

図 9 の・印は崩壊時に生じると考えられる塑性ヒンジの位置を示す。けたは完全塑性材料でできているものとし、通常の極限解析に用いられる仮定が成立するものとする。図 9 において、力のつり合、変形適合条件、降伏条件 $\alpha^2 \left(\frac{M}{M_p} \right)^2 + \left(\frac{T}{T_p} \right)^2 = \alpha^2$ ($\alpha = \frac{T_p}{M_p}$) を満足する崩壊荷重はつぎのようになる。

$$P = k \frac{M_p}{l}, \quad \text{ここに} \quad k = \begin{cases} 4\sqrt{1+\alpha^2 \tan^2(90^\circ-\theta)} & (\text{単続けた}) \\ 2\sqrt{9+\alpha^2 \tan^2(90^\circ-\theta)} & (\text{連続けた}) \end{cases}, \quad M_p: \text{全塑性モーメント}, \theta: \text{斜角}, l: \text{スパン}$$

3.2 実験と果と考察

表 5 に各けたの最終荷重を示す。また、直けたの最終荷重を 100 としたときの各けたの最終荷重を示してある。これからわかるように単続けたにおいては斜角の減少によって非常に耐荷力が増大し、45°で約 3 割、30°で約 6 割の増加となっている。それに反して連続けたでは 45°で約 1 割しか増大するに過ぎない。このように連続けたでは斜けたであることによる耐荷力の増大はそれほど期待できないと考えられる。

表 5

けた	斜角	スパン	最終荷重 (実験値)	直けた基準に比し	理論
A	90°	1 m	5.54 t	100	100
B	60°	1	6.40	116	110
C	45°	1	7.26	131	127
D	30°	1	8.72	157	168
E	90°	1+1	8.50	100	100
			8.96	105	100
F	45°	1+1	9.20	108	103
			9.50	112	103

つぎに各けたの崩壊状態について述べる。単続けたはすべてスパン中央断面に塑性ヒンジができて崩壊した。(塑性ヒンジの形成はストレインゲージで確認した。) 断面のほとんどが降伏したところ圧縮フランジに局部座屈が生じた。連続けたでは、各スパン中央およびけた中央に塑性ヒンジが生じた。単続けたと同様ほとん断面が降伏したところ圧縮フランジに局部座屈が見られた。局部座屈はすべて、全断面降伏に近いところで生じたので、その最終荷重への影響は比較的小さいと考えられる。

4. 結論

Reduction 法を使用して斜けた橋を解析した本法は、有用な方法であることが他の方法との比較や実験の結果より明らかになった。また、この方法によれば任意の斜め支承を有する連続けた橋や異形けた橋も容易に解析できるものと思われる。種々のパラメータ(斜角、けた幅とスパンの比、断面定数 GJ/EI 、荷重状態)による静的挙動の変化については別の機会にゆずることとする。

耐荷力においても斜けたは直けたより有利なことが確かめられた。なお、この研究は大阪市立大学教授設橋善雄博士の御指導のもとに行ったものであり、先生の生前の御指導を感謝すると共に、御冥福をお祈りする次第である。また、本実験を行うに当り、大阪市立大学大学院 吉川征史君、同工学部学生 富樫宏次君らの御協力に謝意を表す。

1) R. Kersten; Das Reduktionsverfahren der Baustatik, 1962.

2) Homberg. H. u. Marx R.W.; Schiefe Stäbe und Platten, 1958.

3) Hansleben F.; Beiträge zur Berechnung schiefer drillsteifer Brücken, Stahlbau, Oct., 1955.

4) K. Basler; Torsion